

УДК 532.529

doi 10.26089/NumMet.v20r444

МЕХАНИЗМЫ ГЕНЕРАЦИИ И ИСТОЧНИКИ ШУМА СВЕРХЗВУКОВЫХ СТРУЙ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИХ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ И АЭРОАКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

К. Н. Волков¹, В. Н. Емельянов², А. И. Цветков³, П. С. Чернышов⁴

Интерес к разработке моделей и методов, направленных на изучение механизмов генерации шума в струйных течениях, объясняется постоянно ужесточающимися требованиями по шуму, производимому различными промышленными устройствами. Рассматриваются модели, лежащие в основе вычислительной газовой динамики и аэроакустики, а также интегральные методы расчета шума в дальнем поле и особенности численной реализации соответствующих математических моделей. Возможности разработанных средств численного моделирования демонстрируются на примере расчета шума, генерируемого сверхзвуковыми недорасширенными струями. Обсуждается влияние перепада давления на структуру струи, а также распределения газодинамических и акустических характеристик. Представленные средства численного моделирования задач вычислительной газовой динамики и вычислительной аэроакустики представляют собой инструменты решения исследовательских и инженерных задач, а также служат основой разработки новых методов и вычислительных алгоритмов.

Ключевые слова: вычислительная газовая динамика, вычислительная аэроакустика, сверхзвуковая струя, недорасширенная струя, шум.

1. Введение. Сверхзвуковые газовые струи находят широкое применение в промышленных установках и технологических процессах (двигатели, генераторы звуковых сигналов, термоакустическая обработка металлов, порошковая металлургия, сталелитейное производство). Использование геометрического, расходного или теплового воздействия на сверхзвуковую струю позволяет изменить режим течения, волновую структуру струи, а также управлять распределениями газодинамических и акустических параметров [1, 2].

Сверхзвуковая турбулентная струя является сложным источником акустического излучения. Для оценки шума струи широкое применение находят полуэмпирические зависимости, в которых звуковая мощность струи выражается через скорость ее истечения, диаметр сопла, плотность газа в струе и окружающей среде с использованием эмпирических констант [1]. Модели источников широкополосного шума дают представление об интегральном значении уровня источников звука и их пространственном распределении. Суммарная звуковая мощность струи, истекающей из сверхзвукового сопла, при достаточно высоких скоростях истечения пропорциональна третьей степени скорости, а не восьмой степени, как это имеет место для дозвуковых струй [2]. Помимо сравнительно невысокой точности, полуэмпирические подходы не позволяют оценить эффекты, которые оказывают мероприятия по снижению шума струи. Для точного воспроизведения процессов излучения звука струями в условиях эксперимента существенной является возможность моделирования всего поля течения.

Методы расчета шума делятся на две группы: прямые методы и интегральные методы. Прямые методы (Direct Noise Computation, DNC) предполагают совместный расчет генерации звука турбулентными структурами и распространения звуковых волн за пределы турбулентной области вплоть до положения

¹ Балтийский государственный технический университет "Военмех" им. Д. Ф. Устинова, факультет ракетно-космической техники, 1-я Красноармейская ул., д. 1, 190005, Санкт-Петербург; вед. науч. сотр., e-mail: dsci@mail.ru

² Балтийский государственный технический университет "Военмех" им. Д. Ф. Устинова, факультет ракетно-космической техники, 1-я Красноармейская ул., д. 1, 190005, Санкт-Петербург; зав. кафедрой, e-mail: vlademelyanov@gmail.com;

³ Балтийский государственный технический университет "Военмех" им. Д. Ф. Устинова, факультет ракетно-космической техники, 1-я Красноармейская ул., д. 1, 190005, Санкт-Петербург; доцент, e-mail: acvetkov@yandex.ru

⁴ Балтийский государственный технический университет "Военмех" им. Д. Ф. Устинова, факультет ракетно-космической техники, 1-я Красноармейская ул., д. 1, 190005, Санкт-Петербург; аспирант, e-mail: pashachp8@gmail.com

наблюдателя при использовании уравнений газовой динамики. В рамках прямого моделирования приходится использовать протяженные расчетные области и подробные сетки. Интегральные методы основаны на раздельном расчете генерации шума и его распространения. На первом этапе решаются уравнения газовой динамики, а информация о нестационарных характеристиках потока сохраняется на контрольных поверхностях. На втором этапе информация, сохраненная на контрольных поверхностях, используется для расчета распространения звука до положения наблюдателя с помощью интегральных формул. Интегральные методы позволяют рассчитать акустические характеристики на больших расстояниях от источника шума. Наиболее известными интегральными методами являются метод Кирхгоффа (Kirhhoff) и метод Фокса Вильямса–Хоукинга (Ffowcs Williams–Hawkings, FW–H). Основное отличие метода FW–H от метода Кирхгоффа заключается в том, что в уравнении FW–H учитываются нелинейные слагаемые, что позволяет располагать поверхность интегрирования в областях более высоких уровней шума, где нарушается приближение линейной акустики.

Результаты экспериментальных и численных исследований сверхзвуковых струй и генерация ими шума нашли отражение в большом числе публикаций [1–5]. В частности, в работе [2] обсуждаются результаты экспериментальных исследований по управлению газодинамическими и акустическими характеристиками дозвуковых и сверхзвуковых турбулентных струй путем воздействия на них акустических возмущений различной интенсивности и частоты.

Общепринятыми считаются следующие компоненты шума [2]: шум смешения, излучаемый турбулентными вихрями в слое смешения; излучение, создаваемое конвектируемыми со сверхзвуковой скоростью по отношению к внешней среде турбулентными вихрями; широкополосная составляющая ударного шума, генерируемая при взаимодействии турбулентности с ударными волнами; дискретная составляющая, обусловленная неустойчивостью струи при некоторых режимах течения. Суммарный уровень шума сверхзвуковых струй зависит от числа Маха, степени нерасчетности и степени неизотермичности, равной отношению температуры струи к температуре окружающей среды. Эти параметры оказывают различное влияние на шум различных составляющих, что осложняет анализ данных эксперимента.

В работе [6] проведено экспериментальное и численное исследование начального участка сверхзвуковой недорасширенной струи, истекающей из конвергентного осесимметричного сопла и сопла с шевронами. По мере увеличения числа Маха происходит уменьшение интенсивности смешения, и толщина слоев смешения струи сокращается и, как следствие, увеличивается длина начального участка струи. Для улучшения точности описания турбулентных течений при наличии скачков уплотнения используются соотношения, ограничивающие рост энергии турбулентности и турбулентной вязкости вблизи скачков уплотнения [7, 8]. Наиболее распространенные способы модификации модели турбулентности заключаются в разработке приближенных соотношений для слагаемых, отвечающих за влияние сжимаемости на турбулентность в уравнении переноса кинетической энергии турбулентности [9, 10], а также в изменении постоянных модели турбулентности [11, 12].

Упрощенная полуэмпирическая модель расчета шума предложена в работе [12]. Шум, вызванный турбулентным смешением, состоит из двух отдельных источников: шума, генерируемого волнами Маха (крупномасштабные структуры) и распространяющегося вниз по потоку, а также шума, создаваемого мелкомасштабными структурами, которые являются доминирующими в окрестностях границы струи. Поскольку акустический спектр генерируется крупномасштабными и мелкомасштабными структурами, применяются две отдельные модели. Полуэмпирическая модель [12] имеет стабильную точность в широком диапазоне частот для струй холодной и умеренной температур. Для горячих струй находит применение модель [13], которая в дополнение к типичным источникам холодных струй (таких, как ковариантность турбулентных напряжений Рейнольдса) учитывает температурные колебания в качестве отдельного источника шума. Газодинамические и акустические характеристики струй, истекающих из конических сопел, обсуждаются в работах [14, 15], а автоколебательные процессы в сверхзвуковых струях — в работе [16].

Для практического использования методов аэроакустики необходима оптимизация используемых вычислительных технологий, исключая или сводящая к минимуму неоправданные затраты компьютерных ресурсов. В настоящей работе проводится вычислительное моделирование газодинамических и акустических характеристик сверхзвуковых струй, истекающих из конического сопла в затопленное пространство, и дается прогноз по уровню шума струи в дальнем поле.

2. Структура сверхзвуковой струи. В общем случае безразмерными режимными параметрами, определяющими течение в струе в рамках модели невязкого газа, являются: число Маха струи на срезе сопла M_a , отношение удельных теплоемкостей γ , отношение температур торможения газа струи и окружающего пространства T_0/T_∞ и степень нерасчетности $n = p_a/p_\infty$. Для сверхзвуковой струи по степени нерасчетности различают три режима истечения: перерасширенный ($n < 1$), расчетный ($n = 1$), недорас-

ширенный ($n > 1$). Течение в струе условно разбивается на три участка: начальный (газодинамический), переходный, основной. Неравномерность параметров по поперечному сечению струи делает нерасчетные ($n \neq 1$) сверхзвуковые струи на газодинамическом участке наиболее приемлемыми для реализации автоколебательных процессов [16].

Структура газодинамического участка слабонедорасширенной струи представлена на рис. 1. Сверхзвуковая недорасширенная струя идеального газа на начальном участке имеет бочкообразную форму с выпуклостью, обращенной в сторону окружающей среды. Основными элементами струи на этом участке являются: граница струи 1, центральный скачок уплотнения 2 (диск Маха), висячий скачок уплотнения 3, отраженный скачок уплотнения 4, контактная поверхность 5, выходящая из тройной конфигурации скачков уплотнения. На рисунке указаны также положение диска Маха в свободной сверхзвуковой струе l_c и размер первой бочки свободной сверхзвуковой струи l_s . Такая структура струи характерна для степени нерасчетности $n > 1$. При $n < 2$ на газодинамическом участке может существовать несколько бочек струи, висячие скачки при этом отражаются регулярным образом от оси струи (без образования диска Маха). Отражение от оси с образованием диска Маха называется нерегулярным отражением.

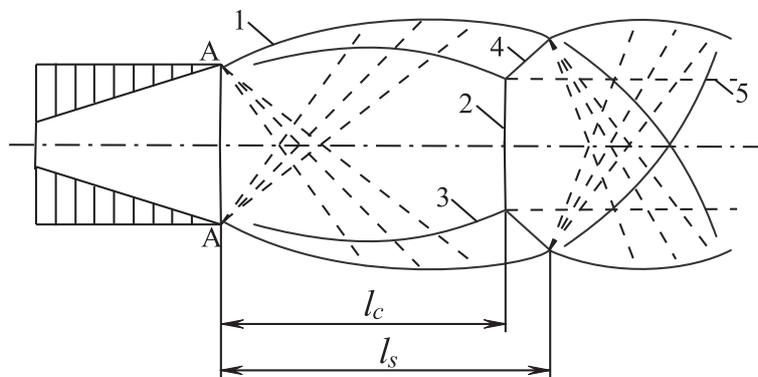


Рис. 1. Структура газодинамического участка недорасширенной струи

Такая структура струи характерна для степени нерасчетности $n > 1$. При $n < 2$ на газодинамическом участке может существовать несколько бочек струи, висячие скачки при этом отражаются регулярным образом от оси струи (без образования диска Маха). Отражение от оси с образованием диска Маха называется нерегулярным отражением.

