

УДК 532.529

doi 10.26089/NumMet.v21r211

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ НА КОНТАКТНЫХ ГРАНИЦАХ В ТЕЧЕНИЯХ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СЖИМАЕМЫХ ГАЗОВ ГИБРИДНЫМ МЕТОДОМ КРУПНЫХ ЧАСТИЦ

Д. В. Садин¹

Статья посвящена развитию гибридного метода крупных частиц применительно к двумерным течениям с развитием физической неустойчивости на поверхностях раздела неоднородных газовых смесей. Высокая разрешающая способность метода продемонстрирована при решении задач взаимодействия ударной волны с цилиндрическим пузырем легкого или тяжелого газов в сравнении с экспериментом и расчетами по другим схемам повышенного порядка аппроксимации.

Ключевые слова: гибридный метод крупных частиц, разрешающая способность, многокомпонентная газовая смесь.

1. Введение. Задачи с развитием неустойчивости (Рихтмайера–Мешкова, Кельвина–Гельмгольца и др.) на контактных поверхностях относятся к традиционно сложным проблемам вычислительной гидродинамики. Моделирование течений многокомпонентных неоднородных газовых смесей с возможностью многомасштабного разрешения вихрей предъявляют к численным методам ряд требований: малая численная диссипация и монотонность схемы, высокая разрешающая способность на гладких решениях, а также консервативность дискретных аналогов законов сохранения. Современные численные методы основаны на римановских солверах, схемах TVD (Total Variation Diminishing), переменных шаблонах (ENO/WENO — Weighted Essentially Non-Oscillatory), алгоритме КАВАРЕ и др. [1–9]. Подробный анализ подходов при моделировании сжимаемых многокомпонентных течений приводится в [3, 5, 8].

В настоящей статье развивается вычислительная технология, основанная на общих положениях метода крупных частиц с расщеплением алгоритма на лагранжевы, эйлеровы и заключительные этапы [10]. Метод модифицирован до второго порядка аппроксимации по пространству и времени. Регуляризация численного решения обеспечивается двумя способами. На лагранжевом этапе давление на гранях ячейки корректируется нелинейной искусственной вязкостью таким образом, чтобы ее величина стремилась к нулю на гладких решениях независимо от разрешения сетки. На эйлеровом и заключительном этапах вычисляются примитивные переменные (плотность, скорость и полная энергия) на гранях путем взвешенной ограничителем квазилинейной комбинации центральной и противопоточной аппроксимаций, из которых формируются дивергентные потоки. При этом выполняются дискретные аналоги законов сохранения. Повышение порядка аппроксимации по времени осуществляется методом предиктор–корректор.

К достоинствам гибридного метода крупных частиц относятся простота и однородность вычислительного алгоритма, высокая разрешающая способность и экономичность. Схема не “испытывает” проблем при прохождении звуковых точек, т.е. не требуется специальных процедур для их разрешения. Метод отличается универсальностью и возможностью решения задач негиперболического типа с учетом неоднородных законов сохранения с разномасштабными во времени компонентами решения (жесткостью) [11–14].

Как и в большинстве исследований для рассматриваемых задач, основные уравнения записываются в форме Эйлера. Постановка задач с использованием невязких уравнений движения аргументируется, например, необходимостью оценки разрешения сеток, обеспечивающих в последующих исследованиях корректное моделирование на основе уравнений Навье–Стокса при заданном числе Рейнольдса [3, 15].

2. Основные уравнения. Рассмотрим динамику двухкомпонентной смеси калорически совершенных невязких газов в симметричной формулировке [16]:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \nabla_d \mathbf{G} + \nabla_d \mathbf{F} = 0,$$

$$\mathbf{q} = [\rho_1, \rho_2, \rho \mathbf{v}, \rho E]^T, \quad \mathbf{G} = [\rho_1 \mathbf{v}, \rho_2 \mathbf{v}, \rho \mathbf{v} \mathbf{v}, \rho E \mathbf{v}]^T, \quad \mathbf{F} = [0, 0, p, p \mathbf{v}]^T, \quad \nabla_d = \text{diag}(\nabla \cdot, \nabla \cdot, \nabla, \nabla \cdot).$$

¹ Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского, ул. Ждановская, д. 13, 197198, г. Санкт-Петербург; профессор, e-mail: sadin@yandex.ru

Здесь $\rho_1, \rho_2, \mathbf{v}, p, E$ — плотность соответствующих газов смеси, вектор скорости, давление и полная энергия единицы массы смеси газов; $\mathbf{q}, \mathbf{G}, \mathbf{F}$ — консервативные, потоковые, градиентные и деформационные величины соответственно; t — время.

Полагаем, что давление смеси газов подчиняется закону Дальтона, внутренняя энергия аддитивна $e = \rho c_v T$, где $\rho = \rho_1 + \rho_2$ — плотность смеси; $c_v = \chi_1 c_{v1} + \chi_2 c_{v2}$ — удельная теплоемкость смеси газов и его компонентов c_{v1}, c_{v2} ; $\chi_1 = \rho_1/\rho$, $\chi_2 = \rho_2/\rho$ — массовые концентрации газов, входящих в смесь. Замыкающее уравнение состояния имеет вид $p = (\gamma - 1)\rho e = (\gamma - 1)\rho(E - v^2/2)$. Показатель адиабаты двухкомпонентного газа γ определяется из соотношения [17]

$$\gamma = \frac{\chi_1 c_{p1} + \chi_2 c_{p2}}{\chi_1 c_{v1} + \chi_2 c_{v2}},$$

где c_{p1}, c_{p2} — удельные теплоемкости компонентов смеси при постоянном объеме.

3. Особенности реализации численного алгоритма.

