

УДК 532.529

doi 10.26089/NumMet.v22r103

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ ГИПЕРЗВУКОВЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО ВОЗДУХА И ГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОРОВ

К. Н. Волков<sup>1</sup>, Ю. В. Добров<sup>2</sup>, А. Г. Карпенко<sup>3</sup>,  
С. И. Мальковский<sup>4</sup>, А. А. Сорокин<sup>5</sup>

Проводится численное моделирование обтекания гиперзвукового летательного аппарата с использованием модели высокотемпературного воздуха и гибридной архитектуры на основе высокопроизводительных графических процессорных устройств. Расчеты проводятся на основе уравнений Эйлера, для дискретизации которых применяется метод конечных объемов на неструктурированных сетках. Приводятся результаты исследования эффективности расчета гиперзвуковых течений газа на графических процессорах. Обсуждается время счета, достигнутое при использовании моделей совершенного и реального газа.

**Ключевые слова:** волнолет, гиперзвуковая аэродинамика, физико-химические процессы, вычислительная газовая динамика, графический процессор, ускорение

**1. Введение.** При движении летательного аппарата (ЛА) с высокой сверх- или гиперзвуковой скоростью происходит нагрев газа в образующемся ударном слое. Рост температуры в ударном слое приводит к тому, что применение модели совершенного газа дает существенные погрешности в расчете параметров потока и теплообмена. Одна из проблем, которая проявляется при разработке ЛА, состоит в исследовании влияния теплофизических свойств воздуха на аэродинамические характеристики. В общем случае необходимо учитывать реальные физико-химические процессы в воздухе (возбуждение внутренних степеней свободы молекул, диссоциацию молекул кислорода и азота, изменение теплоемкости воздуха и показателя адиабаты).

Постановка физического эксперимента сталкивается со значительными трудностями и техническими проблемами при проведении как стендовых измерений, так и летных испытаний [1]. Эксперименты в аэродинамических трубах непрерывного действия не обеспечивают одновременное соответствие по числам Маха и Рейнольдса, а эксперименты в импульсных ударных трубах, хотя и обеспечивают высокие числа Маха, но не позволяют добиться соответствия состава рабочего газа и их размерных термодинамических параметров параметрам атмосферы Земли [2]. Сложная геометрия ЛА делает необходимым использование неструктурированных сеток со сложной формой ячеек, а необходимость сокращения времени счета на каждый вариант приводит к использованию параллельных вычислительных устройств. В связи с этим, приобретает практическое значение разработка численных методов и подходов для исследования газовой динамики и теплообмена высокоскоростных ЛА в рамках модели реального газа, а также уменьшение процессорного времени, необходимого на расчет параметров потока [3].

При газодинамическом конструировании высокоскоростных ЛА и их элементов получили развитие методы, в которых аэродинамические поверхности на расчетном режиме строятся по поверхностям тока

<sup>1</sup> Балтийский государственный технический университет "Военмех" им. Д. Ф. Устинова, факультет ракетно-космической техники, 1-я Красноармейская ул., д. 1, 190005, Санкт-Петербург; вед. научн. сотр., e-mail: dsci@mail.ru

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, математико-механический факультет, Петродворец, Университетский пр., д. 28, 198504, Санкт-Петербург; аспирант, e-mail: youdobrov@gmail.com

<sup>3</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, математико-механический факультет, Петродворец, Университетский пр., д. 28, 198504, Санкт-Петербург; доцент, e-mail: aspera.2003.ru@mail.ru

<sup>4</sup> Вычислительный Центр Дальневосточного отделения Российской академии наук, ул. Ким Ю Чена, д. 65, 680000, Хабаровск; научн. сотр., e-mail: sergey.malkovsky@ccfebras.ru

<sup>5</sup> Вычислительный Центр Дальневосточного отделения Российской академии наук, ул. Ким Ю Чена, д. 65, 680000, Хабаровск; главный научн. сотр., e-mail: alsor@febras.net

известных невязких сверхзвуковых течений [4, 5]. Ударная волна, возникающая при гиперзвуковом обтекании ЛА, остается присоединенной на всем протяжении передней кромки (при отсутствии затупления) и обеспечивает эффективное сжатие газового потока вблизи несущей поверхности, тем самым увеличивая подъемную силу. Формирование передней кромки ЛА происходит в результате пересечения поверхности ударной волны некоторой базовой кривой, форма которой подбирается с учетом конструктивных особенностей ЛА, его назначения и условий эксплуатации.

Обтекание корпуса гиперзвукового ЛА при нулевом угле атаки рассматривается в работах [6–9] (реализованная модель приблизительно соответствует корпусу гиперзвукового летательного аппарата X-43). Основные аэродинамические характеристики ЛА, особенности топологии полей течения, а также влияние реальных теплофизических свойств воздуха при гиперзвуковых скоростях исследуются в работе [10]. Прямое численное моделирование ламинарно-турбулентного перехода при гиперзвуковых скоростях потока проводится в работе [11] на основе современных вычислительных технологий. Возможности применения неструктурированных сеток и численных методов высокого порядка точности обсуждаются в работе [12].

Особый интерес представляет исследование аэродинамики волнолетов (*waverider*), представляющих собой высокоскоростные ЛА, построенные на ударных волнах, образующихся при обтекании эллиптического или наклонного кругового конуса. Данной конфигурации ЛА присущи достаточно высокие аэродинамические характеристики. Задача обтекания конуса потоком невязкого сжимаемого газа под нулевым углом атаки имеет точное решение, поэтому конические течения также находят применение для генерации несущей поверхности гиперзвуковых ЛА. Они позволяют получить большее аэродинамическое качество, чем при использовании течений за плоскими скачками уплотнения. Использование конуса в качестве тела-генератора ударных волн позволяет также обеспечить несколько больший объем, предназначенный для полезной нагрузки [13, 14].

Облик волнолета зависит от контура его передней кромки и геометрии ударной волны, возмущенное течение за которой является основой несущей части ЛА. При этом форма скачка уплотнения позволяет получать как плоские, так и криволинейные поверхности волнолета. Многообразие различных форм находит отражение в достаточно большом числе публикаций, посвященных обтеканию и теплообмену волнолетов. Рассматриваются возможности использования волнолетов в качестве основы ЛА с прямоточным воздушно-реактивным двигателем, а также интеграции корпуса и силовой установки. В этом случае волнолет представляет собой поверхность предварительного сжатия потока перед воздухозаборником двигателя [4, 5].

Результаты экспериментальных и расчетных исследований обтекания ЛА различной конфигурации приводятся в работах [13–17]. В частности, в работах [13, 14] разработан метод построения несущей поверхности волнолета на основе невязкого конического поля течения. В работе [15] рассматриваются течения, полученные при обтекании наклонных конусов, а также при обтекании прямых конусов со скольжением. Численный метод расчета аэродинамики тел с поверхностью сжатия, построенной на течении за эллиптическим конусом, предлагается в работе [16]. Сравнительный анализ аэродинамики ЛА, построенных на основе различных подходов, дается в работах [17].

Результаты численного моделирования зависят от выбора газодинамической и физико-химической модели высокотемпературного воздуха. Поправки к коэффициентам сопротивления и подъемной силы, а также к коэффициенту момента, связанные с влиянием реальных свойств воздуха при высоких температурах, обычно невелики и составляют несколько процентов от номинальных значений аэродинамических коэффициентов, но оказывают существенное влияние на балансировочный угол атаки [10, 18]. Учет малых поправок ужесточает требования к точности проводимых расчетов.

Попытки достичь заданной точности численного решения только за счет увеличения числа узлов или ячеек сетки приводят к таким затратам времени счета и памяти, которые оказываются предельными для самых мощных из современных компьютеров. Проблемы уменьшения требований к компьютерным ресурсам (процессорное время и машинная память) и ускорения газодинамических расчетов остаются одними из основных задач вычислительной газовой динамики, не теряя своей актуальности с совершенствованием вычислительной техники, поскольку потребности практики опережают рост возможностей компьютеров.

Возможности использования графических процессоров (*Graphics Processor Unit, GPU*) для расчета поля течения совершенного газа при гиперзвуковых скоростях обсуждаются в работах [19–25]. В частности, в работе [23] для эффективной реализации численной схемы с использованием графических ускорителей применяется подход на основе теории локально-рекурсивных нелокально-асинхронных алгоритмов.

Многие пакеты допускают эксплуатацию не только на персональных компьютерах и рабочих станциях, но и на многопроцессорных вычислительных системах. Дополнительные возможности CFD-пакетов (Computational Fluid Dynamics, CFD) включают поддержку параллельных вычислений на графических процессорах и их кластерах. Несмотря на широкое применение графических процессоров для расчетов течений жидкости и газа, примеры их использования для поддержки неграфических вычислений, связанных с моделированием обтекания тел различной формы потоком высокотемпературного воздуха, в CFD-пакетах общего назначения являются немногочисленными.

В данной работе обсуждается построение и реализация математической модели, предназначенной для численного моделирования гиперзвукового обтекания волнолета с учетом равновесных физико-химических процессов, протекающих в высокотемпературном воздухе. Для реализации математической модели применяется метод конечных объемов на произвольных неструктурированных сетках, а для ускорения вычислений — графические процессоры общего назначения. Перенос вычислений с центральных процессоров на графические процессоры связан с необходимостью ускорения работы программ, предназначенных для моделирования течений жидкости и газа. Основным критерием эффективности применения графических ускорителей является степень занятости, измеряемая отношением фактического количества операций в секунду к теоретически возможному для данного GPU. В этом случае под эффективностью применения GPU понимается процент использования ресурсов данного GPU, который зависит как от использованного алгоритма, так и от входных данных. Другим, более практически полезным критерием эффективности использования GPU может служить ускорение решения задачи на графических процессорах по сравнению с вычислениями на центральном процессоре. В этом случае под эффективностью понимается уменьшение времени расчета конкретной задачи при использовании GPU по сравнению с временем, затраченным на центральном процессоре (Central Processing Unit, CPU) с одинаковыми входными данными и результатами, но с различными алгоритмами реализации.