Структура сверхзвуковых струй, истекающих из несимметричных сопел в затопленное пространство или сопел с некоторыми специальными профилями скорости на срезе, обсуждаются в работе [17].

3. Источники шума сверхзвуковой струи. Особенности излучения шума сверхзвуковых струй заключаются во взаимодействии скачков уплотнения и турбулентности, в результате которого возникает шум в диапазоне относительно низких частот.

3.1. Шум смешения. Шум смешения образуется в результате турбулентного перемешивания струи с внешней средой. Сдвиговые слои на начальном участке сверхзвуковой струи характеризуются большими поперечными градиентами скорости, что приводит к неустойчивости и росту амплитуд гармоник. Вниз по течению толщина сдвиговых слоев увеличивается, а градиент скорости уменьшается, что ведет к затуханию волны. Возрастающая, а затем убывающая амплитуда приводит к широкополосному спектру волновых чисел. В коротковолновом диапазоне этого спектра возможны гармоники со сверхзвуковой фазовой скоростью относительно окружающей среды, которые и являются источником звука. Обычно этот шум разделяется на две компоненты: акустическое излучение от мелкомасштабной турбулентности и акустическое излучение от крупномасштабных турбулентных структур [12]. Крупномасштабные вихревые структуры являются доминирующими источниками, в то время как мелкомасштабные структуры вызывают фоновый шум. Турбулентный шум является низкочастотным и доминирует в диапазоне чисел Струхалия $0.1 < Sh < 0.25$ [18].

В том случае, когда скорость переноса вихрей (конвективная скорость) превышает скорость звука во внешней среде, происходит излучение волн Маха, теория которых развита в работах [19, 20]. Крупные когерентные турбулентные структуры моделируют синусоидальные волны неустойчивости с длиной волны, равной расстоянию между двумя последовательными вихрями. Они двигаются с конвективной скоростью v_c . В окружающем пространстве скорость звука остается постоянной и равняется c_0 . При $v_c > c_0$ излучение волн Маха происходит под углом $\theta = \arccos(c_0/v_c)$. Пик числа Струхалия, с которым излучаются волны Маха, соответствует наиболее сильной волне неустойчивости [21].

Рассмотрим уравнение Лайтхилла с тензором $T_{ij} = \rho u_i u_j$. Решение уравнения выражается через функцию Грина для свободного пространства [22]

$$\rho = \frac{1}{4\pi c_\infty^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left(\int_V T_{ij} \frac{dV}{r} \right). \quad (1)$$

Раскладывая компоненту скорости на среднюю и пульсационную составляющие $u_i = U_i + u'_i$ и подставляя

в (1), получим

$$\rho = \frac{1}{4\pi c_0^2} \int_V \left(\frac{\partial^2 u'_i u'_j}{\partial x_i \partial x_j} + 2 \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} \right) \frac{dV}{r}. \tag{2}$$

Первое слагаемое в подынтегральном выражении (2) соответствует взаимодействию турбулентных пульсаций между собой и называется собственным шумом, а второе выражение отвечает за взаимодействие турбулентных пульсаций с градиентом скорости и называется сдвиговым шумом.

3.2. Широкополосный ударно-волновой шум. Один из основных источников шума в сверхзвуковых струях вызван взаимодействием скачков уплотнения и турбулентности. Широкополосный ударно-волновой шум вызывается взаимодействием распространяющихся вниз по течению турбулентных вихревых структур и квазипериодической (бочкообразной) структуры ударных волн в струе. Описание этого источника шума и соотношения для интенсивности акустического излучения приводятся в работе [23]. Интенсивность акустического возмущения находится из соотношения $I \sim (M_a^2 - 1)^2$, где M_a — число Маха на расчетном режиме истечения.

Наиболее интенсивные источники широкополосного шума находятся в переходном участке струи. Угол, при котором наблюдается максимум излучения в дальнее поле, увеличивается с ростом скорости истечения и температуры струи. Так, для холодной струи ($M_a = 1.5$, $T_0 = 288$ К) угол максимального излучения составляет 25 градусов, а для высокотемпературной струи ($M_a = 3.5$, $T_0 = 3000$ К) — 65 градусов. Следует отметить, что если максимум акустического излучения шума смешения соответствует диапазону углов 30–60 градусов, то широкополосный шум, обусловленный скачками уплотнения, не обладает ярко выраженной направленностью [1]. Интенсивность этого шума определяется интенсивностью скачков уплотнения в струе и практически не зависит от температуры торможения на срезе сопла [24]. В то же время, шум смешения возрастает с ростом температуры торможения. Шум, вызванный скачками уплотнения, в наибольшей степени проявляется для холодных струй и при больших углах, где шум смешения относительно мал.

3.3. Дискретный тон. Другая особенность излучения струй со скачками уплотнения заключается в наличии в спектре шума дискретной компоненты (screech, “скрежет”), частота и интенсивность которой зависит от числа Маха, степени нерасчетности, степени неизотермичности, наличия спутного потока и других факторов [25, 26]. В некоторых случаях уровень дискретной составляющей существенно превышает уровень широкополосных составляющих, причиной чего является обратная акустическая связь [1], и определяет суммарный уровень шума, излучаемого струей.

Возмущения, которые появляются вследствие развития гидродинамической неустойчивости Кельвина-Гельмгольца на границе струи у выходного сечения, сворачиваются в вихри и распространяются по потоку с конвективной скоростью v_c . Эти вихри, дойдя до скачка уплотнения в конце первой бочки, имеющей длину l_s , генерируют акустическую волну, которая распространяется к выходному сечению сопла и усиливает начальные возмущения на границе струи [27]. Излучение дискретного тона зависит от длины бочки l_s , скорости звука в окружающем пространстве c_0 и конвективной скорости крупной когерентной структуры v_c . При таком предположении частота дискретного тона вычисляется следующим образом:

$$\frac{1}{f_s} = \frac{l_s}{v_c} + \frac{l_s}{c_0}.$$

Число Струхала находится из соотношения

$$Sh_s = \frac{f_s d_a}{u_a} = \frac{v_c d_a}{l_s (1 + M_c) u_a}.$$

Дискретный тон не испытывает доплеровского смещения (частота не зависит от угла наблюдения).

Из обобщения результатов экспериментальных исследований следует, что дискретная составляющая в спектре шума сверхзвуковой струи в зависимости от числа Маха истечения реализуется в определенном диапазоне степени нерасчетности. С ростом скорости спутного потока частота дискретной составляющей монотонно уменьшается. Интенсивное дискретное излучение звука, возникающее при возбуждении механизма акустической обратной связи квазипериодической ударно-волновой структурой, составляет основную долю шума сверхзвуковой нерасчетной струи.

4. Моделирование газодинамического поля. Процессы возбуждения и генерации звука газовыми потоками неразрывно связаны с общей проблемой описания турбулентных течений. В соответствии

с теорией развития возмущений, турбулентность рассматривается как существенно нелинейный этап в эволюции малых возмущений, характеризующийся интенсивным нерегулярным перемешиванием макроскопических объемов жидкости и переносом энергии к меньшим объемам [4].

В инженерной практике находят применение различные акустические модели, позволяющие заметно снизить необходимые для получения конечного результата вычислительные мощности. Такой подход не всегда приводит к получению результатов с высокой точностью, особенно когда необходимо учитывать вклад в акустику различных физических эффектов, таких как отражение от твердых поверхностей, дифракция, рассеяние волн и других. Для расчета акустических параметров используются прямые методы (разрешаются все масштабы акустических колебаний в расчетной области) и методы акустической аналогии (находятся масштабы акустических колебаний в ближнем поле с последующим моделированием и расчетом параметров в дальнем поле). В гибридном подходе зона турбулентного течения и область, в которой происходит распространение акустических волн, разделяются. Турбулентное течение рассчитывается с помощью вихререшающих подходов, а в области распространения акустических волн решаются линеаризованные уравнения Эйлера.

Среди методов моделирования турбулентности выделяют метод прямого численного моделирования (Direct Numerical Simulation, DNS), полуэмпирический метод моделирования, основанный на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса (Reynolds-Averaged Navier–Stokes, RANS) и метод крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES). Метод DNS предполагает решение нестационарных трехмерных уравнений Навье–Стокса, позволяя разрешить все масштабы турбулентности вплоть до колмогоровского микромасштаба. Высокие требования к вычислительным ресурсам не позволяют применять данный подход для решения широкого круга прикладных задач. Метод RANS является наиболее распространенным при решении инженерных задач. Современные полуэмпирические модели турбулентности плохо учитывают эффекты трехмерности течения, высокой температуры и сжимаемости, дают ограниченные и менее точные расчетные результаты, чем другие подходы, а также не являются универсальными. В основе метода LES лежат два предположения. Одно предположение состоит в возможности разделения поля течения на движение крупных и мелких вихрей. Второе предположение заключается в статистической независимости крупных и мелких вихрей. В отличие от DNS, в LES рассчитываются только крупные вихри, которые несут в себе максимальные рейнольдсовы напряжения и находятся под прямым воздействием граничных условий. Мелкие вихри, имеющие универсальные характеристики, моделируются с использованием специальных подсеточных моделей. Метод LES является менее требовательным к вычислительным ресурсам, чем DNS, однако позволяет получить более точные и богатые результаты, чем RANS, выявляя вихревую структуру течения.

В расчетах применяется неявная версия LES (Implicit LES, ILES), в которой роль подсеточной модели турбулентности выполняет численная диссипация используемой конечно-разностной схемы.

5. Моделирование акустического поля. Рассмотрим течение вязкого сжимаемого газа в неограниченной области, содержащей твердые границы. В методах, основанных на акустической аналогии Лайтхилла, используется преобразование уравнений Навье–Стокса к форме неоднородного волнового уравнения. Для получения волнового уравнения, описывающего звуковое поле, вводится контрольная поверхность (рис. 2), охватывающая в каждый момент времени все твердые тела в расчетной области. Функция-индикатор f определяется таким образом, что $f = 0$ на поверхности Кирхгоффа, охватывающей источник, $f < 0$ внутри поверхности и $f > 0$ снаружи поверхности.