3.1. Разностная схема. Выпишем расчетные соотношения гибридного метода крупных частиц с настраиваемыми диссипативными свойствами (CDP2 — Customizable Dissipative Properties) для одномерного случая. Обобщение на пространственные ортогональные сетки осуществляется “механически” — без существенных особенностей (например, см. [18]). Используем равномерную сетку с шагом h с центром ячейки x_i и гранями $x_{i\pm 1/2} = x_i \pm h/2$. Верхний индекс k относит переменные к временному слою t^k , а шаг по времени обозначим $\tau = t^{k+1} - t^k$.

Алгоритм включает в себя шаг предиктор с аппроксимацией $O(h^2 + \tau)$ на гладких решениях:

$$\mathbf{q}_i^{(0)} = \mathbf{q}_i^k - (\mathbf{F}_{i+1/2}^k - \mathbf{F}_{i-1/2}^k) \tau/h, \quad (1)$$

$$\mathbf{q}_i^{(1)} = \mathbf{q}_i^{(0)} - (\mathbf{G}_{i+1/2}^{(0)} - \mathbf{G}_{i-1/2}^{(0)}) \tau/h \quad (2)$$

и шаг корректор с суммарной аппроксимацией $O(h^2 + \tau^2)$ на гладких решениях:

$$\mathbf{q}_i^{(2)} = 0.5 (\mathbf{q}_i^k + \mathbf{q}_i^{(1)}) - 0.5 (\mathbf{F}_{i+1/2}^{(1)} - \mathbf{F}_{i-1/2}^{(1)}) \tau/h, \quad (3)$$

$$\mathbf{q}_i^{k+1} = \mathbf{q}_i^{(2)} - 0.5 (\mathbf{G}_{i+1/2}^{(2)} - \mathbf{G}_{i-1/2}^{(2)}) \tau/h. \quad (4)$$

Если определить потоковые $\mathbf{G}_{i\pm 1/2}$, градиентные и деформационные $\mathbf{F}_{i\pm 1/2}$ величины как среднеарифметические в центрах примыкающих ячеек, то получим центрально-разностную бездиссипативную схему. В силу теоремы Годунова [19] такая схема не будет монотонной. Более того, для уравнения переноса явная центральная аппроксимация приводит к абсолютной неустойчивости. Интересно отметить, что для неоднородного уравнения переноса можно построить схему с явной центральной аппроксимацией, устойчивую для чисел Куранта больше 1, но из этих двух свойств не следует сходимость [20].

3.2. Нелинейная коррекция схемы. Для обеспечения монотонности метода необходима нелинейная (зависящая от локальных свойств решения) коррекция или реконструкция величин $\mathbf{G}_{i\pm 1/2}$ и $\mathbf{F}_{i\pm 1/2}$ на гранях ячеек.

На лагранжевых этапах (1) и (3) давление на гранях ячеек $\tilde{p}_{i\pm 1/2} = p_{i\pm 1/2} + (1 - \psi_v) Q_{i\pm 1/2}^k$ корректируется нелинейной добавкой — скалярной вязкостью $(1 - \psi_v) Q_{i\pm 1/2}^k$ типа Христенсена с ограничителем вязкости ψ_v , которая не понижает второй порядок аппроксимации на гладких решениях [21]. С учетом коррекции давления рассчитываются лагранжевы значения скорости и полной энергии.

На эйлеровом и заключительном этапах (2) и (4) потоковые величины $\hat{\mathbf{G}}_{i\pm 1/2}$ определяются путем гибридизации (квазилинейной взвешенной ограничителем потоков ψ_f комбинации) центральной и противопоточной аппроксимаций. Важной особенностью является то, что сначала реконструируются примитивные переменные $\varphi = \{\rho, v, E\}$: $\hat{\varphi}_{i\pm 1/2} = (1 - \psi_f) \varphi_{i\pm 1/2}^{\text{Upwind}} + \psi_f \varphi_{i\pm 1/2}^{\text{Centered}}$ (см. [21]). Затем из них формируются численные дивергентные потоки: например, на шаге предиктор потоки массы $\hat{M}_{i\pm 1/2}^{(0)} = \hat{\rho}_{i\pm 1/2}^{(0)} v_{i\pm 1/2}^{(0)} \tau$, импульса $\hat{v}_{i\pm 1/2}^{(0)} \hat{M}_{i\pm 1/2}^{(0)}$ и энергии $\hat{E}_{i\pm 1/2}^{(0)} \hat{M}_{i\pm 1/2}^{(0)}$ (на шаге корректор аналогично).

3.3. Регулирование численной диссипации. По существу, настройка схемы сводится к управлению уровнем диссипативных свойств путем использования известных ограничителей или конструирования новых, например вида $\psi_{\text{new}} = \beta \psi_1 + (1 - \beta) \psi_2$ (где ψ_1, ψ_2 — известные ограничители и $0 \leq \beta \leq 1$). Кроме того, можно также применить разные ограничители, например ограничители ψ_v^I и ψ_v^{II} на этапах (1) и (3) соответственно.

Ниже будем использовать два вида ограничителей: Van Leer — $\psi_{VL} = (r + |r|)/(1 + r)$ и Superbee — $\psi_{SB} = \max[\min(2r, 1), \min(r, 2), 0]$. Фиксируем в схеме (1)–(4) ограничитель потоков $\psi_{f,VL}$. Рассмотрим влияние нелинейной коррекции искусственной вязкости на диссипативные свойства следующих вариантов гибридного метода крупных частиц: CDP2-A с ограничителями вязкости $\psi_{v,SB}^I, \psi_{v,SB}^{II}$; CDP2-B — $\psi_v^I = 0.5\psi_{VL} + 0.5\psi_{SB}, \psi_{v,SB}^{II}$; CDP2-C — $\psi_{v,VL}^I, \psi_{v,SB}^{II}$; CDP2-D — $\psi_{v,VL}^I, \psi_{v,VL}^{II}$.