**2. Математическая модель.** Нестационарное трехмерное течение невязкого сжимаемого газа описывается уравнениями Эйлера, записанными в консервативных переменных

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}} = 0, \quad (1)$$

где  $t$  — время,  $\mathbf{U}$  — вектор-столбец консервативных переменных в точке  $\mathbf{x}$  в момент времени  $t$ ,  $\mathbf{F}$  — тензорное поле потока. Вектор-столбец консервативных переменных и тензорное поле потока имеют вид

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{v} \\ \rho e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho \mathbf{v} \\ \rho \mathbf{v} \mathbf{v} + p \mathbf{I} \\ (\rho e + p) \mathbf{v} \end{pmatrix}.$$

Полная энергия единицы массы равняется сумме внутренней энергии  $\varepsilon$ , обусловленной термодинамическими процессами (включает в себя энергии поступательного движения, вращательного, колебательного и электронного возбуждения атомных и молекулярных компонент газовой смеси), и кинетической энергии

$$e = \varepsilon + \frac{1}{2} |\mathbf{v}|^2.$$

Здесь  $\rho$  — плотность,  $p$  — давление,  $\mathbf{v}$  — вектор скорости,  $\mathbf{I}$  — единичный тензор.

При решении задачи взаимодействия высокотемпературного воздуха с поверхностью тела необходимы такие характеристики среды как удельная теплоемкость и молярная масса. В высокотемпературном воздухе, когда становятся заметными процессы диссоциации и ионизации, зависимости этих характеристик от параметров среды усложняются, в частности начинает играть роль зависимость от давления и температуры (как следствие изменения молекулярного состава).

Уравнение (1) дополняется уравнением состояния

$$p = \rho \frac{R_0}{M_\Sigma(p, T)} T,$$

где  $R_0$  — универсальная газовая постоянная,  $M_\Sigma$  — молекулярный вес газа, который в общем случае зависит от давления и температуры. Вводя энтальпию  $h = \varepsilon + p/\rho$ , запишем выражение для полной энергии единицы массы

$$e = h + \frac{1}{2} |\mathbf{v}|^2 - \frac{p}{\rho}.$$

Допуская, что имеется равновесие по всем внутренним степеням свободы частиц с энергией поступательного движения, введем теплоемкость газа, рассчитанную в приближении равновесной заселенности внутренних энергетических состояний:

$$h = h_0 + \int_{T_0}^T c_p dT,$$

где  $h_0$  — энтальпия образования вещества при температуре  $T_0$ .

В случае совершенного газа молекулярный вес  $M_\Sigma$ , газовая постоянная  $R = R_0/M_\Sigma$ , теплоемкость при постоянном давлении  $c_p$  и теплоемкость при постоянном объеме  $c_v$  являются постоянными. При этом справедливо соотношение Майера ( $c_p - c_v = R$ ). Показатель адиабаты рассчитывается из соотношения  $\gamma = c_p/c_v$ , а для нахождения энтальпии и внутренней энергии применяются соотношения  $h = c_p T$  и  $\varepsilon = c_v T$ .

В высокотемпературном потоке необходимо учитывать реальные свойства газа и их влияние на структуру течения и локальное поведение газодинамических функций. В расчетах используются две термодинамические модели воздуха: модель совершенного газа и приближенная модель химически реагирующего равновесного воздуха [26] (модель Крайко). Модель Крайко содержит множество вычислений функции экспоненты, поэтому следует ожидать, что при ее использовании время вычислений значительно увеличится [27].

Достоинством модели [26] является учет диссоциации и ионизации воздуха при высоких температурах. При учете реальных термодинамических свойств воздуха используются явные выражения для плотности и удельной внутренней энергии через давление и температуру  $\rho = \rho(p, T)$  и  $\varepsilon = \varepsilon(p, T)$ . В диапазоне температур от 200 до 20000 К и давлений от 0.001 до 1000 атм погрешность модели не превосходит 1.5% по плотности и 3% по энтальпии.

На участке аэродинамического торможения, на котором скорость ЛА меняется от максимальной гиперзвуковой до малой сверхзвуковой, под воздействием значительных температур и давлений в потоке газа протекают различные химические реакции в области между ударной волной и поверхностью аппарата. При спуске по баллистической траектории время релаксации поступательных, вращательных и колебательных степеней свободы частиц газовой среды много меньше характерного газодинамического времени, поэтому степени свободы находятся в равновесном состоянии. На больших высотах атмосферное давление незначительно, и химические реакции протекают неравновесным образом.

Уравнения, описывающие течение реального газа, имеют тот же вид, что и уравнения для идеального газа. При использовании модели Крайко возникают трудности при переходе от консервативных переменных к физическим. В приближенных моделях состояние газа определяется в функции переменных  $\rho = \rho(p, T)$  и  $\varepsilon = \varepsilon(p, T)$ , а для расчетов используется зависимость  $p = p(\rho, \varepsilon)$ . Для перехода между физическими и консервативными переменными при известных плотности и внутренней энергии решается система нелинейных уравнений [27].

**3. Геометрия летательного аппарата.** В качестве тестовой задачи для исследования ускорения вычислений используется задача гиперзвукового обтекания волнолета [13, 14]. Достоинством такой аэродинамической конфигурации является высокая подъемная сила, которая обеспечивается за счет высокого давления в сжатом слое у несущей поверхности, а также малое волновое сопротивление за счет присоединения ударной волны к передней кромке и касательной ориентации верхней поверхности по отношению к набегающему потоку [17]. Данные характеристики обеспечивают достаточно высокое значение аэродинамического качества ЛА в широком диапазоне скоростей обтекания.

Несущая поверхность аэродинамической конфигурации конструируется из линий тока, соответствующих невязкому обтеканию острого кругового конуса под нулевым углом атаки. В этих условиях обеспечивается эффективное сжатие газового потока у несущей поверхности, дающее прирост подъемной силы. Геометрия определяется на основе задания поперечного контура нижней поверхности в сечении донного среза, через который проводится поверхность тока в известном поле течения до ее пересечения с коническим скачком уплотнения.

Геометрия ЛА спроектирована на основе течения за коническим скачком уплотнения таким образом, что передняя кромка располагается на поверхности скачка, а нижняя поверхность строится по линиям тока, вышедшим из передней кромки [13, 14] (рис. 1 а). Геометрия строится в предположении, что генерирующий скачок уплотнения виртуальный конус имеет угол полураствора 16 градусов, а полет ЛА

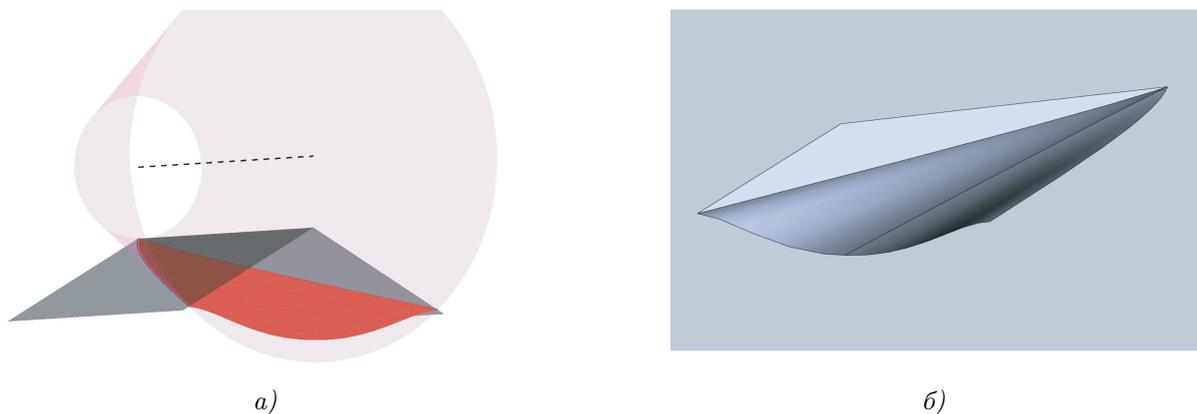


Рис. 1. Построение геометрической модели волнолета

происходит при давлении  $p = 666.61$  Па, температуре  $T = 293$  К и числе Маха  $M = 12$  (расчетный режим обтекания, модель совершенного газа). Длина ЛА равняется  $L = 2$  м (рис. 1 б). Площадь сечения в плане задней поверхности волнолета равняется  $S = 0.3894$  м<sup>2</sup>.

Трехмерные виды геометрии ЛА приводятся на рис. 2. Расчет обтекания ЛА производится во всех случаях под нулевым углом атаки с параметрами, соответствующими проектным.

**4. Расчетные сетки.** Применение неструктурированных сеток представляется наиболее оправданным подходом благодаря большой гибкости и универсальности методов их построения относительно исходной геометрии, а также возможности полной автоматизации процесса генерации.

Расчеты проводятся на неструктурированной декартовой сетке с адаптацией к границе (body-fitted unstructured cartesian grid). Ячейки сетки при этом имеют от 4 до 24 граней. В табл. 1 приведены характеристики используемых в расчетах сеток и объем требуемой памяти графического процессора.