Контрольная поверхность $f(\mathbf{x}, t) = 0$ (поверхность Кирхгоффа) разделяет внутреннюю и внешнюю области потока. Контрольная поверхность определяется при помощи функции (indicator function)

$$f(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} > 0, & \text{если } \mathbf{x} > S, \\ = 0, & \text{если } \mathbf{x} \in S, \\ > 0, & \text{если } \mathbf{x} < S. \end{cases}$$

Искомые переменные (плотность, количество движения, давление) доопределяются таким образом,

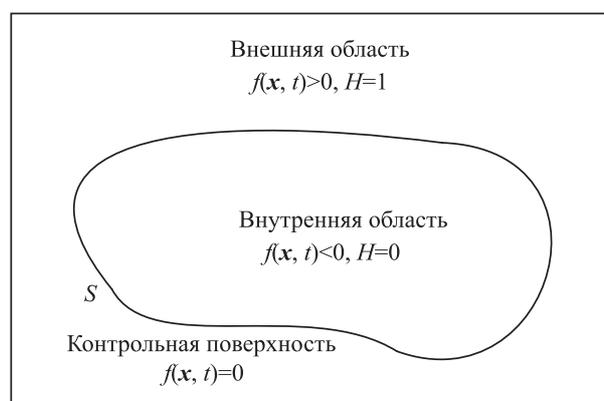


Рис. 2. Определение контрольной поверхности

чтобы корректно включить разрыв через поверхность раздела с использованием функции Хевисайда $H(f)$. Функция Хевисайда определяется следующим образом:

$$H[f(\mathbf{x}, t)] = \begin{cases} 1, & \text{если } f(\mathbf{x}, t) > 0, \\ 0, & \text{если } f(\mathbf{x}, t) < 0. \end{cases}$$

При выводе уравнения FW–Н используется следующее правило дифференцирования обобщенной функции:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial f} \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial t} \right) = \frac{\partial H}{\partial t} + v_i \frac{\partial H}{\partial x_i} = 0.$$

При этом

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} &= \frac{\partial H}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial t} = -v_i \frac{\partial H}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial x_i} = -v_i \frac{\partial H}{\partial x_i} = -v_i \delta(f) \frac{\partial f}{\partial x_i}; \\ \frac{\partial H}{\partial x_i} &= \frac{\partial H}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial x_i} = \delta(f) |\nabla f| n_i. \end{aligned}$$

Здесь $v_i = \partial x_i / \partial t$ — компонента скорости перемещения контрольной поверхности. Под n_i понимается компонента внешней нормали к контрольной поверхности. Компоненты локальной внешней нормали к контрольной поверхности находятся следующим образом:

$$n_i = \frac{\partial f / \partial x_i}{\left[(\partial f / \partial x_j) (\partial f / \partial x_j) \right]^{1/2}}.$$

Дельта-функция Дирака определяется следующим образом:

$$\delta[f(\mathbf{x}, t)] = \frac{\partial H}{\partial f} = \begin{cases} 1, & \text{если } f(\mathbf{x}, t) = 0, \\ 0, & \text{если } f(\mathbf{x}, t) \neq 0. \end{cases}$$

Уравнение FW–Н снаружи от неподвижной проницаемой поверхности Кирхгоффа, охватывающей источники излучения звука (преграды между источником и наблюдателем отсутствуют), записывается в виде

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}H(f) &= \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{V(\tau)} \frac{[T_{ij}]}{4\pi c_0^2 |\mathbf{x} - \mathbf{y}|} d^3\mathbf{y} - \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{S(\tau)} \left[\frac{\rho u_i (u_j - v_j) + \tilde{p} \delta_{ij} - \tau_{ij}}{4\pi c_0^2 |\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \right] dS_j(\mathbf{y}) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial t} \int_{S(\tau)} \left[\frac{\rho (u_j - v_j) + \rho_0 v_j}{4\pi c_0^2 |\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \right] dS_j(\mathbf{y}). \end{aligned} \tag{3}$$

Квадратные скобки означают, что функции берутся с учетом запаздывания сигнала $\tau = t - |\mathbf{x} - \mathbf{y}|/c_0$, приходящего от источника в точку наблюдения (запаздывающий момент времени, retarded time). Под $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ понимается расстояние между точкой наблюдения и точкой на поверхности Кирхгоффа (рис. 3). Компоненты тензора напряжений Лайтхилла имеют вид

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + [(p - p_0) - c_0^2(\rho - \rho_0)] \delta_{ij} - \tau_{ij}.$$

Здесь ρ — плотность, p — давление, c — скорость звука, u_i и v_i — компоненты скорости газа и контрольной поверхности, τ_{ij} — компоненты тензора вязких напряжений. Индекс 0 относится к параметрам в невозмущенной среде.

В работе [28] для получения формы волнового уравнения (3), удобной для численных расчетов, частные производные по координатам наблюдателя $\partial/\partial x_i$ преобразуются в частные производные по времени наблюдателя $\partial/\partial t$, а квадрупольными источниками шума пренебрегается, полагая, что проницаемая контрольная поверхность является достаточно протяженной для того, чтобы охватить объемные источники. Интегральная форма уравнения FW–Н относительно акустического давления $\tilde{p}(\mathbf{x}, t) = p(\mathbf{x}, t) - p_0$ записывается в виде формулировки Фарассата I (Farassat formulation I) [28]

$$H\tilde{p}(\mathbf{x}, t) = H\tilde{p}_T(\mathbf{x}, t) + H\tilde{p}_L(\mathbf{x}, t).$$

Здесь

$$4\pi\tilde{p}_T(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{f(\mathbf{y}, \tau)=0} \left[\frac{\rho_0 U_n}{r|1-M_r|} \right]_{\text{ret}} dS(\mathbf{y});$$

$$4\pi\tilde{p}_L(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} \int_{f(\mathbf{y}, \tau)=0} \left[\frac{L_r}{r|1-M_r|} \right]_{\text{ret}} dS(\mathbf{y}) + \int_{f(\mathbf{y}, \tau)=0} \left[\frac{L_r}{r^2|1-M_r|} \right]_{\text{ret}} dS(\mathbf{y}).$$

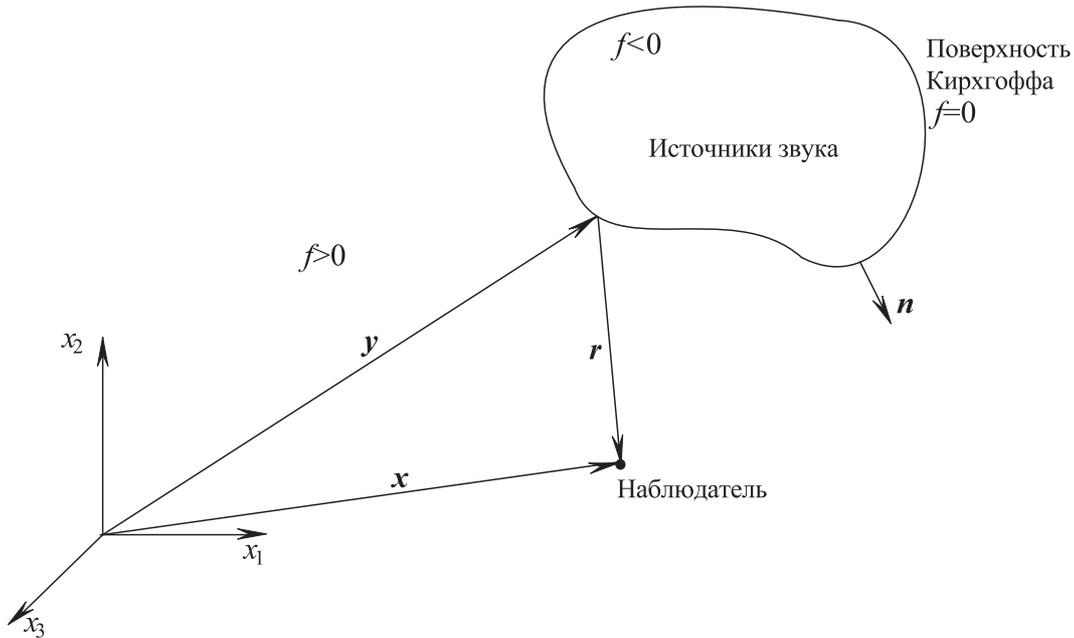


Рис. 3. Определение поверхности Кирхгоффа

При моделировании течений с подвижной контрольной поверхностью производные по времени вызывают численные неустойчивости различного вида, поэтому производные по времени перемещаются под знак интеграла. В интегральной форме решение уравнения FW–Н относительно акустического давления $\tilde{p}(\mathbf{x}, t) = p(\mathbf{x}, t) - p_0$ записывается в виде формулировки Фарассата II (Farassat formulation II) [29]

$$H\tilde{p}(\mathbf{x}, t) = H\tilde{p}_T(\mathbf{x}, t) + H\tilde{p}_L(\mathbf{x}, t) + H\tilde{p}_Q(\mathbf{x}, t). \quad (4)$$

Здесь

$$4\pi\tilde{p}_T(\mathbf{x}, t) = \int_{f(\mathbf{y}, \tau)=0} \left[\frac{\rho_0 (\dot{U}_n + U_{\dot{n}})}{r(1-M_r)^2} \right]_{\text{ret}} dS(\mathbf{y}) + \int_{f(\mathbf{y}, \tau)=0} \left\{ \frac{\rho_0 U_n [r\dot{M}_r + c_0(M_r - M^2)]}{r^2(1-M_r)^3} \right\}_{\text{ret}} dS(\mathbf{y});$$

$$4\pi\tilde{p}_L(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{c_0} \int_{f(\mathbf{y}, \tau)=0} \left[\frac{\dot{L}_r}{r(1-M_r)^2} \right]_{\text{ret}} dS(\mathbf{y}) + \int_{f(\mathbf{y}, \tau)=0} \left[\frac{L_r - L_M}{r^2(1-M_r)^2} \right]_{\text{ret}} dS(\mathbf{y}) +$$

$$+ \frac{1}{c_0} \int_{f(\mathbf{y}, \tau)=0} \left\{ \frac{L_r [r\dot{M}_r + c_0(M_r - M^2)]}{r^2(1-M_r)^3} \right\}_{\text{ret}} dS(\mathbf{y});$$

$$4\pi\tilde{p}_Q(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{f(\mathbf{y}, \tau)>0} \left[\frac{Q_{rr}}{r|1-M_r|} \right]_{\text{ret}} dV(\mathbf{y}) + \frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} \int_{f(\mathbf{y}, \tau)>0} \left[\frac{3Q_{rr} - Q_{ii}}{r^2|1-M_r|} \right]_{\text{ret}} dV(\mathbf{y}) +$$

$$+ \int_{f(\mathbf{y}, \tau)>0} \left[\frac{3Q_{rr} - Q_{ii}}{r^3|1-M_r|} \right]_{\text{ret}} dV(\mathbf{y}).$$