3.4. Устойчивость метода. Шаг по времени определяется из условия Куранта–Фридрихса–Леви

$$\tau^k = CFL \cdot h / \max_{v_i^k} (|v_i^k| + a_i^k), \tag{5}$$

где $CFL \leq 1$ — число Куранта, a_i^k — скорость звука в точке (x_i, t^k) .

4. Примеры расчетов. Изучим вычислительные свойства гибридного метода крупных частиц на примере двух задач взаимодействия ударной волны в воздухе (число Маха 1.22) с цилиндрической областью легкого и тяжелого газов. Эти задачи экспериментально исследовались в работе [22] и использовались для проверки возможностей численных методов компьютерного моделирования сжимаемых многокомпонентных течений с ударными волнами [1–9, 23].

Расчетная схема задач представлена на рис. 1. Внутри плоского канала 1 по невозмущенному воздуху слева направо движется ударная волна 2. В определенный момент времени ударная волна встречает цилиндрический пузырь 3 диаметром $D = 5$ см, заполненный газом с отличающимися от окружающего воздуха термодинамическими свойствами. В расчетной области длиной $6.5D$ использовалась равномерная ортогональная сетка с размерами ячейки h , а вблизи правой границы для исключения (минимизации) ее влияния на разностное решение внутри расчетной области — зона протяженностью $0.3D$ с возрастанием шага ячейки по закону $h'_{i+1} = h'_i + 0.3h$. Как и в цитированных работах, ввиду симметрии задачи расчеты выполнялись в верхней от оси симметрии полуплоскости. Время отсчитывалось от момента прихода фронта скачка уплотнения на левый край пузыря. Граничные условия заданы в виде отражения на стенке канала и экстраполяции параметров изнутри расчетной области на левой и правой границах. Шаг по времени — переменный, определялся из условия (5) при фиксированном числе Куранта $CFL = 0.4$.

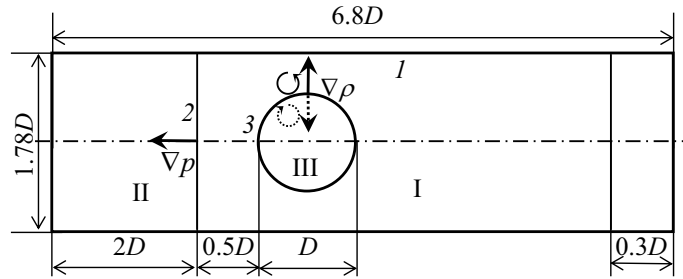


Рис. 1. Расчетная схема задачи взаимодействия ударной волны с цилиндрическим пузырем легкого или тяжелого газа

Используем технику визуализации результатов расчетов в виде численных шпирен-изображений [23]. Для этого используем нелинейную функцию градиента плотности:

$$s_{i,j} = \exp \left(-k(\rho_{i,j}) \frac{|\nabla \rho_{i,j}|}{\max_{v_{i,j}} |\nabla \rho_{i,j}|} \right),$$

где i, j — нумерация ячеек по x и y соответственно.

Коэффициент $k(\rho_{i,j})$ задавался различным в зависимости от относительной плотности (аналогично [1]) для качественного графического отображения деталей течения в окружающем воздухе и в неоднородности.

Взаимодействие плоского скачка уплотнения с цилиндрическим пузырем легкого или тяжелого газа характеризуется двумя видами физических явлений: нелинейный акустический эффект, деформация границы раздела газов и образование вихрей на ее поверхности [2, 3].

Нелинейный акустический эффект связан с преломлением, отражением и дифракцией падающей ударной волны. Если значения акустического импеданса газа внутри пузыря III и окружающей среды I (рис. 1) различны: $\delta R = \rho_{III} a_{III} - \rho_I a_I$, то в случае $\delta R < 0$ падающая ударная волна отражается волной разрежения, а прошедшая волна имеет большую скорость. В другом случае $\delta R > 0$ скачок уплотнения движется внутри неоднородности с меньшей скоростью с отражением от границы раздела газов в виде ударной волны.

Механизм деформации границы раздела газов и циркуляционное движение на ее поверхности описы-

ваются транспортным уравнением для завихренности $\omega = \nabla \times \mathbf{v}$:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\nabla \rho \times \nabla p}{\rho^2} + (\omega \cdot \nabla) \mathbf{v} - \omega(\nabla \cdot \mathbf{v}),$$

где d/dt — производная вдоль траектории завихренности.

Поскольку в начальный момент времени $\omega = 0$, то причиной генерации вихрей и развития неустойчивости является несовпадение градиентов давления и плотности $(\nabla \rho \times \nabla p)/\rho^2 \neq 0$ — бароклиный эффект. Градиент давления в падающей ударной волне направлен против потока (рис. 1). Градиент плотности обращен радиально от центра пузыря с легким газом, и частицы газа закручиваются против часовой стрелки, а для случая тяжелого газа — в противоположном направлении. В дальнейшем наблюдаются эффекты генерации вторичных вихрей (вложенных и индуцированных) разных масштабов и развития турбулентности течения.