В работе произведены расчеты на данных сетках с двумя моделями среды: идеальный газ и модель Крайко. Для каждого варианта исследуется время, затраченное на расчет одной итерации по времени как на CPU, так и на GPU. Для сглаживания отклонений от среднего значения, которые происходят из-за накладных затрат подготовки и запуска цепочки машинных команд на GPU, за значение времени

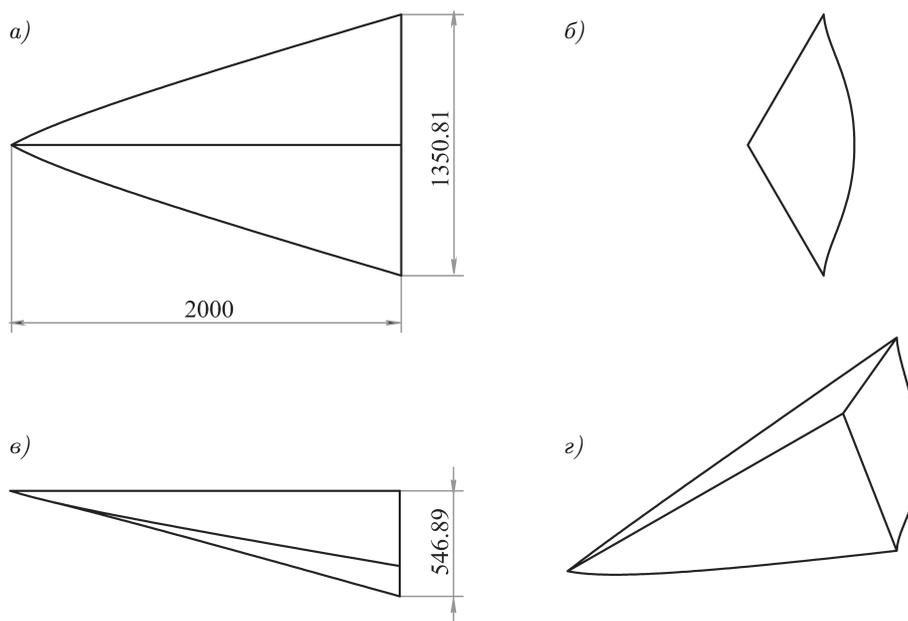


Рис. 2. Геометрия летательного аппарата. Проекция а)-д) соответствуют различным углам зрения

выполнения одной итерации принимается среднеарифметическое значение, взятое за 10 итераций. Такие отклонения наиболее остро проявляются при обработке малых объемов данных. Вычисляется ускорение вычислений на GPU по сравнению с аналогичными вычислениями на одном ядре CPU. Кроме того, для самой подробной сетки 5 (табл. 1) проводится исследование ускорения вычислений только на CPU при использовании различного количества ядер  $N_{\text{CPU}} = 1, 2, 4, 8, 16$ . Использование нескольких GPU в программных модулях в настоящий момент не предусмотрено.

**5. Численный метод.** Расчеты гиперзвукового обтекания ЛА производятся на основе метода конечных объемов. Решение задач газовой динамики в широком диапазоне скоростей предъявляет повышенные требования к используемому численному методу, который, с одной стороны, должен достаточно точно воспроизводить разрывные решения, а с другой — раскрывать динамику малых возмущений на фоне среднего течения. Указанные требования являются противоречивыми, поскольку раскрытие динамики малых возмущений требует понижения схемной диссипации, что приводит к нежелательным осцилляциям решения в областях больших градиентов искомых функций.

**5.1. Особенности реализации.** Система уравнений (1) решается с помощью метода конечных объемов. Расчетная область разделяется на множество контрольных объемов. В интегральной форме уравнения Эйлера записываются в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \oint_V \mathbf{U} dV + \oint_{\partial V} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = 0, \quad (2)$$

где  $V$  — некоторый замкнутый объем газа с границей  $\partial V$ ,  $d\mathbf{S} = \mathbf{n} dS$  — вектор элементарной площадки  $dS$  к границе объема  $\partial V$  с внешней нормалью  $\mathbf{n}$ .

Предполагается, что сеточная величина, определенная в центре контрольного объема  $V_i$ , представляет собой среднеинтегральное значение соответствующей непрерывно распределенной величины:

$$U_i = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} U dV.$$

Вычисляя интеграл по границе контрольного объема  $i$  как сумму произведений значений вектора потока  $\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}$  в центрах граней  $j$  контрольного объема на площади его граней  $S_{ij}$ , уравнение (2) можно переписать в следующем полудискретном виде:

$$\frac{dU_i}{dt} + \frac{1}{V_i} \sum_j^{N_i} \mathbf{F}_{ij} S_{ij} = 0, \quad (3)$$

где  $V_i$  — объем контрольного объема  $i$ ,  $\mathbf{F}_{ij}$  — вектор потока из ячейки  $i$  в ячейку  $j$  в центре грани контрольного объема,  $S_{ij}$  — площадь грани  $j$  контрольного объема  $i$ .

При применении схемы конечных объемов (3) потоки вычисляются в направлении нормали к границе. Поток на грани контрольного объема определяется соотношением

$$\mathbf{F}_{j+1/2} = \frac{1}{2} [\mathbf{F}(U_L) + \mathbf{F}(U_R)] - \frac{1}{2} |A| (U_R - U_L),$$

где  $|A| = R|\Lambda|L$ . Под  $\Lambda = \text{diag}\{v_n - a, v_n, v_n + a\}$  понимается диагональная матрица, элементами которой являются собственные числа якобиана. Индексы  $L, R$  относятся к пространствам внутри и вне контрольного объема соответственно.

Стационарное поле течения рассчитывается методом установления по времени при помощи задания некоторого начального распределения параметров потока и моделирования его эволюции к конечному

Таблица 1

Характеристики расчетных сеток

Сетка	1	2	3	4	5
Количество ячеек, млн	11.08	16.99	19.67	24.21	27.93
Количество граней, млн	32.58	50.28	56.94	70.55	82.79
Объем памяти GPU, ГБ	6.19	9.45	11.10	13.61	15.52

состоянию. Для дискретизации по времени используется явная схема 4-го порядка [27], сохраняющая монотонность решения и позволяющая проводить сквозной расчет течений с газодинамическими разрывами. Расчет невязких потоков производится при помощи схемы Русанова [28] и схемы Рое [29]. Градиенты искомых функций рассчитываются со вторым порядком точности в центрах контрольных объемов. Для сохранения монотонности разностной схемы применяются ограничители потоков, предложенные в работах [30, 31].

В методах типа Годунова для расчета потока через грани контрольных объемов используется решение задачи о распаде произвольного разрыва. В схеме Русанова для приближенного решения задачи Римана рассматривается упрощенная конфигурация, состоящая из левой и правой ударной волны, которые разделяют пространство параметров на три подобласти, а наличием контактного разрыва пренебрегается. Скорости движения ударных волн определяются по максимальным наклонам характеристик в соседних контрольных объемах. Учитывается распространение только самой быстрой волны. Схема Рое основана на решении задачи Римана для исходных уравнений, линеаризованных специальным образом. Для интерполяции газодинамических параметров на грань смежных контрольных объемов используется процедура осреднения. Введение энтропийной поправки позволяет избежать возникновения нефизических ударных волн разрежения [32].

Подготовка исходных данных ведется при помощи инструментария пакета OpenFOAM, что позволяет использовать различные форматы файлов для хранения результатов расчета и сетки. Расчетная сетка строится при помощи пакета Numeca Hexpress Hybrid. Для обработки результатов расчета используется программное обеспечение с открытым исходным кодом ParaView ([www.paraview.org](http://www.paraview.org)). Пакет ParaView предназначен для интерактивной визуализации результатов расчетов, полученных в виде больших трехмерных массивов данных для качественного и количественного исследования.

**5.2. Преобразование переменных.** Течение газа описывается уравнениями Эйлера и определяется четырьмя независимыми переменными

$$U = \{\rho, \rho u_x, \rho u_y, \rho e\}',$$

где  $\rho$  — плотность,  $\rho u_x, \rho u_y$  — проекции импульса на оси  $x, y$ ,  $\rho e = \rho[\varepsilon + (u_x^2 + u_y^2)/2]$  — полная энергия.

Кроме набора консервативных переменных, используются другие наборы переменных. В качестве такого набора выступают физические переменные

$$Q = \{\rho, u_x, u_y, p\}',$$

где  $\rho$  — плотность,  $u_x, u_y$  — проекции скорости на оси  $x, y$ ,  $p$  — давление.

Физические переменные допускают выражение через консервативные и наоборот. В то время как прямое преобразование не составляет большого труда, обратный переход требует решения системы уравнений.

Исходная система уравнений состоит из выражения для полной энергии и уравнения состояния:

$$\begin{cases} \rho e = \rho \varepsilon(p, T) + \rho \frac{v^2}{2} \\ p = \rho \frac{R_0}{M_\Sigma(p, T)} T \end{cases} \implies \begin{cases} \varepsilon(p, T) = \frac{(\rho e)}{\rho} - \frac{v^2}{2} \\ p M_\Sigma(p, T) - \rho R_0 T = 0 \end{cases}.$$

Неизвестными являются  $p, T, \varepsilon = h - p/\rho$ . Данная система уравнений является нелинейной. Для ее решения используется метод Ньютона, в котором значения переменных на новой итерации находятся из соотношения

$$p^{n+1} = p^n + \Delta p, \quad T^{n+1} = T^n + \Delta T,$$

где  $\Delta p, \Delta T$  — приращения неизвестных функций. Индекс  $n$  обозначает номер итерации.