Точка обозначает дифференцирование по времени. Множитель $D = 1 - M_r$ учитывает доплеровский эффект (Doppler effect). Под n_i понимается компонента вектора внешней нормали к контрольной поверхности в направлении i , а под $r_i = x_i - y_i$ — компонента вектора в направлении от точки на поверхности Кирхгоффа до точки наблюдения. Функция U_i (модифицированная скорость) и ее производные находятся из соотношений

$$U_i = \frac{\rho u_i}{\rho_0} + \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right) v_i, \quad U_n = U_i n_i, \quad \dot{U}_n = v_i \frac{\partial n}{\partial \tau}, \quad U_{\dot{n}} = v_i \frac{\partial n_i}{\partial \tau}.$$

Проекция вектора числа Маха на направление наблюдателя в момент излучения звука и его производные находятся из соотношений

$$M_r = \frac{v_i r_i}{c_0}, \quad \dot{M}_r = \dot{M}_i \frac{r_i}{r}, \quad \dot{M}_i = \frac{1}{c_0} \frac{\partial v_i}{\partial \tau}, \quad M^2 = \frac{v_i v_i}{c_0^2}.$$

Компоненты вектора L и его производные находятся из соотношений

$$L_i = [(p - p_0)\delta_{ij} - \tau_{ij} + \rho u_i(u_j - v_j)] n_j, \quad L_r = L_i \frac{r_i}{r}, \quad \dot{L}_r = \frac{\partial L_i}{\partial \tau} \frac{r_i}{r}, \quad L_M = L_i \frac{v_i}{c_0}.$$

Компоненты тензора Q находятся из соотношений $Q_{ij} = \int_{f>0} T_{ij} dn$, $Q_{rr} = Q_{ij} r_i r_j$.

Функции берутся с учетом запаздывания сигнала, приходящего от источника в точку наблюдения. Индекс “ret” в подынтегральных выражениях означает, что выражение под знаком интеграла записывается в момент излучения звука элементарным источником (retired time) $\tau = t - r/c_0$. Интегрирование в соотношении (4) производится в системе координат, связанной с источником (по переменной \mathbf{y}).

Для стационарной контрольной поверхности получим следующие соотношения:

— формулировка Фарассата I

$$4\pi \tilde{p}_T(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{f(\mathbf{y}, \tau)=0} \left[\frac{\rho_0 U_n}{r} \right]_{\text{ret}} dS(\mathbf{y});$$

$$4\pi \tilde{p}_L(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} \int_{f(\mathbf{y}, \tau)=0} \left[\frac{L_r}{r} \right]_{\text{ret}} dS(\mathbf{y}) + \int_{f(\mathbf{y}, \tau)=0} \left[\frac{L_r}{r^2} \right]_{\text{ret}} dS(\mathbf{y});$$

— формулировка Фарассата II

$$4\pi \tilde{p}_T(\mathbf{x}, t) = \int_{f(\mathbf{y}, \tau)=0} \left[\frac{\rho_0 \dot{U}_n}{r} \right]_{\text{ret}} dS(\mathbf{y});$$

$$4\pi \tilde{p}_L(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{c_0} \int_{f(\mathbf{y}, \tau)=0} \left[\frac{\dot{L}_r}{r} \right]_{\text{ret}} dS(\mathbf{y}) + \int_{f(\mathbf{y}, \tau)=0} \left[\frac{L_r}{r^2} \right]_{\text{ret}} dS(\mathbf{y}).$$

В случае, когда контрольная поверхность совпадает с поверхностью твердого тела, слагаемые, стоящие в правой части уравнения (4), приобретают следующий смысл [30]: $\tilde{p}_T(\mathbf{x}, t)$ — определяется формой и кинематикой движения контрольной поверхности (thickness contribution term); $\tilde{p}_L(\mathbf{x}, t)$ — генерируется силой, действующей на жидкость со стороны поверхности (loading contribution term); $\tilde{p}_Q(\mathbf{x}, t)$ — определяется объемными источниками звука, находящимися вне контрольной поверхности. Вычисление слагаемого $\tilde{p}_Q(\mathbf{x}, t)$ требует интегрирования по объему, а его расчет представляет собой ресурсоемкую операцию.

Решение уравнения FW–Н проводится в физическом пространстве. В процессе проведения газодинамического расчета на контрольной поверхности записывается информация о нестационарных газодинамических параметрах потока. Выходными данными являются зависимости акустического давления в заданных точках от времени. Как правило, представляют интерес спектральные характеристики шума. Для определения уровней звукового давления в выбранных точках наблюдения к полученным звуковым сигналам применяется преобразование Фурье по времени, и получаются частотные спектры сигналов — зависимости амплитуды от частоты. Уровень звукового давления (Sound Pressure Level, SPL) и общий

уровень шума (Overall Sound Pressure Level, OSPL) в каждой точке наблюдения находятся из соотношений

$$\text{SPL} = 20 \log \frac{P_i}{2^{1/2} P_*}, \quad \text{OSPL} = 10 \log \left(\sum_{i=1}^N 10^{\text{SPL}_i/10} \right),$$

где P_i — амплитуда гармоники i , P_* — порог слышимости ($P_* = 2 \times 10^{-5}$ Па).

6. Вычислительная процедура. Численная реализация метода FW–Н состоит в вычислении интегралов при помощи тех или квадратурных формул, интерполяции параметров потока и других функций, входящих в подынтегральные выражения, в точку запаздывания акустического сигнала и вычислении источниковых членов как функции времени.

6.1. Особенности реализации. Задачи аэроакустики имеют несколько особенностей, обуславливающих их высокую вычислительную стоимость. В аэроакустике возникает необходимость использования разностных схем повышенного порядка точности для того, чтобы корректно воспроизводить турбулентное течение и акустические волны, имеющие небольшую амплитуду по сравнению с турбулентными пульсациями. В области ближнего поля, где происходят процессы генерации шума, требуется высокое разрешение по пространству. Требование высокого разрешения по времени объясняется необходимостью получения широкополосных спектров в сочетании с интегрированием и осреднением по длительному временному интервалу.

Основу вычислительного алгоритма составляют схемы повышенной точности с определением переменных в узлах неструктурированных сеток с произвольной топологией ячеек, что позволяет моделировать обтекание геометрически сложных объектов [31]. Для пространственной дискретизации используется конечно-объемная схема повышенного порядка точности. Для интегрирования по времени применяются различные явные и неявные схемы [31].

В классической интегральной акустической модели FW–Н сигнал дальнего поля получается при помощи интегрирования численного решения по контрольной поверхности вокруг источника звука. Уменьшение чувствительности решения гибридной модели к численным параметрам, например к выбору положения контрольной поверхности, является необходимым требованием для анализа влияния различных компонент физической модели на суммарный вклад в шум дальнего поля.

6.2. Квадратурные формулы. В общем, интегральные соотношения, полученные в результате решения уравнения FW–Н, имеют вид

$$4\pi\phi(\mathbf{x}, t) = \int_{[f]_{\text{ret}}=0} \int \left[\frac{Q(\mathbf{y}, \tau)}{4\pi r^{N_1} |1 - M_r|^{N_2}} \right] dS(\mathbf{y}), \quad (5)$$

где N_1 и N_2 — целые числа. Под $Q(\mathbf{y}, \tau)$ понимается интенсивность источника, которая является функцией пространства и времени. Акустическое давление $\tilde{p}(\mathbf{x}, t)$ представляет собой сумму интегралов вида (5).

Интегрирование проводится по выбранной контрольной поверхности, а подынтегральное выражение вычисляется в запаздывающий момент времени $\tau = t - r/c_0$. При этом точка (\mathbf{x}, t) является фиксированной при вычислении интеграла. Вычисления состоят в реализации трех вложенных циклов. Два внешних цикла соответствуют интегрированию по пространству (по точкам наблюдения) и времени, а внутренний цикл соответствует точкам, в которых находятся источники звука на выбранной контрольной поверхности.

Разбивая контрольную поверхность S на M граней и вычисляя подынтегральное выражение в центре каждой грани, характеризуемой радиус-вектором \mathbf{y}_{mc} , в момент времени $\tau_{mc} = t - r_{mc}/c_0$ в дискретном виде соотношение (5) принимает вид

$$4\pi\phi(\mathbf{x}, t) = \sum_{m=1}^M \frac{Q_m(\mathbf{y}_{mc}, t - r_{mc}/c_0)}{\left[r_{mc}^{N_1} |1 - M_r|^{N_2} \right]_{\text{ret}}} \Delta S_m, \quad (6)$$

где $r_{mc} = |\mathbf{x} - \mathbf{y}_{mc}|$. В случае подвижного источника его положение является функцией времени $\mathbf{y}_{mc}(\tau)$. В этом случае запаздывающий момент времени определяется неявным образом, являясь корнем уравнения

$$t - \tau - \frac{r_{mc}(\tau)}{c_0} = 0.$$

Вычисление функции Q_{mc} в центре каждой грани в запаздывающий момент времени требует интерполяции функций во времени. Внешние циклы по всем возможным пространственно-временным положениям наблюдателя позволяют определить акустическое давление как функцию пространства и времени.

Для улучшения точности вместо соотношения (6) используется оценка подынтегрального выражения в нескольких точках каждой грани

$$4\pi\phi(\mathbf{x}, t) = \sum_{m=1}^M \left\{ \sum_{i=1}^{M_i} \alpha_i \frac{Q_m(\mathbf{y}_i, t - r_i/c_0)}{[r_i^{N_1} |1 - M_r|_i^{N_2}]_{\text{ret}}} |J|_i \right\} \Delta S_m,$$

где $M_i(M_r, \Delta S_m) \sim \frac{\Delta S_m}{|1 - M_r|_i^{N_2}}$.

Под α_i и $|J|_i$ понимаются квадратурные весовые коэффициенты и якобиан преобразования, соответствующие точке i . Использование многоточечной квадратурной формулы позволяет реализовать вычисления, приспособленные к скорости изменения подынтегрального выражения (число квадратурных точек M_i зависит от грани m).

Рассмотрим пространственную дискретизацию цилиндрической контрольной поверхности, показанной на рис. 4. Поверхностный интеграл по контрольной поверхности представляет собой сумму интегралов по всем граням, на которые разбивается контрольная поверхность. Вычисления интегралов для каждой грани проводятся с использованием квадратурных формул 2-го порядка или квадратурных формул 4-го порядка (метод Симпсона). При использовании формул 2-го порядка подынтегральное выражение вычисляется в центральной точке грани m_c , а при использовании формул 4-го порядка требуется вычисление подынтегрального выражения в 9 точках (m_1, m_2, \dots, m_8 и m_c).