4.1. Взаимодействие ударной волны с цилиндрическим пузырем легкого газа. В данной задаче пузырь (рис. 1) заполнен смесью гелия и воздуха (28% массовой концентрации). Начальные условия (размерность системы СИ) соответствуют работе [5] и заданы для областей невозмущенного воздуха I за ударной волной с числом Маха 1.22 II и внутри пузыря III в виде

$$(\chi_1, \rho, u, v, p, \gamma) = \begin{cases} (0.999999, 1.204, 0, 0, 101325, 1.4) & \text{в области I,} \\ (0.999999, 1.65714, -114.51, 0, 159060, 1.4) & \text{в области II,} \\ (0.28, 0.219134, 0, 0, 101325, 1.64469) & \text{в области III.} \end{cases}$$

Расчеты поставленной задачи выполнены гибридным методом крупных частиц с различными диссипативными свойствами (см. раздел 3.3) на равномерной сетке с разрешением R_{150} — 150 ячеек на радиус пузыря $R = D/2$. Результаты представлены для четырех характерных моментов времени от начальной стадии преломления первичной ударной волны на поверхности пузыря (рис. 2а–2г), формирования первичной и вторичной вихревой структуры (рис. 2д–2м) до развитой турбулентности (рис. 2н–2р).

Начало взаимодействия падающей ударной волны 1 связано с распадом разрыва на цилиндрической границе раздела газов 2 (рис. 2а). Разница значений акустического импеданса $\delta R = -222.174$ кг/(м²·с) меньше нуля. В этом случае реализуется сценарий с отражением волны разрежения 3 и прошедшей ударной волной 4. Первичная ударная волна 1 сопрягается в тройной точке с предвестником 5 и ножкой Маха 6.

Прохождение скачка уплотнения приводит к ускорению и искривлению контактной поверхности, а различие градиентов давления и плотности порождает первичные вихри, направленные против часовой стрелки. Интенсивность формирования вихрей носит нелинейный характер и увеличивается с течением времени. К моменту времени (рис. 2д) наблюдается более сложная ударно-волновая картина, образованная многократным взаимодействием скачков уплотнения и волн разрежения между собой, со стенками канала и границей раздела газов. Как следствие, возникают вторичные вихри разных масштабов (рис. 2и) и развитие турбулентности (рис. 2н).

Наименьшим уровнем численной диссипации обладает гибридный метод крупных частиц CDP2-A с нелинейной коррекцией искусственной вязкости Superbee (рис. 2а, 2д, 2и, 2н). Данный вариант метода позволяет получать монотонные численные решения на начальной (ударно-волновой) стадии. На сетке невысокой детализации R_{150} разностная схема выявляет вихри разных масштабов. Сравнение с экспериментом [22] свидетельствует о том, что величина схемной вязкости метода CDP2-A меньше физической. Другие варианты метода обладают большей диссипативностью или в интерпретации [1] характеризуются меньшими результирующими (с учетом численной вязкости) числами Рейнольдса.

Для прямого сопоставления с результатами других авторов выполнен расчет гибридным методом крупных частиц CDP2-C с исходными данными и разрешением сетки R_{500} из [5]. Численные шпирен-изображения представлены на рис. 3. По качеству численного решения метод CDP2-C не уступает расчету работы [5], где использовалась WENO-схема четвертого порядка по пространству и третьего по времени. Вместе с тем, варианты гибридного метода крупных частиц CDP2-A и CDP2-B разрешают вихревые структуры с близкой степенью детализации на более грубых сетках (см. рис. 2). Следует отметить, что в численных решениях присутствует стартовая ошибка a (рис. 2) в виде вертикальной полосы, на которую обращено внимание в цитированных работах [1, 3]. Указанный артефакт не оказывает существенного влияния на результаты расчетов.

4.2. Взаимодействие ударной волны с цилиндрическим пузырем тяжелого газа. В качестве тяжелого газа, заполняющего пузырь, выбран газ R22. В данной задаче геометрические и начальные