Произведем линеаризацию системы, разложив функции  $\varepsilon$  и  $M_\Sigma$  в ряд Тейлора, оставив только члены первого порядка:

$$\begin{aligned} \varepsilon^{n+1}(p, T) &= \varepsilon^n + \frac{\partial \varepsilon^n}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial \varepsilon^n}{\partial T} \Delta T; \\ M_\Sigma^{n+1}(p, T) &= M_\Sigma^n + \frac{\partial M_\Sigma^n}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial M_\Sigma^n}{\partial T} \Delta T. \end{aligned}$$

Подставляя выражения для давления и температуры в систему уравнений и отбрасывая члены второго порядка и выше, получим:

$$\frac{\partial \varepsilon^n}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial \varepsilon^n}{\partial T} \Delta T = \frac{(\rho e)}{\rho} - \frac{v^2}{2} - \varepsilon^n;$$

$$\left( M_{\Sigma}^n + p^n \frac{\partial M_{\Sigma}^n}{\partial p} \right) \Delta p + \left( p^n \frac{\partial M_{\Sigma}^n}{\partial T} - \rho R_0 \right) \Delta T = \rho R_0 T^n - p^n M_{\Sigma}^n.$$

Решая систему линейных уравнений, получим приращения искомых функций  $\Delta p$  и  $\Delta T$ . Итерационный процесс заканчивается, когда приращения  $\Delta p$  и  $\Delta T$  удовлетворяют заданному условию точности. В качестве начального приближения берется решение с предыдущей итерации.

Производные от функций  $\varepsilon$  и  $M_{\Sigma}$  вычисляются при помощи центральной разностной производной 2-го порядка точности:

$$\frac{\partial \varepsilon^n}{\partial p} = \frac{\varepsilon(p^n + \delta_p, T^n) - \varepsilon(p^n - \delta_p, T^n)}{2\delta_p};$$

$$\frac{\partial \varepsilon^n}{\partial T} = \frac{\varepsilon(p^n, T^n + \delta_T) - \varepsilon(p^n, T^n - \delta_T)}{2\delta_T};$$

$$\frac{\partial M_{\Sigma}^n}{\partial p} = \frac{M_{\Sigma}(p^n + \delta_p, T^n) - M_{\Sigma}(p^n - \delta_p, T^n)}{2\delta_p};$$

$$\frac{\partial M_{\Sigma}^n}{\partial T} = \frac{M_{\Sigma}(p^n, T^n + \delta_T) - M_{\Sigma}(p^n, T^n - \delta_T)}{2\delta_T}.$$

Здесь  $\delta_p = k_p p^n$ ,  $\delta_T = k_T T^n$ . Коэффициенты  $k_p$  и  $k_T$  выбираются из интервала 0.005–0.01.

**6. Аппаратные средства и программное обеспечение.** Для выполнения расчетов используются вычислительные ресурсы ЦКП “Центр данных ДВО РАН” [33].

Для проведения экспериментальных расчетов применяется вычислительная система, имеющая кластерную архитектуру и состоящая из одного управляющего и четырех вычислительных узлов. Все они имеют одинаковую конфигурацию за исключением узла управления, который дополнительно оснащен контроллером FibreChannel с пропускной способностью в 16 Гбит/с для подключения к внешнему дисковому хранилищу. В качестве сети управления используется сеть, построенная по технологии Gigabit Ethernet, а в качестве сети передачи данных — сеть EDR InfiniBand с пропускной способностью 100 Гбит/с.

Все узлы кластера представляют собой серверы Sironica PW22LC (IBM PowerSystems S822LC 8335–GTB) в следующей типовой комплектации: два центральных процессора IBM POWER8 с максимальной частотой 4.023 ГГц; 256 ГБ DDR4 ОЗУ; два сопроцессора NVIDIA Tesla P100 GPU; два жестких диска Seagate 1 ТБ 7200RPM; контроллер EDR InfiniBand.

Рассмотрим подробно архитектуру и особенности вычислительной системы. Процессор IBM POWER8 представляет собой суперскалярный процессор, базирующийся на RISC архитектуре (компьютер с сокращенным набором команд) POWER [34]. Он содержит 10 вычислительных ядер, поддерживающих технологию одновременной многопоточности (SMT) [35] для восьми потоков и внеочередное выполнение команд.

Каждое вычислительное ядро CPU содержит 32 КБ кэша L1 инструкций, 64 КБ кэша L1 данных и 512 КБ кэша L2. Также на каждое ядро приходится 8 МБ eDRAM кэша третьего уровня, разделяемого между всеми вычислительными ядрами (всего 80 МБ на процессор) [36]. Дополнительный разделяемый кэш L4, реализованный по технологии eDRAM, находится вне процессора на микросхемах Centaur, обеспечивающих планирование и управление обменами данными с памятью (по микросхеме на канал памяти). Его объем составляет 16 МБ на микросхему. Таким образом, на процессор IBM POWER8, имеющий четырехканальный контроллер памяти, приходится 64 МБ кэша L4.

Вычислительные ядра процессора содержат по 16 исполнительных устройств, из которых 4 используются для выполнения операций над числами с плавающей запятой. При этом поддерживается одновременное выполнение до двух операций над векторными регистрами размером 128 бит, содержащими 4 числа с плавающей запятой одинарной точности или 2 числа с плавающей запятой двойной точности [34]. Это дает (при выполнении операций умножения-сложения FMA) возможность выполнения до 8 операций над числами с плавающей запятой за такт. Исходя из этого может быть определена пиковая производительность процессора, составляющая 0.322 ТФлопс.

Сопроцессоры NVIDIA Tesla P100 GPU, которыми оснащены узлы кластера, реализованы на архитектуре Pascal [37]. Графический процессор каждого из них содержит 56 потоковых процессора (SM), включающих 64 CUDA ядра для выполнения операций над числами с плавающей запятой одинарной точности, 32 CUDA ядра для выполнения операций над числами с плавающей запятой двойной точности, 24 КБ разделяемого кэша L1 и 64 КБ разделяемой памяти. Таким образом, для выполнения операций над числами двойной точности могут использоваться 1792 CUDA ядра. Помимо кэша L1, доступного в рамках одного SM, этим ядрам доступно 4 МБ кэша L2 и 16 ГБ памяти HBM2 (полоса пропускания 732 ГБ/с). Пиковая производительность одного графического процессора частотой 1.48 ГГц на операциях с числами двойной точности (при выполнении операций FMA) составляет 5.3 ТФлопс. Сопроцессоры подключаются к центральным процессорам вычислительных узлов по шине NVLink версии 1.0 с пропускной способностью в 80 ГБ/с.

Для проведения расчетов доступно 10 центральных процессоров (100 вычислительных ядер) и 10 сопроцессоров. Пиковая производительность всего кластера составляет  $(2 \times 0.322 \text{ Тфлопс} + 2 \times 5.3 \text{ Тфлопс}) \times 5 \text{ узлов} = 56.22 \text{ Тфлопс}$ , большая часть которой обеспечивается графическими процессорами.

Серверы Sironica PW22LC построены на архитектуре NUMA (Non-Uniform Memory Access, неоднородный доступ к памяти). Каждый из них включает в себя два NUMA узла, состоящих из одного центрального процессора и его локальной оперативной памяти объемом 128 ГБ. При этом доступ к оперативной памяти соседнего NUMA узла осуществляется посредством шины X-Bus, соединяющей процессоры. К каждому центральному процессору подключен сопроцессор, то есть каждый NUMA узел сервера содержит по одному GPU.

Все узлы вычислительного кластера работают под управлением операционной системы CentOS 7.6. В качестве общей файловой системы при проведении расчетов используется файловая система NFS (Network File System).

Для работы с сопроцессорами развернута среда разработки NVIDIA CUDA Toolkit 10.1.168. Конкурентное выполнение программного кода нескольких вычислительных процессов, выгружаемого на один GPU, обеспечивается сервисом NVIDIA MPS [38]. Мониторинг кластера осуществляется пакетом Ganglia.

Диспетчеризация заданий на кластере выполняется с использованием свободной версии программного обеспечения PBS Professional 14.1. Указанная система управления заданиями позволяет распределять пользовательские задачи по всем пяти вычислительным узлам. Для обеспечения тонкой привязки пользовательских задач к отдельным NUMA-узлам используются механизмы виртуальных узлов и “хуков”.

Первый из них позволяет представить каждый из вычислительных узлов в системе диспетчеризации заданий в виде двух виртуальных узлов, содержащих по одному процессору IBM POWER8 (10 процессорных ядер или 80 аппаратных потоков), одному сопроцессору и 128 ГБ оперативной памяти. Для учета доступных сопроцессоров введен дополнительный ресурс `ngrus`, по одной единице которого (соответствует одному GPU) назначается каждому виртуальному узлу. При запуске пользовательских заданий число доступных `ngrus` в вычислительной системе уменьшается на число единиц данного ресурса, заказанных пользователем. Такое решение позволяет избежать запуска нескольких пользовательских заданий на одном сопроцессоре.

Второй из используемых механизмов позволяет привязать различные действия (выполнение команд на узлах кластера, модификация содержимого скриптов описания заданий и т.д.) к событиям, связанным с изменением статуса пользовательского задания (постановка задания в очередь, начало исполнения задания, завершение исполнения задания и т.д.). Для выделения пользовательским процессам, запускаемым на некотором NUMA-узле подключенного к нему сопроцессора применяется специальный хук (скрипт, написанный на языке Python), выполняющийся при запуске пользовательского задания. Он выставляет значение переменной окружения `CUDA_VISIBLE_DEVICES` равным номеру виртуального узла, выделенного этому заданию. Указанная информация используется драйвером GPU для определения списка доступных пользователю сопроцессоров. Например, при запуске пользовательского задания на нулевом виртуальном узле, значение указанной переменной будет выставлено равным 0 (нумерация виртуальных узлов, NUMA-узлов и ускорителей начинается с нуля). После этого сам скрипт пользовательского задания запускается при помощи команды `numactl`, а параметры `--cpunodebind` и `--membind` выставлены равными номеру виртуального узла. Этот механизм позволяет изолировать пользовательские задания в рамках отдельных NUMA-узлов, что уменьшает число обращений к нелокальной оперативной памяти и повышает эффективность использования вычислительной системы, в том числе и графических процессоров.