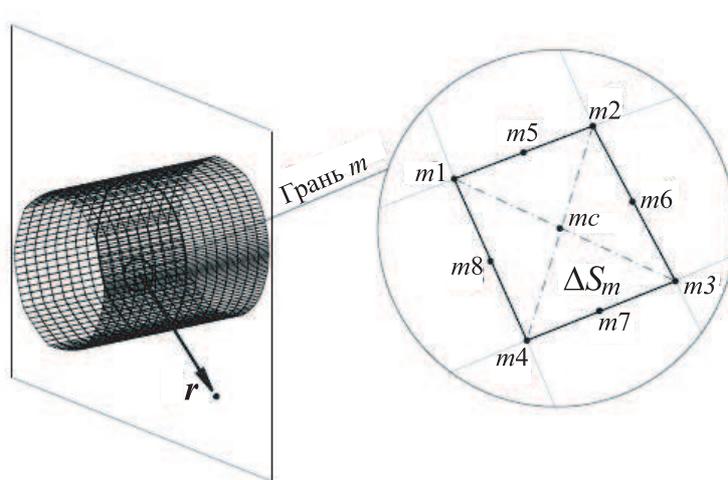


Рис. 4. Дискретизация цилиндрической контрольной поверхности

1. Формула 2-го порядка. При использовании формулы 2-го порядка подынтегральное выражение представляется в виде

$$\sum_{m=1}^M Q(\mathbf{y}_{m_c}, t_n - r_{m_c}/c_0) \Delta S_m,$$

где $\mathbf{y}_{m_c} = \frac{1}{4}(\mathbf{y}_{m_1} + \mathbf{y}_{m_2} + \mathbf{y}_{m_3} + \mathbf{y}_{m_4})$. Под t_n понимается время наблюдения, \mathbf{x} — положение наблюдателя, $r_{m_c} = |\mathbf{x} - \mathbf{y}_{m_c}|$.

2. Формула 4-го порядка. При использовании формулы 4-го порядка подынтегральное выражение представляется в виде

$$\sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^9 \alpha_i Q(\mathbf{y}_{m_i}, t_n - r_{m_i}/c_0) \Delta S_m \left(\sum_{i=1}^9 \alpha_i \right)^{-1},$$

где $\mathbf{y}_{m_c} = \frac{1}{4}(\mathbf{y}_{m_1} + \mathbf{y}_{m_2} + \mathbf{y}_{m_3} + \mathbf{y}_{m_4})$. При этом $\mathbf{y}_{m_c} = \mathbf{y}_{m_9}$. Точки $\mathbf{y}_{m_1}, \mathbf{y}_{m_2}, \mathbf{y}_{m_3}, \mathbf{y}_{m_4}$ соответствуют угловым точкам грани. Координаты серединных точек находятся из соотношений

$$\mathbf{y}_{m_5} = \frac{1}{2}(\mathbf{y}_{m_1} + \mathbf{y}_{m_2}), \quad \mathbf{y}_{m_6} = \frac{1}{2}(\mathbf{y}_{m_2} + \mathbf{y}_{m_3}), \quad \mathbf{y}_{m_7} = \frac{1}{2}(\mathbf{y}_{m_3} + \mathbf{y}_{m_4}), \quad \mathbf{y}_{m_8} = \frac{1}{2}(\mathbf{y}_{m_4} + \mathbf{y}_{m_1}).$$

Под t_n понимается время наблюдения, \mathbf{x} — положение наблюдателя, $r_{m_i} = |\mathbf{x} - \mathbf{y}_{m_i}|$. Весовым коэффициентам присваиваются следующие значения: $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 1, \alpha_5 = \alpha_6 = \alpha_7 = \alpha_8 = \alpha_9 = 16$.

6.3. Интерполяция подынтегральных выражений. Подынтегральное выражение $Q(\mathbf{y}_{m_i}, \tau_n)$, где $\tau_n = t_n - r_{m_i}/c_0$, вычисляется с использованием процедуры интерполяции на основе величин $Q(\mathbf{y}_{m_i}, \tau_m)$, где τ_m — время источника, используемых в CFD-расчетах. В общем случае $\tau_n \neq \tau_m$. Информация в точке источника хранится в виде временных распределений плотности, скорости и давления. Для расчета

поверхностных интегралов и подынтегральных выражений, зависящих от \dot{L}_i , \dot{U}_i и \dot{M}_i и являющихся функциями плотности, скорости и давления, требуется найти производные по времени. Для этого применяются соотношения 2-го и 4-го порядка точности на неравномерной сетке (рис. 5).

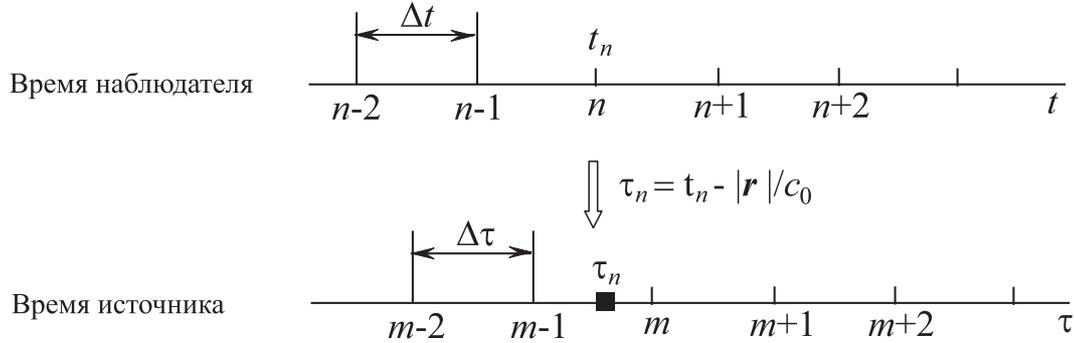


Рис. 5. Интерполяция искоемых функций в запаздывающий момент времени

Интерполяция проводится из момента времени источника τ_m , соответствующего CFD-расчетам, в момент времени τ_n , который требуется для численного нахождения интегралов.

1. Формулы 2-го порядка. При использовании формул 2-го порядка точности интерполяция из временной точки τ_m в точку τ_n производится при помощи соотношения

$$\Phi(\tau_n) = \Phi(\tau_m) \frac{\tau_n - \tau_{m-1}}{\tau_m - \tau_{m-1}} + \Phi(\tau_{m-1}) \frac{\tau_m - \tau_n}{\tau_m - \tau_{m-1}}.$$

Производная по времени находится из соотношения

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} \right)_{\tau=\tau_n} = \frac{\Phi_m(\tau_n - \tau_{m-1})^2 - \Phi_{m-1}(\tau_m - \tau_n)^2}{(\tau_m - \tau_n)(\tau_n - \tau_{m-1})(\tau_m - \tau_{m-1})} + \frac{\Phi_n[(\tau_m - \tau_n)^2 - (\tau_n - \tau_{m-1})^2]}{(\tau_m - \tau_n)(\tau_n - \tau_{m-1})(\tau_m - \tau_{m-1})}.$$

2. Формулы 4-го порядка. При использовании формул 4-го порядка точности интерполяция из временной точки τ_m в точку τ_n производится при помощи соотношения

$$\Phi(\tau_n) = a_0 + a_1\tau_n + a_2\tau_n^2 + a_3\tau_n^3.$$

Производная по времени находится из соотношения

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} \right)_{\tau=\tau_n} = a_1 + 2a_2\tau_n + 3a_3\tau_n^2.$$

Здесь

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{\Delta_1}{\Delta} = -\frac{3\tau_i^2 + 6\tau_i(\Delta\tau) + 2(\Delta\tau)^2}{6(\Delta\tau)^3} \Phi_{i-1} + \frac{3\tau_i^2 + 4\tau_i(\Delta\tau) - (\Delta\tau)^2}{2(\Delta\tau)^3} \Phi_i - \\ &\quad - \frac{3\tau_i^2 + 2\tau_i(\Delta\tau) - 2(\Delta\tau)^2}{2(\Delta\tau)^3} \Phi_{i+1} + \frac{3\tau_i^2 - (\Delta\tau)^2}{6(\Delta\tau)^3} \Phi_{i+2}; \\ a_2 &= \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\tau_i + \Delta\tau}{2(\Delta\tau)^3} \Phi_{i-1} - \frac{3\tau_i + 2\Delta\tau}{2(\Delta\tau)^3} \Phi_i + \frac{3\tau_i + \Delta\tau}{2(\Delta\tau)^3} \Phi_{i+1} - \frac{\tau_i}{2(\Delta\tau)^3} \Phi_{i+2}; \\ a_3 &= \frac{\Delta_3}{\Delta} = -\frac{1}{6(\Delta\tau)^3} \Phi_{i-1} + \frac{1}{2(\Delta\tau)^3} \Phi_i - \frac{1}{2(\Delta\tau)^3} \Phi_{i+1} + \frac{1}{6(\Delta\tau)^3} \Phi_{i+2}. \end{aligned}$$

Соотношения для вычисления дискриминантов имеют вид

$$\begin{aligned} \Delta &= 12(\Delta\tau)^6; \\ \Delta_0 &= 2(\Delta\tau)^3(\tau_i\tau_{i+1}\tau_{i+2})\Phi_{i-1} - 2(\Delta\tau)^3(\tau_{i-1}\tau_{i+1}\tau_{i+2})\Phi_i + \\ &\quad + 2(\Delta\tau)^3(\tau_{i-1}\tau_i\tau_{i+2})\Phi_{i+1} - 2(\Delta\tau)^3(\tau_{i-1}\tau_i\tau_{i+1})\Phi_{i+2}; \\ \Delta_1 &= -2(\Delta\tau)^3[3\tau_i^2 + 6\tau_i\Delta\tau + 2(\Delta\tau)^2]\Phi_{i-1} + 6(\Delta\tau)^3[3\tau_i^2 + 4\tau_i\Delta\tau - (\Delta\tau)^2]\Phi_i - \\ &\quad - 6(\Delta\tau)^3[3\tau_i^2 + 2\tau_i\Delta\tau - 2(\Delta\tau)^2]\Phi_{i+1} + 2(\Delta\tau)^3[3\tau_i^2 - (\Delta\tau)^2]\Phi_{i+2}; \\ \Delta_2 &= 6(\Delta\tau)^3(\tau_i + \Delta\tau)\Phi_{i-1} - 6(\Delta\tau)^3(3\tau_i + 2\Delta\tau)\Phi_i + \\ &\quad + 6(\Delta\tau)^3(3\tau_{i-1} + \Delta\tau)\Phi_{i+1} - 6(\Delta\tau)^3\tau_i\Phi_{i+2}; \\ \Delta_3 &= -2(\Delta\tau)^3\Phi_{i-1} + 6(\Delta\tau)^3\Phi_i + 6(\Delta\tau)^3\Phi_{i+1} + 2(\Delta\tau)^3\Phi_{i+2}. \end{aligned}$$

7. Результаты расчетов. Рассмотрим струю холодного воздуха, истекающую из осесимметрично-го конического сопла в затопленное пространство. Для формирования сверхзвуковой струи используется коническое сопло с диаметром среза сопла $d_a = 76.20$ мм и углом полураствора сопла $\theta_a = 25^\circ$. В поперечном сечении расчетная область представляет собой прямоугольник $[0, L_x] \times [0, L_y]$. Протяженность расчетной области составляет $80d_a$ вниз по потоку от среза сопла, $10d_a$ вверх по потоку от среза сопла (это расстояние равняется длине соплового участка L_n , включающего в себя цилиндрическую секцию и коническое сопло), $35d_a$ в радиальном направлении.