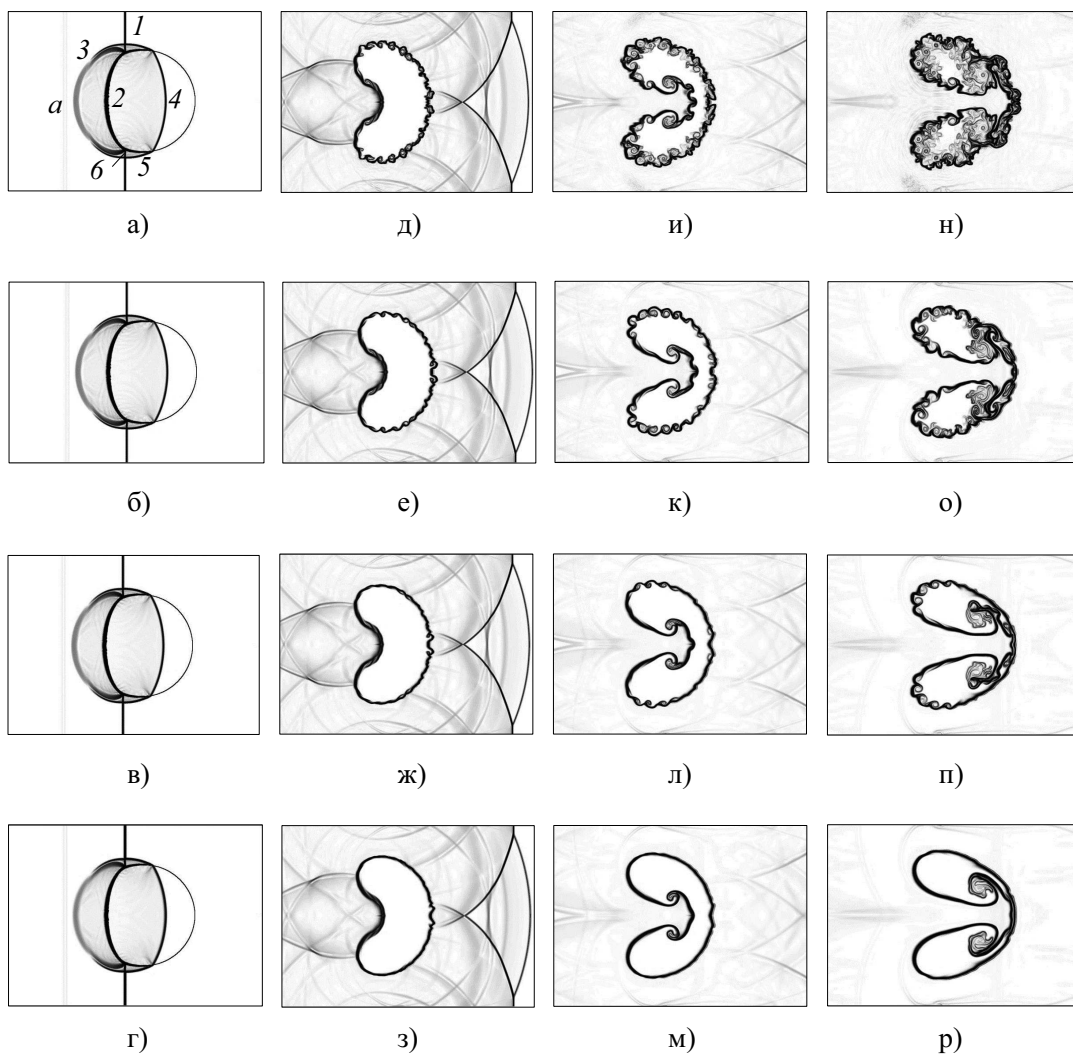


Рис. 2. Взаимодействие ударной волны с пузырьком легкого газа (He). Численные шпирен-изображения функции градиента плотности смеси газов в моменты времени: а)–г) 37, д)–з) 245, и)–м) 427, н)–р) 674 мкс. Варианты гибридного метода крупных частиц: CDP2-A — а), д), и), н); CDP2-B — б), е), к), о); CDP2-C — в), ж), л), п); CDP2-D — г), з), м), р). Разрешение сетки R_{150}

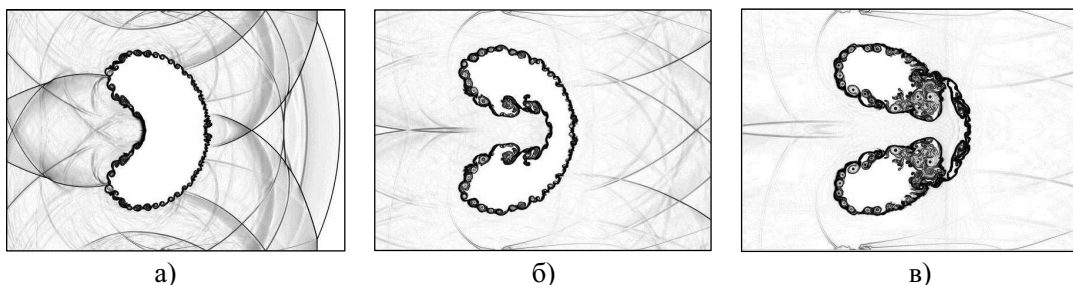


Рис. 3. Взаимодействие ударной волны с пузырьком легкого газа (He). Численные шпирен-изображения функции градиента плотности смеси газов в моменты времени: а) 245, б) 427, в) 674 мкс. Расчет по схеме CDP2-C на сетке с разрешением R_{500}

условия соответствуют эксперименту [22] и численным исследованиям [6] и для соответствующих областей (рис. 1) имеют следующий вид (размерность системы СИ):

$$(\chi_1, \rho, u, v, p, \gamma) = \begin{cases} (0.999999, 1.225, 0, 0, 101325, 1.4) & \text{в области I,} \\ (0.999999, 1.68605, -113.524, 0, 159060, 1.4) & \text{в области II,} \\ (0.000001, 3.863, 0, 0, 101325, 1.249) & \text{в области III.} \end{cases}$$

Сопоставление расчетов с использованием рассматриваемых вариантов гибридного метода крупных частиц в последовательные моменты времени на сетке с разрешением R_{150} представлено на рис. 4.