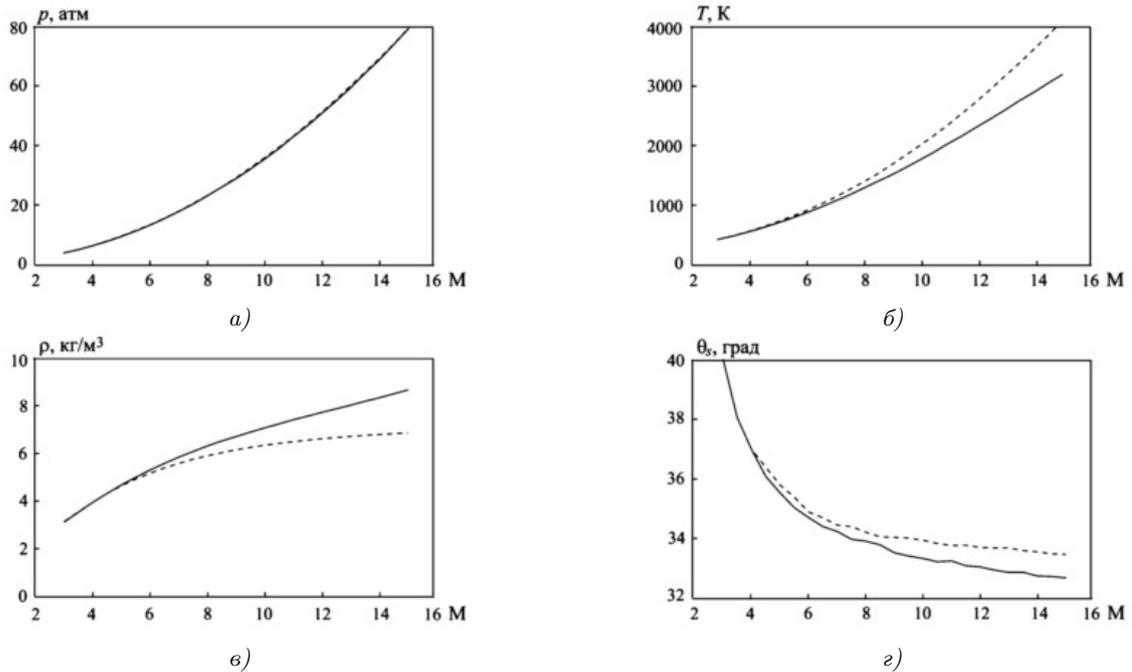


Рис. 3. Распределения давления (а), температуры (б), плотности (в) и угла наклона скачка (з), полученные по модели совершенного газа (пунктирная линия) и модели Крайко (сплошная линия)

В результате проведения численных расчетов с использованием перечисленных аппаратно-программных средств на различных расчетных сетках и с различными моделями воздуха создаются файлы логов расчетов с информацией о времени выполнения каждой итерации.

По завершении каждого расчета проверяется, что полученное решение качественно соответствует физической картине обтекания, например в области не присутствует отрицательное давление и температура. Для сравнения расчеты также выполняются на одном ядре центрального процессора.

**7. Результаты расчетов.** Модельные задачи играют роль испытательного полигона для проверки новых методологических концепций и оценки точности результатов, полученных с помощью сконструированных на их основе программных средств. Результаты расчетов позволяют судить о монотонности и точности численного метода, численной диффузии и нефизических осцилляций в областях с резкими градиентами искомых функций. Сеточная зависимость решения проверяется при помощи решения задачи на последовательности сеток, шаг которых при движении по иерархии сеток сверху вниз уменьшается, например в два раза.

Расчеты обтекания волнолета высокотемпературным потоком воздуха проводятся при числе Маха набегающего потока  $M_\infty = 12$  (примерно соответствует скорости набегающего потока  $V_\infty = 4117$  м/с). Давление и температура набегающего потока полагаются равными  $p_\infty = 666.1$  Па и  $T_\infty = 293$  К (при этом плотность воздуха составляет  $\rho_\infty = 0.00792$  кг/м<sup>3</sup>).

Распределения характеристик потока показывает рис. 3 в зависимости от числа Маха набегающего потока при фиксированном угле клина ( $\theta_c = 30^\circ$ ). В то время как высокотемпературные эффекты оказывают незначительное влияние на распределение давления, наблюдается различие результатов расчетов, полученных для совершенного и реального газов. Применение модели совершенного газа при высоких числах Маха набегающего потока приводит к существенным погрешностям в решении. Зави-

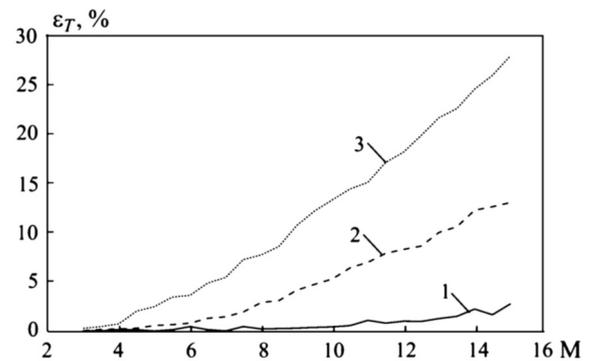


Рис. 4. Относительная погрешность температуры, найденной по модели совершенного газа и модели Крайко при  $\theta_c = 10^\circ$  (линия 1),  $20^\circ$  (линия 2),  $30^\circ$  (линия 3)

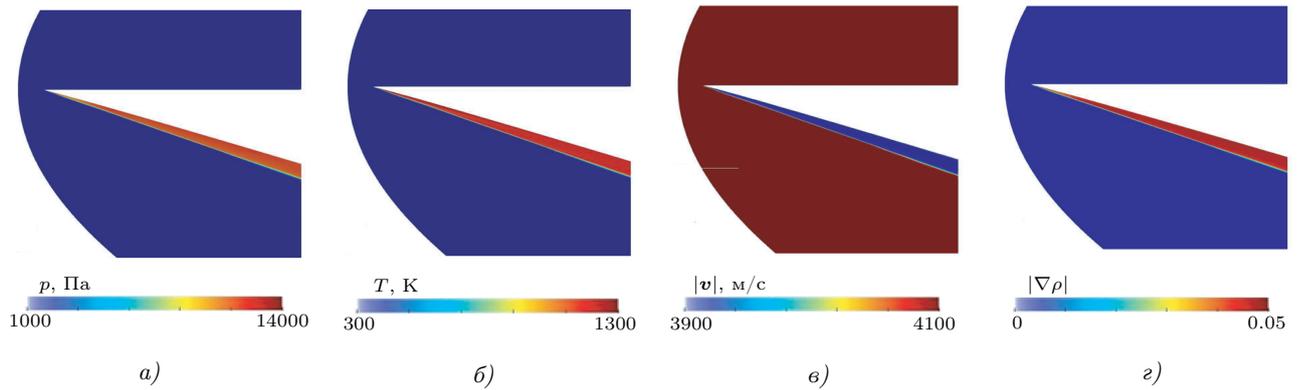


Рис. 5. Распределения в срединном продольном сечении: а) давления, б) температуры, в) модуля скорости, г) плотности

симось относительной погрешности расчета температуры по модели совершенного газа и модели реального газа от числа Маха набегающего потока показывает рис. 4. Увеличение угла полураствора конуса приводит к тому, что рассогласование решений, полученных по различным моделям среды, возрастает.

В качестве примера визуализации расчета выбран вариант с использованием сетки 2 с 17 млн ячеек. На рис. 5 приведены поля давления, температуры, скорости и плотности в срединном продольном сечении. Химические процессы влияют не только на структуру течения за ударной волной, но и на распределения характеристик потока в ударном слое, из-за которых в нем резко меняется состав газовой смеси.

На рис. 6 приведено поле распределения градиента давления в нескольких поперечных сечениях, которое характеризует положение скачков уплотнения. Поперечные сечения отстоят на различных расстояниях от носовой точки ЛА. При этом азимутальный угол изменяется от значения, соответствующего острой кромке, до значения, соответствующего нижней точке несущей поверхности. Высокие температуры за ударной волной в воздухе приводят к увеличению теплоемкости газа и уменьшению эффективного показателя адиабаты. Несмотря на то что плотность воздуха за фронтом ударной волны возрастает в несколько раз, давление как консервативный газодинамический параметр изменяется в существенно меньшей степени. Давление за ударной волной в равновесно-диссоциирующем воздухе незначительно превосходит давление в совершенном газе. Однако вниз по течению на большей части поверхности ЛА из-за разгона потока давление в воздухе меньше давления в совершенном газе.

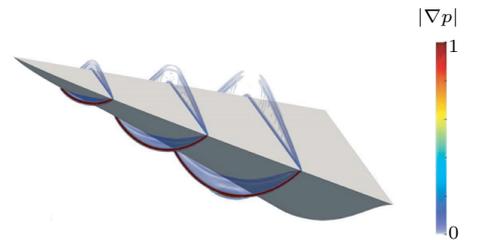


Рис. 6. Поле градиента давления в нескольких поперечных сечениях

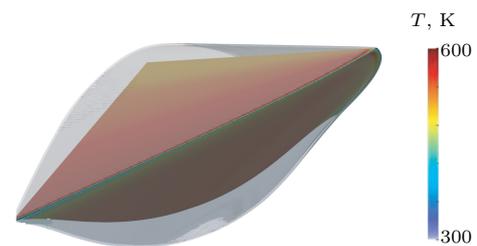


Рис. 7. Распределение температуры по поверхности ЛА

Распределение температуры по поверхности волнолета показывает рис. 7. Поверхность серого цвета изображает скачок уплотнения.