В расчетах используется блочная гибридная вычислительная сетка, состоящая в поперечном сечении из треугольных и четырехугольных элементов. Четырехугольные элементы (структурированная часть сетки) используется внутри сопла и в области истечения струи на расстоянии 20 калибров от среза сопла. Треугольные элементы (неструктурированная часть сетки) используются в области дальнего поля. Внутри сопла применяется равномерная сетка в направлении течения (ось x) и неравномерная сетка в направлении оси y со сгущением узлов вблизи стенки сопла. Расчеты поля течения в сопле проводятся на сетке, содержащей 200×80 узлов. Шаг сетки по радиальной координате вблизи стенки сопла составляет 2.54×10^{-5} м (при этом $y^+ \sim 1.8$). За срезом сопла сетка содержит около 350 узлов по осевой координате и около 200 узлов в радиальном направлении. Измельчение сетки вблизи области струйного течения обеспечивает адекватное разрешение волн неустойчивости сдвигового слоя и ударно-волновой структуры.

На входной границе расчетной области задается полное давление p_0 , соответствующее давлению в форкамере, и полная температура T_0 ($T_0 = 288$ К), соответствующая температуре торможения в форкамере. Уровень начальной турбулентности в струе определяется заданием интенсивности пульсаций скорости потока в сопле, равной 0.1%, и отношением турбулентной вязкости к ламинарной, равным 1. На внешней границе расчетной области фиксируются давление и температура в окружающем пространстве ($p_\infty = 10^5$ Па, $T_\infty = 288$ К). На внутренних и внешних стенках сопла используются граничные условия прилипания и непротекания для скорости и адиабатические граничные условия для температуры.

Дискретизация уравнений газовой динамики выполняется при помощи метода конечных объемов [31]. При численном решении нестационарных уравнений газовой динамики применяется метод интегрирования по фиктивному времени, а для установления на каждом временном слое производится до 25 итераций. В расчетах используется неявная разностная схема второго порядка для дискретизации по времени и схема MUSCL третьего порядка точности для дискретизации по пространству. Диффузионные члены вычисляются с использованием центральной разностной схемы второго порядка точности. Число Куранта принимается равным 10.

На первом этапе проводится нестационарный расчет процесса смешения струи и накапливаются данные о газодинамических полях на поверхности Кирхгофа, охватывающей область смешения (рис. 6). Нестационарные газодинамические параметры на поверхности Кирхгофа записываются после получения развитой вихревой структуры в области смешения струи в течение 10^4 шагов по времени (шаг по времени составляет 2×10^{-6} с). Для получения осредненных

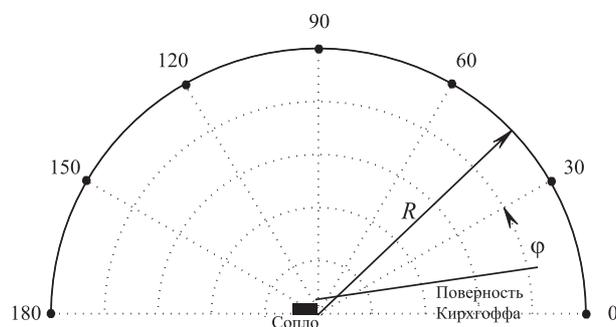


Рис. 6. Расположение точек наблюдения относительно среза сопла

параметров потока и турбулентности, а также для расчета шума набирается статистика, временная протяженность которой составляет $30d_a/u_a$. На втором этапе полученные данные на поверхности Кирхгоффа используются для численного интегрирования неоднородного волнового уравнения для расчета звукового давления в выбранных точках наблюдения.

Запуск сопла происходит с разрывом диафрагмы при непрерывном нарастании давления в предсопловом объеме. Развитие картины течения в струе во времени показывает рис. 7 (представлена половина расчетной области). Основными элементами течения являются пусковая ударная волна, контактная поверхность, волна торможения, вихревое кольцо.

Приведенные результаты позволяют наблюдать распространение от среза сопла пусковой ударной волны. Между волной торможения и пусковой ударной волной видна контактная поверхность, разделяющая истекающий из сопла газ от газа окружающего пространства, сжатого пусковой ударной волной. Начало формирования струи сопровождается образованием у кромки сопла вихревого кольца. Параметры истекающего из сопла потока в зоне разрежения между соплом и волной торможения согласуются с параметрами течения за боковой частью пусковой ударной волны с помощью тангенциальных разрывов и висячих скачков, которые замыкаются на волну торможения. С удалением волны торможения от сопла через некоторое время формируется волновая структура струи, характерная для первой бочки сверхзвуковой струи с диском Маха, а позднее — с точкой регулярного отражения висячих скачков. Зона разрежения за диском Маха или точкой регулярного отражения висячих скачков согласуется с течением за пусковой ударной волной с помощью новой волны торможения. Видно также образование второй и последующих бочек струи. Разрушение вихревого кольца сопровождается образованием волн сжатия, распространяющихся вслед за пусковой ударной волной.

Сравнение расчетной картины течения в струе, обработанной в виде линий уровня градиента давления, с данными физического эксперимента показывает рис. 8. Для получения экспериментальной картины течения используется воздушный стенд, который позволяет проследить выход ударной волны и формирование струйного потока за срезом сопла в условиях его запуска в нестационарном режиме при разрыве диафрагмы, установленной в предсопловом объеме. Разрыв диафрагмы происходит при непрерывном повышении давления в предсопловом объеме до уровня 1.2 МПа.

Для указания уровня акустического давления для каждого пространственного направления используется диаграмма направленности акустического излучения. Расчетные спектры шума на радиальной поверхности, расположенной на расстоянии 5.58 м от среза сопла, показывает рис. 9а в диапазоне полярных

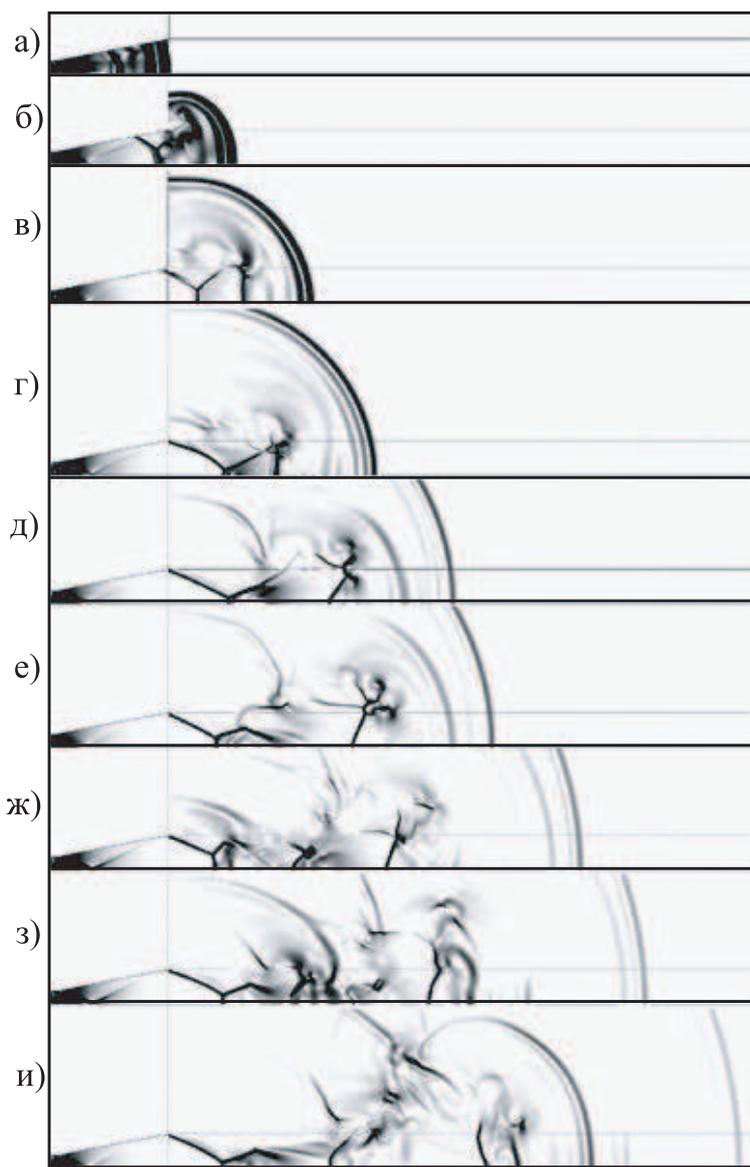


Рис. 7. Развитие картины течения в струе в моменты времени 0.05 (а), 0.08 (б), 0.108 (в), 0.198 (г), 0.288 (д), 0.378 (е), 0.468 (ж), 0.558 (з), 0.6 мс (и)

углов 20–160° (направленность шума в дальнем поле). Полученные данные дополнительно осредняются по 10 азимутальным углам. Преобразование Фурье позволяет получить распределение акустической мощности, уровня звукового давления и других акустических параметров по частотному спектру (рис. 9б).