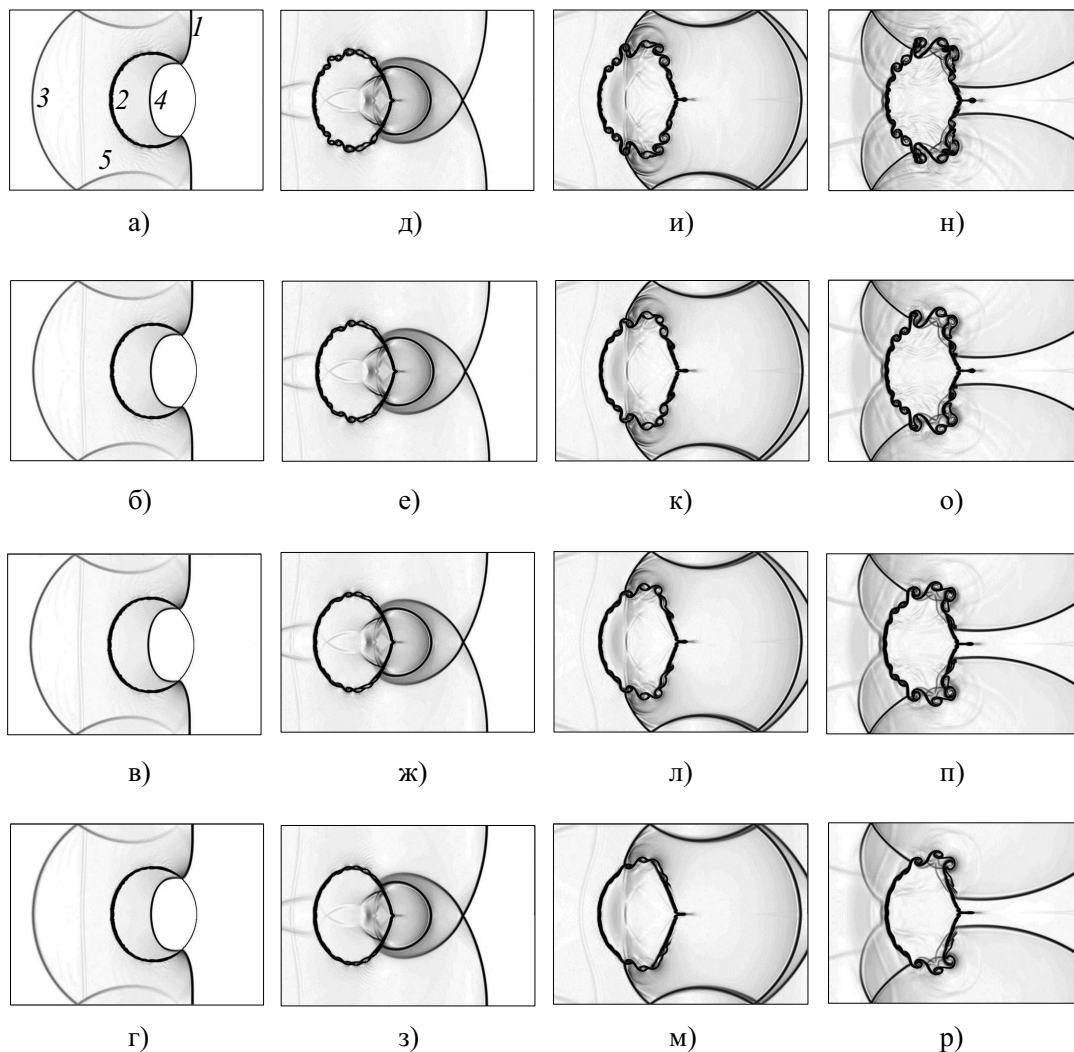


Рис. 4. Взаимодействие ударной волны с пузырем тяжелого газа (R22). Численные шпирен-изображения функции градиента плотности смеси газов в моменты времени: а)–г) 115, д)–з) 247, и)–м) 342, н)–р) 417 мкс.

Варианты гибридного метода крупных частиц: CDP2-A – а), д), и), н); CDP2-B – б), е), к), о); CDP2-C – в), ж), л), п); CDP2-D – г), з), м), р). Разрешение сетки R_{150}

После столкновения падающей ударной волны 1 с поверхностью пузыря 2, заполненного тяжелым газом, вследствие положительной разницы акустического импеданса $\delta R = 282.341 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ реализуется сценарий с двумя ударными волнами: отраженной 3 и прошедшей волной 4. Скачок уплотнения внутри пузыря 4 имеет меньшую скорость по отношению к падающей ударной волне 1. На момент времени (рис. 4д) наблюдаются отраженные от стенок канала волны 5. При сжатии поперечных волн к оси симметрии происходит фокусировка ударно-волнового импульса (рис. 4д) в отличие от дивергентного случая цилиндрической неоднородности с легким газом (рис. 2а).

Развитие неустойчивости и образование вихревого движения на поверхности пузыря с тяжелым газом R22 тоже объясняется бароклинным механизмом. В этой задаче градиент плотности направлен к центру пузыря (рис. 1); как следствие, частицы газа закручиваются по часовой стрелке, а деформация поверхности раздела газов имеет вогнутость навстречу падающей ударной волне (рис. 4).

Обратим внимание на современные схемы высокой разрешающей способности и сопоставим с ними возможности гибридного метода крупных частиц. Схема THINC (Tangent of Hyperbola for INterface Capturing) и антидиффузионный алгоритм [6] позволяют рассчитывать течения многокомпонентных газов с малым численным размазыванием интерфейсной границы. Вместе с тем, схема THINC не выявляет развитие неустойчивости на ранних стадиях деформации пузыря (см. fig. 9, 10 из [6] в сравнении с рис. 4 для соответствующих моментов времени). По степени детализации вихрей разных масштабов расчет гибридным методом крупных частиц CDP2-C (с нелинейной коррекцией искусственной вязкости — $\psi_{v,VL}^I$, $\psi_{v,SB}^{II}$) на сетке R_{500} (рис. 5) сопоставим с результатами, полученными на более подробной сетке R_{600} по схеме типа WENO с пошагово расширяющимся шаблоном [9].

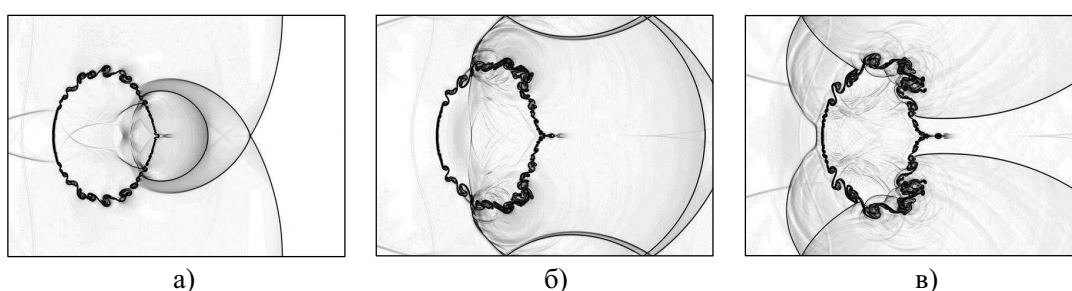


Рис. 5. Взаимодействие ударной волны с пузырем тяжелого газа (R22). Численные шпирен-изображения функции градиента плотности смеси газов в моменты времени: а) 247, б) 342, в) 417 мкс.