Распределения давления по угловой координате в различных поперечных сечениях по координате  $x$ , отсчитываемой от носовой точки ЛА, показаны на рис. 8 при нулевом угле атаки, а при положительном и отрицательном углах атаки — на рис. 9 и рис. 10. Угловая координата изменяется от острой кромки до нижней точки несущей поверхности. Ось, относительно которой отсчитывается угол, находится в плоскости симметрии на 0.1 м ниже верхнего ребра. Сверху давление равняется давлению набегающего потока, а снизу давление остается практически постоянным по сечению. Для гиперзвуковых режимов обтекания учет эффектов равновесной диссоциации воздуха приводит к понижению давления.

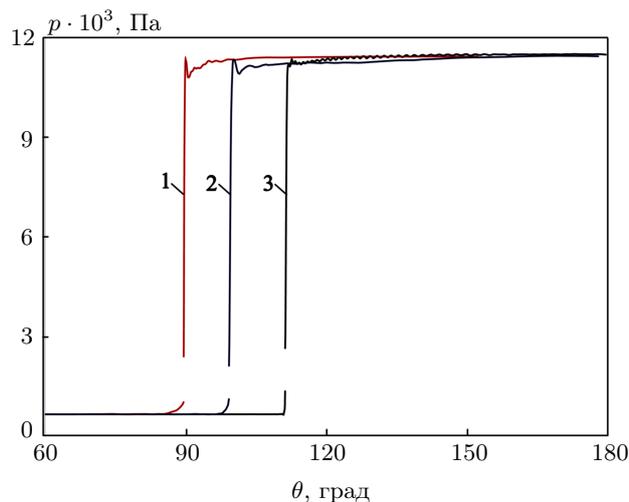


Рис. 8. Распределения давления в сечениях 0.4 м (линия 1), 0.6 м (линия 2) и 1.5 м (линия 3) при  $\alpha = 0^\circ$

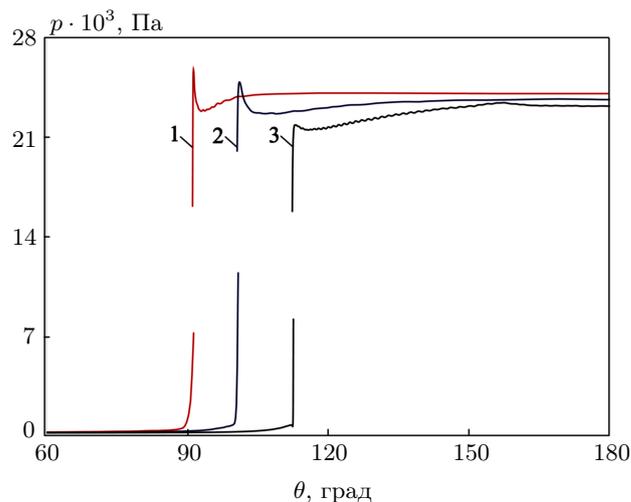


Рис. 9. Распределения давления в сечениях 0.4 м (линия 1), 0.6 м (линия 2) и 1.5 м (линия 3) при  $\alpha = 8^\circ$

При численном моделировании наряду с полями течения исследуются аэродинамические характеристики ЛА на расчетном числе Маха. Проведенные расчеты позволяют произвести оценку основных аэродинамических характеристик волнолетов, построенных на скачках уплотнения за прямым круговым конусом. Аэродинамические силы получаются интегрированием сил давления, приложенных к элементарным сеточным площадкам поверхности ЛА (рис. 11 и рис. 12). В качестве характерной площади для расчета аэродинамических коэффициентов используется площадь волнолета в плане. Для положительных углов атаки нижняя наветренная поверхность аппарата вносит основной вклад в подъемную силу. При высоких сверхзвуковых скоростях аэродинамические характеристики ЛА сравнительно слабо зависят от числа Маха и стремятся к предельным значениям, соответствующим принципу гиперзвуковой стабилизации потока. Наличие разрежения в области задней стенки ЛА приводит к тому, что возникающая при этом дополнительная сила лобового сопротивления снижает аэродинамическое качество.

Отличие в коэффициентах аэродинамических сил для равновесно-диссоциирующего воздуха от случая совершенного газа составляет несколько процентов. Поскольку вклад реальных вязких сил является малым по сравнению с силами инерции, то именно невязкие эффекты определяют общую картину течения, а погрешность в интегральном балансе импульса в донной области оказывается сравнительно малой. Обобщение опыта расчетных и экспериментальных исследований различных аэродинамических конфигураций для высоких сверхзвуковых скоростей выявляет принципиальные теоретические ограничения, накладываемые на аэродинамическое качество ЛА при увеличении скорости полета [39]. Оптимизация модели для достижения максимального аэродинамического качества и минимального лобового сопротивления представляет собой отдельную задачу.

**8. Оценка ускорения расчетов.** В табл. 3 приведено время расчета одной итерации по времени для различных вычислительных сеток и различных вычислительных устройств с использованием модели совершенного газа. В ней также указывается относительное ускорение расчетов по сравнению с расчетом на одном ядре CPU. В табл. 4 приведено время расчета одной итерации по времени с использованием модели Крайко.

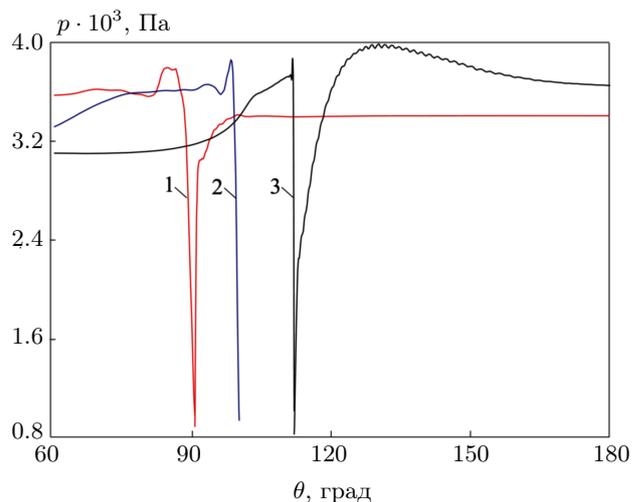


Рис. 10. Распределения давления в сечениях 0.4 м (линия 1), 0.6 м (линия 2) и 1.5 м (линия 3) при  $\alpha = -8^\circ$

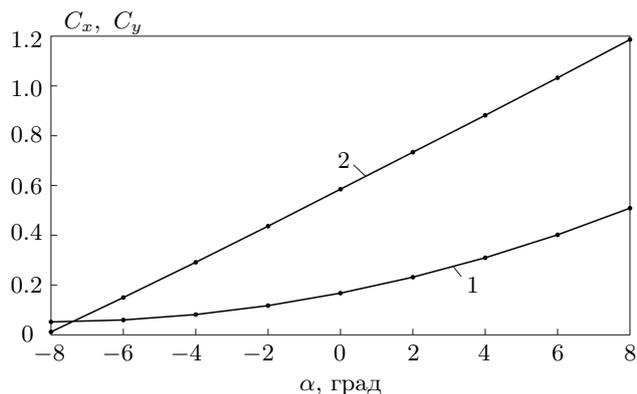


Рис. 11. Зависимость коэффициента сопротивления (линия 1) и коэффициента подъемной силы (линия 2) от угла атаки

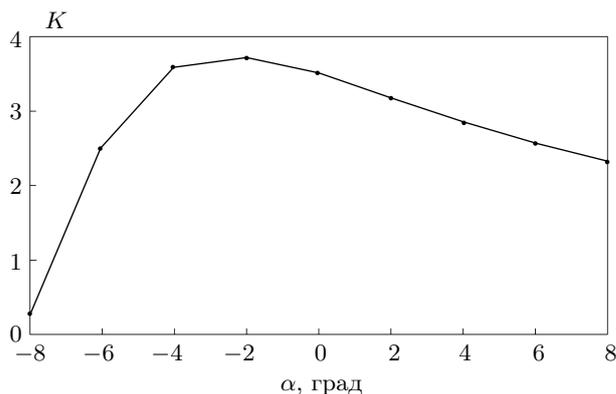


Рис. 12. Зависимость аэродинамического качества от угла атаки

Таблица 2

Сравнение времени вычислений на CPU и GPU для модели совершенного газа

Сетка	1	2	3	4	5
Количество ячеек, млн	11.08	16.99	19.67	24.21	27.93
Время расчета на CPU, с	93.89	158.43	166.37	221.55	238.63
Время расчета на GPU, с	1.68	2.57	2.96	3.65	4.23
Ускорение вычислений	55.89	61.65	56.21	60.70	56.41

Таблица 3

Сравнение времени вычислений на CPU и GPU для модели Крайко

Сетка	1	2	3	4	5
Количество ячеек, млн	11.08	16.99	19.67	24.21	27.93
Время расчета на CPU, с	4996.20	7678.96	8643.84	10902.80	12358.99
Время расчета на GPU, с	3.57	5.58	6.38	7.85	9.01
Ускорение вычислений	1399.50	1376.16	1354.83	1388.89	1371.70

Таблица 4

Сравнение времени вычислений при различном количестве ядер CPU для модели совершенного газа