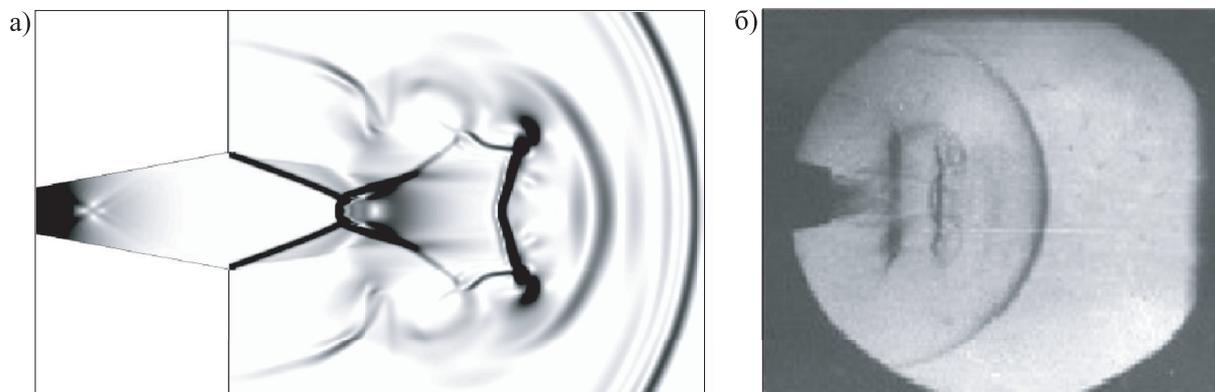


Рис. 8. Сравнение ударно-волновой картины течения в струе на основе расчетных (а) и экспериментальных данных (б)

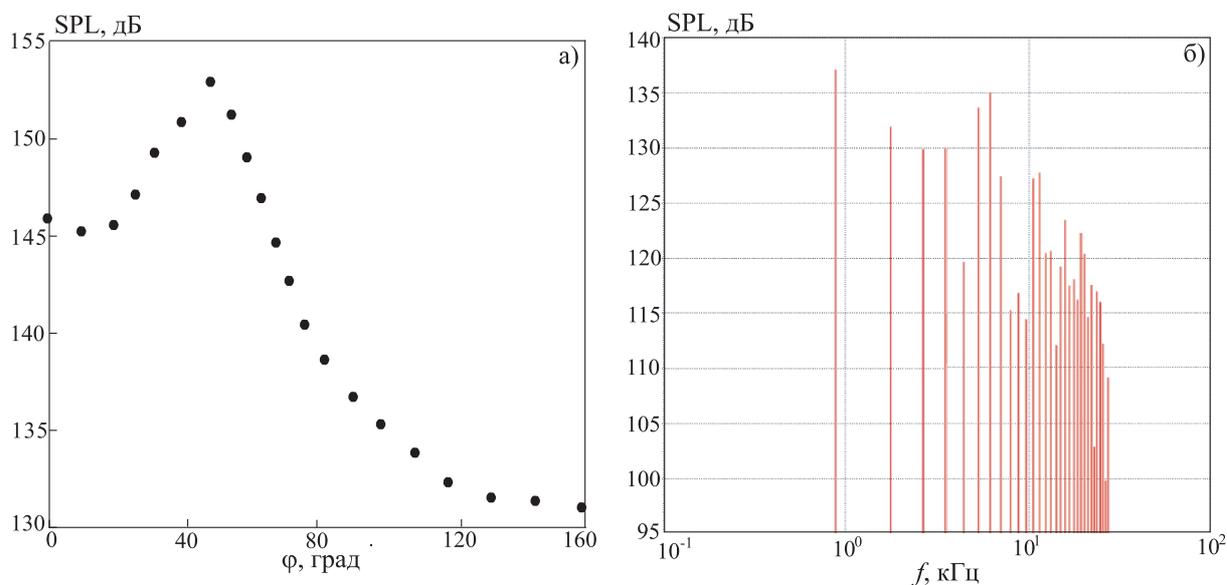


Рис. 9. Спектры уровня звукового давления в сечении $y = 0$ для различных значений угловой координаты (а) и распределение уровня звукового давления по частотам в точке, расположенной на расстоянии 40 мм от оси симметрии (б)

Шум смешения струи излучается турбулентными структурами, движущимися в слое смешения и взаимодействующими с потоком окружающей среды, в виде волн Маха (излучение фронтов возмущения под углом Маха) в окружающую среду ввиду своей сверхзвуковой конвективной скорости. В зависимости от волнового числа излучение происходит с разных участков длины струи под разными углами ввиду затухания и усиления вихревых структур.

Ударно-волновой шум проявляется только на нерасчетных режимах истечения. Излучение данного шума происходит при прохождении крупномасштабных вихревых структур в слое смешения через прямые и косые скачки уплотнения, что приводит к росту амплитуды флуктуаций крупномасштабных вихревых структур. При прохождении вихря через скачок уплотнения за фронтом ударной волны происходит повышение давления в одной части вихря и понижение в другой. Это вызывает образование волн давления и разрежения, движущихся в разных направлениях, а система ведет себя как дипольный источник излучения. Мощность излучения ударно-волнового шума напрямую связана с кинетической энергией струи.

Дискретный тон связан с ударно-волновым шумом струи. При этом основное отличие в механизме формирования этого шума заключается в наличии обратной акустической связи. Ударно-волновой шум, излучаемый с границ газодинамических бочек, двигаясь в направлении, противоположном течению

струи, воздействует на тонкий слой смешения вблизи среза сопла. Это приводит к усилению возмущений в автоколебательной системе, в которой происходит развитие колебаний на определенной частоте, что вызывает увеличение амплитуды пульсаций. Образованные скачками уплотнения ячейки (“бочки”) в процессе их колебаний генерируют акустические волны, распространяющиеся против потока. Достигая среза сопла, они возмущают течение вниз по потоку, образуя таким образом замкнутый цикл с “накачиванием” интенсивности звукового давления в окрестности среза сопла.

8. Заключение. По сравнению с классической газовой динамикой, задачи вычислительной аэроакустики отличаются повышенной степенью сложности. Одна из проблем заключается в разбросе характерных масштабов, возникающих в задачах, связанных с генерацией и распространением звука. Характерный размер акустических волн в воздухе на несколько порядков превышает размер пульсаций, отвечающих за перенос энергии. Другая сложность состоит в том, что во многих случаях акустическая энергия составляет всего лишь малую долю полной энергии. Вследствие значительного разброса в характерных масштабах, корректный расчет акустического поля представляется достаточно сложным для численного моделирования генерации и распространения звука.

Результаты расчетов позволяют воспроизвести широкополосный шум от ударно-волновых ячеек, распространяющийся в основном в боковом направлении и вверх по потоку, волны Маха, а также шум, обусловленный турбулентным смешением, источник которого располагается в конце потенциального ядра и сверхзвуковой зоны струи. Разработанные подходы позволяют с удовлетворительной точностью проводить расчеты нестационарных трехмерных турбулентных течений вязкого сжимаемого газа и акустических процессов, происходящих при истечении сверхзвуковых струй газа из сопла в затопленное пространство, а применение суперкомпьютерных технологий приводит к сокращению времени, затрачиваемого на исследование.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Raman G.* Supersonic jet screech: half-century from Powell to the present // *Journal of Sound and Vibration*. 1999. **225**, N 3. 543–571.
2. *Гиневский А.С., Власов Е.В., Каравосов Р.К.* Акустическое управление турбулентными струями. М.: Физматлит, 2001.
3. *Chin C., Li M., Harkin C., Rochwerger T., Chan L., Ooi A.* Investigation of the flow structures in supersonic free and impinging jet flows // *Journal of Fluids Engineering*. 2013. **135**, N 3. doi 10.1115/1.4023190.
4. *Волков К.Н., Емельянов В.Н., Зазимко В.А.* Турбулентные струи: статические модели и моделирование крупных вихрей. М.: Физматлит, 2014.
5. *Zapryagaev V., Kiselev N., Gubanov D.* Shock-wave structure of supersonic jet flows // *Aerospace*. 2018. **5**. doi 10.3390/aerospace5020060.
6. *Бойко В.М., Достовалов А.В., Запругаев В.И., Кауц И.Н., Киселев Н.П., Пивоваров А.А.* Исследование структуры сверхзвуковых неизобарических струй // *Ученые записки ЦАГИ*. 2010. **41**, № 2. 44–58.
7. *Etami B., Bussman M., Tran H.* Application of realizability and shock unsteadiness to $k-\epsilon$ simulations of under-expanded axisymmetric supersonic free jets // *Journal of Fluid Engineering*. 2010. **132**, N 4. doi 10.1115/1.4001341.
8. *Nichols D.S.* Accounting for shocks in the KEKW turbulence model // *AIAA Paper*. 2011. doi 10.2514/6.2011-3573.
9. *Oh Y.H., Bushnell D.M.* Influence of external disturbances and compressibility on free turbulent mixing. NASA Report SP-347. Hampton: NASA Langley Research Center, 1975.
10. *Sarkar S.* Modeling the pressure-dilatation correlation. NASA Report CR-187566. Hampton: NASA Langley Research Center, 1991.
11. *Thies A.T., Tam C.K.W.* Computation of turbulent axisymmetric and nonaxisymmetric jet flows using the K-epsilon model // *AIAA Journal*. 1996. **34**, N 2. 309–316.
12. *Tam C.K.W., Auriault L.* Jet mixing noise from fine-scale turbulence // *AIAA Journal*. 1999. **37**, N 2. 145–153.
13. *Khavaran A., Kenzakowski D.C., Mielke-Fagan A.F.* Hot jets and sources of jet noise // *International Journal of Aeroacoustics*. 2010. **9**, N 4–5. 491–532.
14. *Alam M.M.A., Setoguchi T., Matsuo S., Kim H.D.* Nozzle geometry variations on the discharge coefficient // *Propulsion and Power Research*. 2016. **5**, N 1. 22–33.
15. *Kim J.-H., Kearney-Fischer M., Samimy M., Gogineni S.* Far-field noise control in supersonic jets from conical and contoured nozzles // *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 2011. **133**. doi 10.1115/1.4002811.
16. *Emelyanov V.N., Tsvetkov A.I., Volkov K.N.* Mechanism of generation and sources of noise in supersonic jets // *Journal Akustika*. 2019. **32**. 144–150.
17. *Emelyanov V.N., Pustovalov A.V., Volkov K.N.* Supersonic jet and nozzle flows in uniform-flow and free-vortex aerodynamic windows of gas lasers // *Acta Astronautica*. 2019. **163**. Part A. 232–243.
18. *Tam C.K.W.* Supersonic jet noise // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 1995. **27**. 17–43.
19. *Ffowcs Williams J.E.* The noise from turbulence convected at high speed // *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. 1963. **255**. 469–503.