Расчет по схеме CDP2-C на сетке с разрешением R_{500}

5. Заключение. Показаны возможности гибридного метода крупных частиц для численного моделирования ударно-волновых течений с развитием неустойчивости на границах раздела газов с различными термодинамическими свойствами в двумерных областях. На примерах задач взаимодействия ударной волны с цилиндрическим пузырем легкого или тяжелого газов продемонстрирована надежность и эффективность схемы, хорошее соответствие экспериментальным данным и численным результатам других авторов. Изучено влияние нелинейной коррекции искусственной вязкости на диссипативные свойства метода. Гибридный метод крупных частиц удачно сочетает малую диссипативность и монотонность, простоту алгоритма и высокую разрешающую способность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Marquina A., Mulet P.* A flux-split algorithm applied to conservative models for multicomponent compressible flows // Journal of Computational Physics. 2003. **185**, N 1. 120–138.
2. *Niederhaus J.H.J.* A computation parameter study for three-dimensional shock-bubble interactions. Ph.D. thesis. Madison: University of Wisconsin, 2007.
3. *Shankar S.K., Kawai S., Lele S.* Numerical simulation of multicomponent shock accelerated flows and mixing using localized artificial diffusivity method // Proc. 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2010. doi 10.2514/6.2010-352.
4. *Иванов И.Э., Крюков И.А.* Численный алгоритм моделирования двухфазных течений, содержащих границы раздела фаз // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2012. **13**, вып. 4. <http://chemphys.edu.ru/issues/2012-13-4/articles/369/>.
5. *Coralic V., Colonius T.* Finite-volume WENO scheme for viscous compressible multicomponent flows // Journal of Computational Physics. 2014. **274**. 95–121.
6. *Shyue K.-M., Xiao F.* An Eulerian interface sharpening algorithm for compressible two-phase flow: the algebraic THINC approach // Journal of Computational Physics. 2014. **268**. 326–354.
7. *Данилин А.В., Соловьев А.В., Зайцев А.М.* Модификация схемы “КАБАРЕ” для численного моделирования течений многокомпонентных газовых смесей в двумерных областях // Вычислительные методы и программирование. 2015. **16**. 436–445.
8. *Wong M.L., Lele S.K.* High-order localized dissipation weighted compact nonlinear scheme for shock- and interface-capturing in compressible flows // Journal of Computational Physics. 2017. **339**. 179–209.

9. Wang B., Xiang G., Hu X.Y. An incremental-stencil WENO reconstruction for simulation of compressible two-phase flows // *International Journal of Multiphase Flow*. 2018. **104**. 20–31.
10. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Нестационарный метод “крупных частиц” для газодинамических расчетов // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 1971. **11**, № 1. 182–207.
11. Садин Д.В. TVD-схема для жестких задач волновой динамики гетерогенных сред негиперболического неконсервативного типа // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2016. **56**, № 12. 2098–2109.
12. Садин Д.В. Схемы с настраиваемыми диссипативными свойствами для численного моделирования течений газа и газовзвесей // *Математическое моделирование*. 2017. **29**, № 12. 89–104.
13. Садин Д.В. Применение схемы с настраиваемыми диссипативными свойствами к расчету течений газа с развитием неустойчивости на контактной границе // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2018. **18**, № 1. 153–157.
14. Садин Д.В. Использование гибридного метода крупных частиц для расчета течений многокомпонентных газовых смесей // *Вычислительные методы и программирование*. 2019. **20**. 489–497.
15. Shi J., Zhang Y.-T., Shu C.-W. Resolution of high order WENO schemes for complicated flow structures // *Journal of Computational Physics*. 2003. **186**, N 2. 690–696.
16. Abgrall R. How to prevent pressure oscillations in multicomponent flow calculations: a quasi conservative approach // *Journal of Computational Physics*. 1996. **125**, N 1. 150–160.
17. Abgrall R., Karni S. Computations of compressible multifluids // *Journal of Computational Physics*. 2001. **169**, N 2. 594–623.
18. Садин Д.В., Беллев Б.В., Давидчук В.А. Сравнение модифицированного метода крупных частиц с некоторыми схемами высокой разрешающей способности. Двумерные тесты // *Вычислительные методы и программирование*. 2019. **20**. 337–345.
19. Годунов С.К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // *Мат. сборник*. 1959. **47**, № 3. 271–306.
20. Садин Д.В. О сходимости одного класса разностных схем для уравнений нестационарного движения газа в дисперсной среде // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 1998. **38**, № 9. 1572–1577.
21. Садин Д.В. Модификация метода крупных частиц до схемы второго порядка точности по пространству и времени для ударно-волновых течений газовзвеси // *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование*. 2019. **12**, № 2. 112–122.
22. Haas J.-F., Sturtevant B. Interaction of weak shock waves with cylindrical and spherical gas inhomogeneities // *J. Fluid Mech.* 1987. **181**. 41–76.
23. Quirk J.J., Karni S. On the dynamics of a shock-bubble interaction // *J. Fluid Mech.* 1996. **318**. 129–163.

Поступила в редакцию
08.02.2020

Simulation of Physical Instability on Contact Boundaries in Multicomponent Compressible Gas Flows by a Hybrid Large-Particle Method

D. V. Sadin¹

¹ *Mozhaisky Military Space Academy, ulitsa Zhdanovskaya 13, Saint Petersburg, 197198, Russia;
Dr. Sci., Professor, e-mail: sadin@yandex.ru*

Received February 8, 2020

Abstract: This paper is devoted to the development of a large-particle hybrid method for two-dimensional flows with physical instability on the interface of inhomogeneous gas mixtures. The high resolving capacity of the method is shown for problems of shock wave interaction with a cylindrical bubble of a light or heavy gas in comparison with experiments and simulations using other schemes of higher-order approximation.