Сетка	1	2	3	4	5
Количество ядер CPU	1	2	4	8	16
Время, с	238.63	163.69	81.95	39.25	19.24
Ускорение вычислений	1	1.46	2.91	6.08	12.4

Таблица 5

Сравнение времени вычислений при различном количестве ядер CPU для модели Крайко

Сетка	1	2	3	4	5
Количество ядер CPU	1	2	4	8	16
Время, с	12358.99	9286.45	4528.04	2272.68	821.37
Ускорение вычислений	1	1.33	2.73	5.44	15.05

Для сравнения выполнено исследование ускорения расчетов на центральном процессоре при использовании различного количества процессорных ядер. В табл. 5 приведено время расчета одной итерации

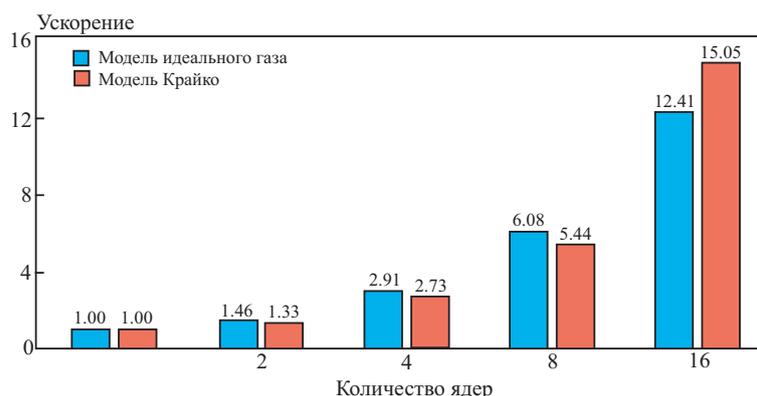


Рис. 13. Ускорение расчетов на CPU в зависимости от количества используемых ядер

по времени для модели совершенного газа при использовании подробной сетки 5 и различного количества ядер CPU. В табл. 6 приведены аналогичные данные для модели Крайко.

На рис. 13 приведена гистограмма полученных результатов ускорения вычислений на CPU в сравнении с расчетом на одном ядре. При использовании на CPU нескольких ядер ускорение растет практически линейно для явных схем расчета, хотя это справедливо только при больших расчетных сетках и относительно малом количестве ядер CPU. Полученные данные по ускорению в сравнении с одним ядром CPU позволяют дать грубую оценку соотношения времени вычислений на множестве CPU и одном GPU.

Проведенные вычислительные эксперименты показывают, что использование графических процессоров позволяет значительно ускорить решение задачи гиперзвукового обтекания ЛА на основе метода конечных объемов. Так, для всех расчетных сеток ускорение выполнения одной итерации на графическом процессоре по сравнению с ее выполнением на одном вычислительном ядре центрального процессора составило для модели идеального газа 56–62 раз, а для модели Крайко — 1355–1400 раз. Если же сравнивать время выполнения расчетов задачи на процессоре с временем их выполнения на 16 ядрах CPU (что составляет 80% процессорных ядер вычислительного узла), то и в данном случае использование GPU является предпочтительным: при использовании самой подробной сетки для модели идеального газа графический процессор позволяет получить результаты в 4.5 раза, а для модели Крайко — в 91.2 раза быстрее. Также можно отметить, что решение задачи гиперзвукового обтекания ЛА для модели Крайко требует на GPU лишь в два раза больше времени, чем решение той же задачи для модели идеального газа (на CPU разница времени расчета задачи для этих моделей составляет порядка 50 раз).

**9. Заключение.** Разработана математическая модель, предназначенная для численного моделирования гиперзвукового обтекания тел произвольной формы с учетом равновесных физико-химических процессов в высокотемпературном воздухе. Для дискретизации уравнений газовой динамики реализован метод конечных объемов на неструктурированных сетках, состоящих из многогранников произвольной формы, а для ускорения вычислений использованы графические процессоры общего назначения. Изучено влияние реальных теплофизических свойств воздуха на основные аэродинамические характеристики ЛА.

Для проведения расчетов модельных задач гиперзвукового течения газа были использованы ресурсы гибридной вычислительной системы, состоящей из 5 вычислительных узлов на базе центральных процессоров IBM POWER8 и сопроцессоров NVIDIA Tesla P100. Размеры расчетной сетки для расчета составили не менее 10 миллионов ячеек. Выполнено 5 вариантов сравнения на различных сетках и 10 итераций для усреднения полученных результатов. В каждом расчете проверена адекватность полученного решения.

Из результатов проведенных исследований можно сделать вывод о том, что решение рассмотренной задачи на вычислительных системах с традиционной архитектурой необходимо применять лишь при необходимости использования более подробных расчетных сеток и моделей, не помещающихся в память GPU. Организация расчетов таких больших задач на гибридных архитектурах требует дальнейшего совершенствования применяемого для этого программного обеспечения.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 19–71–10019). Для выполнения расчетов были использованы вычислительные ресурсы ЦКП “Центр данных ДВО РАН”.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Селезнев Р.К.* На пути к гиперзвуку. Краткий исторический обзор // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2014. **15**, № 3. <http://chemphys.edu.ru/issues/2014-15-3/articles/228/>.
2. *Rasmussen M.L., Jischke M.C., Daniel D.C.* Experimental forces and moments on cone-derived waveriders for  $M_\infty = 3$  to 5 // Journal of Spacecraft and Rockets. 1982. **19**, N 6. 592–598.
3. *Волков К.Н., Емельянов В.Н., Карпенко А.Г.* Численное моделирование газодинамических и физико-химических процессов при обтекании тел гиперзвуковым потоком // Вычислительные методы и программирование. 2017. **18**. 387–405.
4. *Sziroczak D., Smith H.* A review of design issues specific to hypersonic flight vehicles // Progress in Aerospace Sciences. 2016. **84**. 1–28.
5. *Kontogiannis K., Söbester A., Taylor N.* Waverider design based on three-dimensional leading edge shapes // Journal of Aircraft. 2017. **54**, N 5. doi 10.2514/1.C034358.
6. *Huebner L.D., Rock K.E., Ruf E.G., Witte D.W., Andrews E.H.* Hyper-X flight engine ground testing for flight risk reduction // Journal of Spacecraft and Rockets. 2001. **38**, N 6. 844–852.
7. *Reubush D.E., Nguyen L.T., Rausch V.L.* Review of X-43A return to flight activities and current status // AIAA Paper. 2003. No. 2003-7085. doi 10.2514/6.2003-7085.
8. *Mirmirani M., Wu C., Clark A., Choi S., Fidan B.* Airbreathing hypersonic flight vehicle modeling and control, review, challenges, and a CFD-based example // Proc. Workshop on Modeling and Control of Complex Systems, 30 June–1 July 2005. Ayia Napa, Cyprus. 2005. CD ROM Proceedings, 15 pp.
9. *Сильвестров П.В., Суржиков С.Т.* Расчет аэротермодинамики высокоскоростного летательного аппарата X-43 с использованием компьютерных кодов UST3D и UST3D-AUSMPW // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2019. **20**, № 4. <http://chemphys.edu.ru/issues/2019-20-4/articles/865/>.
10. *Ваганов А.В., Дроздов С.М., Косых А.П., Нерсесов Г.Г., Чельшьева И.Ф., Юмашев В.Л.* Численное моделирование аэродинамики крылатого возвращаемого космического аппарата // Ученые записки ЦАГИ. 2009. **XL**, № 2. 3–15.
11. *Егоров И.В., Новиков А.В., Федоров А.В.* Прямое численное моделирование ламинарно-турбулентного перехода при гиперзвуковых скоростях потока на супер-ЭВМ // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2017. **57**, № 8. 1347–1373.
12. *Железнякова А.Л., Суржиков С.Т.* Расчет гиперзвукового обтекания тел сложной формы на неструктурированных тетраэдральных сетках с использованием схемы AUSM // Теплофизика высоких температур. 2014. **52**, № 2. 283–293.
13. *Jones J.G., Moore K.C., Pike J., Roe P.L.* A method for designing lifting configurations for high supersonic speeds, using axisymmetric flow fields // Ingenieur-Archiv. 1968. **37**, N 1. 56–72.
14. *Jones J.G., Woods B.A.* The design of compression surfaces for high supersonic speeds using conical flow fields. Reports and Memoranda No. 3539. London: Aeronautical Research Council, 1968.
15. *Pike J.* On conical waveriders. Technical Report No. TR70090. Bedford: Royal Aircraft Establishment, 1970.
16. *Воронин В.И., Швец А.И.* Волнолеты построенные на течениях за скачками уплотнения в виде эллиптических конусов // Прикладная механика и техническая физика. 1994. **4**, № 81. 87–91.
17. *Яцужно Д.С.* Численное моделирование аэродинамики волнолетов построенных на скачках уплотнения различной формы // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2020. **21**, № 1. <http://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-1/articles/881/>.
18. *Xu B., Shi Z.* An overview on flight dynamics and control approaches for hypersonic vehicles // Science China Information Sciences. 2015. **58**. 1–19.
19. *Brandvik T., Pullan G.* Acceleration of a 3D Euler solver using commodity graphics hardware // AIAA Paper. 2008. No. 2008–607. doi 10.2514/6.2008–607.
20. *Elsen E., LeGresley P., Darve E.* Large calculation of the flow over a hypersonic vehicle using a GPU // Journal of Computational Physics. 2008. **227**, N 24. 10148–10161.
21. *Bonelli F., Tuttafesta M., Colonna G., Cutrone L., Pascazio G.* An MPI-CUDA approach for hypersonic flows with detailed state-to-state air kinetics using a GPU cluster // Computer Physics Communications. 2017. **219**. 178–195.
22. *Emelyanov V.N., Karpenko A.G., Kozelkov A.S., Teterina I.V., Volkov K.N., Yalozo A.V.* Analysis of impact of general-purpose graphics processor units in supersonic flow modelling // Acta Astronautica. 2017. **135**. 198–207.
23. *Корнеев Б.А., Левченко В.Д.* Моделирование трехмерных нестационарных вязких сжимаемых течений на графических картах с помощью алгоритма DiamondTorge. Препринт No. 105. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2018.
24. *Zhang J.-L., Ma Z.-H., Chen H.-Q., Cao C.* A GPU accelerated implicit meshless method for compressible flows // Journal of Computational Physics. 2018. **360**. 39–56.
25. *Lai J., Li H., Tian Z., Zhang Y.* A multi-GPU parallel algorithm in hypersonic flow computations // Mathematical Problems in Engineering. 2019. doi 10.1155/2019/2053156.