20. *Phillips O.M.* On the generation of sound by supersonic turbulent shear layers // *Journal of Fluid Mechanics*. 1960. **9**, N 1. 1–28.
21. *Tam C.K.W., Chen P., Seiner J.M.* Relationship between the instability waves and noise of high-speed jets // *AIAA Journal*. 1992. **7**, N 30. 1747–1752.
22. *Goldstein M.E.* An exact form of Lilley's equation with velocity quadrupole/temperature dipole source term // *Journal of Fluid Mechanics*. 2001. **443**. 231–236.
23. *Harper-Bourne M., Fisher M.J.* The noise from shock waves in supersonic jets // *Proc. AGARD Conference on Noise Mechanisms*. Vol. 2, No. 131. Brussels: Adv. Group Aero. Res. Dev., 1973. 11-1–11-13.
24. *Norum T.D., Seiner J.M.* Broadband shock noise from supersonic jets // *AIAA Journal*. 1982. **20**, N 1. 68–73.
25. *Alkisar M.B., Krothapalli A., Lourenco L.M.* Structure of a screeching rectangular jet: a stereoscopic particle image velocimetry study // *Journal of Fluid Mechanics*. 2003. **489**. 121–154.
26. *Farr R., Chang C.-L., Jones J.H., Dougherty N.S.* On the comparison of the long penetration mode (LPM) supersonic counterflowing jet to the supersonic screech jet // *AIAA Paper*. 2015. doi 10.2514/6.2015-3126.
27. *Бакулев В.Л., Воробьев А.М.* Снижение шума блочной сверхзвуковой струи с помощью впрыска воды // *Вестник СПбГУ. Серия 1*. 2015. **2**, вып. 3. 415–425.
28. *Farassat F.* Linear acoustic formulas for calculation of rotating blade noise // *AIAA Journal*. 1981. **19**, N 9. 1122–1130.
29. *Farassat F.* Prediction of advanced propeller noise in the time domain // *AIAA Journal*. 1986. **24**, N 4. 578–584.
30. *Brentner K.S., Farassat F.* Analytical comparison of the acoustic analogy and Kirchhoff formulation for moving surfaces // *AIAA Journal*. 1998. **36**, N 8. 1379–1386.
31. *Volkov K.* Multigrid and preconditioning techniques in CFD applications // *CFD Techniques and Thermo-Mechanics Applications*. Cham: Springer, 2018. 83–149.

Поступила в редакцию
05.11.2019

Mechanisms of Generation and Noise Sources of Supersonic Jets and the Numerical Simulation of Their Gas Dynamic and Aeroacoustic Characteristics

K. N. Volkov¹, V. N. Emelyanov², A. I. Tsvetkov³, and P. S. Chernyshov⁴

¹ *Ustinov Baltic State Technical University, Faculty of Rocket and Space Engineering; ulitsa Pervaya Krasnoarmeiskaya 1, St. Petersburg, 190005, Russia; Dr. Sci., Leading Scientist, e-mail: dsci@mail.ru*

² *Ustinov Baltic State Technical University, Faculty of Rocket and Space Engineering; ulitsa Pervaya Krasnoarmeiskaya 1, St. Petersburg, 190005, Russia; Dr. Sci., Professor, e-mail: vlademelyanov@gmail.com*

³ *Ustinov Baltic State Technical University, Faculty of Rocket and Space Engineering; ulitsa Pervaya Krasnoarmeiskaya 1, St. Petersburg, 190005, Russia; Ph.D., Associate Professor, e-mail: acvetkov@yandex.ru*

⁴ *Ustinov Baltic State Technical University, Faculty of Rocket and Space Engineering; ulitsa Pervaya Krasnoarmeiskaya 1, St. Petersburg, 190005, Russia; Graduate Student, e-mail: pashachp8@gmail.com*

Received November 5, 2019

Abstract: The interest in the development of models and methods focused on the study of mechanisms of noise generation in jets is explained by tightening requirements imposed on the noise produced by various industrial devices. The models of computational fluid dynamics and aeroacoustics, the integral methods of far-field noise calculation, and the numerical implementation of the corresponding mathematical models are considered. The capabilities of the developed numerical simulation tools are demonstrated by the solution of practical problems related to the noise generation by supersonic underexpanded jets. The effect of the nozzle pressure ratio on the jet structure and the distribution of gas-dynamic and acoustic characteristics is discussed. The developed tools for the numerical solution of problems in the computational fluid dynamics and computational aeroacoustics can be considered as the tools for solving various research and engineering problems and as the basis for the development of new methods and numerical algorithms.

Keywords: computational fluid dynamics, computational aeroacoustics, supersonic jet, underexpanded jet, noise.

References

1. G. Raman, "Supersonic Jet Screech: Half-Century from Powell to the Present," *J. Sound Vib.* **225** (3), 543–571 (1999).
2. A. S. Ginevskii, E. V. Vlasov, and R. K. Karavosov, *Acoustic Control of Turbulent Jets* (Fizmalit, Moscow, 2001) [in Russian].
3. C. Chin, M. Li, C. Harkin, et al., "Investigation of the Flow Structures in Supersonic Free and Impinging Jet Flows," *J. Fluids Eng.* **135** (2013). doi 10.1115/1.4023190
4. K. N. Volkov, V. N. Emel'yanov, and V. A. Zazimko, *Turbulent Jets: Static Models and Simulation of Large Eddies* (Fizmalit, Moscow, 2014) [in Russian].
5. V. Zapryagaev, N. Kiselev, and D. Gubanov, "Shock-Wave Structure of Supersonic Jet Flows," *Aerospace* **5** (2018). doi 10.3390/aerospace5020060
6. V. M. Boyko, A. V. Dostovalov, V. I. Zapryagaev, et al., "Investigation of Supersonic Nonisobaric Jet Structure," *Uchen. Zap. TsAGI* **41** (2), 44–58 (2010) [*TsAGI Sci. J.* **41** (2), 187–205 (2010)].
7. B. Emami, M. Bussman, and H. Tran, "Application of Realizability and Shock Unsteadiness to $k-\varepsilon$ Simulations of Under-Expanded Axisymmetric Supersonic Free Jets," *J. Fluid Eng.* **132** (2010). doi 10.1115/1.4001341
8. D. S. Nichols, "Accounting for Shocks in the KEKW Turbulence Model," *AIAA Paper* (2011). doi 10.2514/6.2011-3573
9. Y. H. Oh and D. M. Bushnell, *Influence of External Disturbances and Compressibility on Free Turbulent Mixing*, NASA Report SP-347 (NASA Langley Research Center, Hampton, 1975).
10. S. Sarkar, *Modeling the Pressure-Dilatation Correlation*, NASA Report CR-187566 (NASA Langley Research Center, Hampton, 1991).
11. A. T. Thies and C. K. W. Tam, "Computation of Turbulent Axisymmetric and Nonaxisymmetric Jet Flows Using the $K - \varepsilon$ Model," *AIAA J.* **34** (2), 309–316 (1996).
12. C. K. W. Tam and L. Auriault, "Jet Mixing Noise from Fine-Scale Turbulence," *AIAA J.* **37** (2), 145–153 (1999).
13. A. Khavaran, D. C. Kenzakowski, and A. F. Mielke-Fagan, "Hot Jets and Sources of Jet Noise," *Int. J. Aeroacoust.* **9** (4–5), 491–532 (2010).
14. M. M. A. Alam, T. Setoguchi, S. Matsuo, and H. D. Kim, "Nozzle Geometry Variations on the Discharge Coefficient," *Propul. Power Res.* **5** (1), 22–33 (2016).
15. J.-H. Kim, M. Kearney-Fischer, M. Samimy, and S. Gogineni, "Far-Field Noise Control in Supersonic Jets From Conical and Contoured Nozzles," *J. Eng. Gas Turbines Power* **133** (2011). doi 10.1115/1.4002811
16. V. N. Emelyanov, A. I. Tsvetkov, and K. N. Volkov, "Mechanism of Generation and Sources of Noise in Supersonic Jets," *J. Akustika* **32**, 144–150 (2019).
17. V. N. Emelyanov, A. V. Pustovalov, and K. N. Volkov, "Supersonic Jet and Nozzle Flows in Uniform-Flow and Free-Vortex Aerodynamic Windows of Gas Lasers," *Acta Astronaut.* **163**, Part A, 232–243 (2019).
18. C. K. W. Tam, "Supersonic Jet Noise," *Annu. Rev. Fluid Mech.* **27**, 17–43 (1995).
19. J. E. Ffowcs Williams, "The Noise from Turbulence Convected at High Speed," *Philos. Trans. R. Soc. Lond. A. Math. Phys. Sci.* **255**, 469–503 (1963).
20. O. M. Phillips, "On the Generation of Sound by Supersonic Turbulent Shear Layers," *J. Fluid Mech.* **9** (1), 1–28 (1960).
21. C. K. W. Tam, P. Chen, and J. M. Seiner, "Relationship between the Instability Waves and Noise of High-Speed Jets," *AIAA J.* **7** (30), 1747–1752 (1992).
22. M. E. Goldstein, "An Exact Form of Lilley's Equation with Velocity Quadrupole/Temperature Dipole Source Term," *J. Fluid Mech.* **443**, 231–236 (2001).
23. M. Harper-Bourne and M. J. Fisher, "The Noise from Shock Waves in Supersonic Jets," in *Proc. AGARD Conference on Noise Mechanisms* (Adv. Group Aero. Res. Dev., Brussels, 1973), Vol. 2, No. 131, pp. 11–1–11–13.
24. T. D. Norum and J. M. Seiner, "Broadband Shock Noise from Supersonic Jets," *AIAA J.* **20** (1), 68–73 (1982).
25. M. B. Alkisar, A. Krothapalli, and L. M. Lourenco, "Structure of a Screeching Rectangular Jet: A Stereoscopic Particle Image Velocimetry Study," *J. Fluid Mech.* **489**, 121–154 (2003).
26. R. Farr, C.-L. Chang, J. H. Jones, and N. S. Dougherty, "On the Comparison of the Long Penetration Mode (LPM) Supersonic Counterflowing Jet to the Supersonic Screech Jet," *AIAA Paper* (2015). doi 10.2514/6.2015-3126
27. V. L. Bakulev and A. M. Vorobyov, "Suppression of Supersonic Block Jets Noise by Water Injection," *Vestn. St. Petersburg Univ., Ser. 1.* **2** (3), 415–425 (2015).

28. F. Farassat, "Linear Acoustic Formulas for Calculation of Rotating Blade Noise," *AIAA J.* **19** (9), 1122–1130 (1981).
29. F. Farassat, "Prediction of Advanced Propeller Noise in the Time Domain," *AIAA J.* **24** (4), 578–584 (1986).
30. K. S. Brentner and F. Farassat, "Analytical Comparison of the Acoustic Analogy and Kirchhoff Formulation for Moving Surfaces," *AIAA J.* **36** (8), 1379–1386 (1998).
31. K. Volkov, "Multigrid and Preconditioning Techniques in CFD Applications," in *CFD Techniques and Thermo-Mechanics Applications* (Springer, Cham, 2018), pp. 83–149.