Keywords: hybrid large-particle method, resolving capacity, multicomponent gas mixtures.

References

1. A. Marquina and P. Mulet, “A Flux-Split Algorithm Applied to Conservative Models for Multicomponent Compressible Flows,” *J. Comput. Phys.* **185** (1), 120–138 (2003).

2. J. H. J. Niederhaus, *A Computational Parameter Study for Three-Dimensional Shock-Bubble Interactions*, PhD thesis (University of Wisconsin, Madison, 2007).
3. S. K. Shankar, S. Kawai, and S. K. Lele, "Numerical Simulation of Multicomponent Shock Accelerated Flows and Mixing Using Localized Artificial Diffusivity Method," in *Proc. 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Orlando, USA, January 4–7, 2010* (American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, 2010), doi 10.2514/6.2010-352
4. I. E. Ivanov and I. A. Kryukov, "Numerical Algorithm of Modeling of the Two-Phase Flow Containing Interphase Boundaries," *Fiz.-Khim. Kinetika v Gazovoi Dinam.* **13** (4) (2012).
<http://chemphys.edu.ru/issues/2012-13-4/articles/369/>. Cited March 17, 2020.
5. V. Coralic and T. Colonius, "Finite-Volume WENO Scheme for Viscous Compressible Multicomponent Flows," *J. Comput. Phys.* **274**, 95–121 (2014).
6. K.-M. Shyue and F. Xiao, "An Eulerian Interface Sharpening Algorithm for Compressible Two-Phase Flow: The Algebraic THINC Approach," *J. Comput. Phys.* **268**, 326–354 (2014).
7. A. V. Danilin, A. V. Solovjev, and A. M. Zaitsev, "A Modification of the CABARET Scheme for Numerical Simulation of Multicomponent Gaseous Flows in Two-Dimensional Domains," *Vychisl. Metody Programm.* **16**, 436–445 (2015).
8. M. L. Wong and S. K. Lele, "High-Order Localized Dissipation Weighted Compact Nonlinear Scheme for Shock- and Interface-Capturing in Compressible Flows," *J. Comput. Phys.* **339**, 179–209 (2017).
9. B. Wang, G. Xiang, and X. Y. Hu, "An Incremental-Stencil WENO Reconstruction for Simulation of Compressible Two-Phase Flows," *Int. J. Multiphase Flow* **104**, 20–31 (2018).
10. O. M. Belotserkovskii and Yu. M. Davydov, "A Non-Stationary 'Coarse particle' Method for Gas-Dynamical Computations," *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.* **11** (1), 182–207 (1971) [*USSR Comput. Math. Math. Phys.* **11** (1), 241–271 (1971)].
11. D. V. Sadin, "TVD Scheme for Stiff Problems of Wave Dynamics of Heterogeneous Media of Nonhyperbolic Nonconservative Type," *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.* **56** (12), 2098–2109 (2016) [*Comput. Math. Math. Phys.* **56** (12), 2068–2078 (2016)].
12. D. V. Sadin, "Schemes with Customizable Dissipative Properties as Applied to Gas-Suspensions Flow Simulation," *Mat. Model.* **29** (12), 89–104 (2017).
13. D. V. Sadin, "Application of Scheme with Customizable Dissipative Properties for Gas Flow Calculation with Interface Instability Evolution," *Nauch.-Tekhn. Vestn. Inform. Tekhnol. Mekhan. Optik.* **18** (1), 153–157 (2018).
14. D. V. Sadin, "Application of a Hybrid Large-Particle Method for Calculating Multicomponent Gas Mixture Flows," *Vychisl. Metody Programm.* **20**, 489–497 (2019).
15. J. Shi, Y.-T. Zhang, and C.-W. Shu, "Resolution of High Order WENO Schemes for Complicated Flow Structures," *J. Comput. Phys.* **186** (2), 690–696 (2003).
16. R. Abgrall, "How to Prevent Pressure Oscillations in Multicomponent Flow Calculations: A Quasi Conservative Approach," *J. Comput. Phys.* **125** (1), 150–160 (1996).
17. R. Abgrall and S. Karni, "Computations of Compressible Multifluids," *J. Comput. Phys.* **169** (2), 594–623 (2001).
18. D. V. Sadin, B. V. Belyaev, and V. A. Davidchuk, "Comparison of a Modified Large-Particle Method with Some High Resolution Schemes. Two-Dimensional Test Problems," *Vychisl. Metody Programm.* **20**, 337–345 (2019).
19. S. K. Godunov, "A Difference Method for Numerical Calculation of Discontinuous Solutions of the Equations of Hydrodynamics," *Mat. Sb.* **47** (3), 271–306 (1959).
20. D. V. Sadin, "On the Convergence of a Certain Class of Difference Schemes for the Equations of Unsteady Gas Motion in a Disperse Medium," *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.* **38** (9), 1572–1577 (1998) [*Comput. Math. Math. Phys.* **38** (9), 1508–1513 (1998)].
21. D. V. Sadin, "A Modification of the Large-Particle Method to a Scheme Having the Second Order of Accuracy in Space and Time for Shockwave Flows in a Gas Suspension," *Vestn. Yuzhn. Ural. Gos. Univ. Ser. Mat. Model. Programm.* **12** (2), 112–122 (2019).
22. J.-F. Haas and B. Sturtevant, "Interaction of Weak Shock Waves with Cylindrical and Spherical Gas Inhomogeneities," *J. Fluid Mech.* **181**, 41–76 (1987).
23. J. J. Quirk and S. Karni, "On the Dynamics of a Shock-Bubble Interaction," *J. Fluid Mech.* **318**, 129–163 (1996).