26. Крайко А.Н., Макаров В.Е. Явные аналитические формулы, определяющие равновесный состав и термодинамические функции воздуха для температур от 200 до 20000 К // Теплофизика высоких температур. 1996. **34**, № 2. 208–219.
27. Emelyanov V., Karpenko A., Volkov K. Simulation of hypersonic flows with equilibrium chemical reactions on graphics processor units // Acta Astronautica. 2019. **163**. 259–271.
28. Русанов В.В. Расчет взаимодействия нестационарных ударных волн с препятствиями // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1961. **1**, № 2. 267–279.
29. Roe P.L. Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes // Journal of Computational Physics. 1981. **43**, N 2. 357–372.
30. Barth T.J., Jespersen D.C. The design and application of upwind schemes on unstructured meshes // AIAA Paper. 1989. No. 89-0366. doi 10.2514/6.1989-366.
31. Venkatakrishnan V. On the accuracy of limiters and convergence to steady state solutions // AIAA Paper. 1993. No. 93-0880. doi 10.2514/6.1993-880.
32. Harten A., Hyman J.M. Self adjusting grid methods for one-dimensional hyperbolic conservation laws // Journal of Computational Physics. 1983. **50**, N 2. 235–269.
33. Сорокин А.А., Макогонов С.В., Королев С.П. Информационная инфраструктура для коллективной работы ученых Дальнего Востока России // Научно-техническая информация. Сер. 1: Организация и методика информационной работы. 2017. № 12. 14–16.
34. Sinharoy B., Van Norstrand J.A., Eickemeyer R.J., Le H.Q., Leenstra J., Nguyen D.Q., Konigsburg B., Ward K., Brown M.D., Moreira J.E., Levitan D., Tung S., Hrusecky D., Bishop J.W., Gschwind M., Boersma M., Kroener M., Kaltenbach M., Karkhanis T., Fernsler K.M. IBM POWER8 processor core microarchitecture // IBM Journal of Research and Development. 2015. **59**, N 1. doi 10.1147/JRD.2014.2376112.
35. Eggers S.J., Emer J.S., Levy H.M., Lo J.L., Stamm R.L., Tullsen D.M. Simultaneous multithreading: a platform for next-generation processors // IEEE Micro. 1997. **17**, N 5. 12–19.
36. Starke W.J., Stuecheli J., Daly D.M., Dodson J.S., Auernhammer F., Sagmeister P.M., Guthrie G.L., Marino C.F., Siegel M., Blaner B. The cache and memory subsystems of the IBM POWER8 processor // IBM Journal of Research and Development. 2015. **59**, N 1. doi 10.1147/JRD.2014.2376131.
37. NVIDIA Tesla P100. The most advanced data center accelerator ever built. Featuring Pascal GP100, the world's fastest GPU. 2016. <https://images.nvidia.com/content/pdf/tesla/whitepaper/pascal-architecture-whitepaper.pdf>
38. NVIDIA: Multi-process service. 2015. <https://docs.nvidia.com/deploy/mps/index.html>.
39. Corda S., Anderson J.D. Viscous optimized hypersonic waveriders designed from axisymmetric flow fields // AIAA Paper. 1988. No. 88-0369. doi 10.2514/6.1988-369.

Поступила в редакцию  
8 ноября 2020

---

### Simulation of Gas Dynamics of Hypersonic Aircrafts with the Use of Model of High-Temperature Air and Graphics Processor Units

K. N. Volkov<sup>1</sup>, Yu. V. Dobrov<sup>2</sup>, A. G. Karpenko<sup>3</sup>, S. I. Malkovsky<sup>4</sup>, A. A. Sorokin<sup>5</sup>

<sup>1</sup> *Baltic State Technical University, Faculty of Rockets and Space Engineering, ul. 1-ya Krasnoarmeyskaya, 1, 190005, St Petersburg; Dr. Sci., Leading Scientist, e-mail: dsci@mail.ru*

<sup>2</sup> *St Petersburg State University, Faculty of Mathematics and Mechanics, Petrodvorets, Universitetskii prospekt, 28, 198504, St Petersburg; PhD Student, e-mail: youdobrov@gmail.com*

<sup>3</sup> *St Petersburg State University, Faculty of Mathematics and Mechanics, Petrodvorets, Universitetskii prospekt, 28, 198504, St Petersburg; Ph.D., Associate Professor, e-mail: aspera.2003.ru@mail.ru*

<sup>4</sup> *Computer Center of Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, ul. Kim Yu Chena, 65, 680000, Khabarovsk; Scientist, e-mail: sergey.malkovsky@ccfebras.ru*

<sup>5</sup> *Computer Center of Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences RAS, ul. Kim Yu Chena, 65, 680000, Khabarovsk; Ph.D., Chief Scientist, e-mail: alsor@febras.net*

Received November 8, 2020

**Abstract:** Numerical simulation of the flow around a hypersonic aircraft is carried out using a high-temperature air model and a hybrid architecture based on high-performance graphics processing units. The

calculations are performed with the Euler equations discretized by the finite volume method on unstructured meshes. The scalability of the developed implementations of the model is studied and the results of the study of the efficiency of calculating hypersonic gas flows on graphics processors are analyzed. The computational time spent with the perfect and real gas models is discussed.

**Keywords:** waverider, hypersonic aerodynamics, physical and chemical processes, computational fluid dynamics, graphics processor unit, speed-up

### References

1. R. K. Seleznev, "Overview of Scramjet Creation," *Fiz.-Khim. Kinetika Gaz. Dinam.* <http://chemphys.edu.ru/issues/2014-15-3/articles/228/>. Cited January 21, 2021.
2. M. L. Rasmussen, M. C. Jischke, and D. C. Daniel, "Experimental Forces and Moments on Cone-Derived Waveriders for  $M_\infty = 3$  to 5," *J. Spacecr. Rockets* **19** (6), 592–598 (1982).
3. K. N. Volkov, V. N. Emelyanov, and A. G. Karpenko, "Numerical Simulation of Gas Dynamic and Physical-Chemical Processes in Hypersonic Flows Past Bodies," *Vychisl. Metody Programm.* **18**, 387–405 (2017).
4. D. Sziroczak and H. Smith, "A Review of Design Issues Specific to Hypersonic Flight Vehicles," *Prog. Aerosp. Sci.* **84**, 1–28 (2016).
5. K. Kontogiannis, A. Sóbester, and N. Taylor, "Waverider Design Based on Three-Dimensional Leading Edge Shapes," *J. Aircr.* **54** (2017). doi 10.2514/1.C034358
6. L. D. Huebner, K. E. Rock, E. G. Ruf, et al., "Hyper-X Flight Engine Ground Testing for Flight Risk Reduction," *J. Spacecr. Rockets* **38** (6), 844–852 (2001).
7. D. E. Reubush, L. T. Nguyen, and V. L. Rausch, "Review of X-43A Return to Flight Activities and Current Status," *AIAA Paper 2003-7085* (2003). doi 10.2514/6.2003-7085
8. M. Mirmirani, C. Wu, A. Clark, et al., "Airbreathing Hypersonic Flight Vehicle Modeling and Control, Review, Challenges, and a CFD-Based Example," in *Proc. Workshop on Modeling and Control of Complex Systems, Ayia Napa, Cyprus, June 30–July 1, 2005* (CD ROM Proceedings, 15 pp.).
9. P. Silvestrov and S. Surzhikov, "Calculation of Aerothermodynamics for High-Speed Aircraft X-43 Using Computer Code UST3D and UST3D-AUSMPW," *Fiz.-Khim. Kinetika Gaz. Dinam.* <http://chemphys.edu.ru/issues/2019-20-4/articles/865/>. Cited January 21, 2021.
10. A. V. Vaganov, S. M. Drozdov, and A. P. Kosykh, "Numerical Simulation of Aerodynamics of Winged Re-Entry Space Vehicle," *Uchen. Zap. TsAGI* **40** (2), 3–15 (2009) [*TsAGI Sci. J.* **40** (2), 131–149 (2009)].
11. I. V. Egorov, A. V. Novikov, and A. V. Fedorov, "Direct Numerical Simulation of the Laminar–Turbulent Transition at Hypersonic Flow Speeds on a Supercomputer," *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.* **57** (8), 1347–1376 (2017) [*Comput. Math. Math. Phys.* **57** (8), 1335–1359 (2017)].
12. A. L. Zheleznyakova and S. T. Surzhikov, "Calculation of a Hypersonic Flow over Bodies of Complex Configuration on Unstructured Tetrahedral Meshes Using the AUSM Scheme," *Teplofiz. Vys. Temp.* **52** (2), 283–293 (2014) [*High Temp.* **52** (2), 271–281 (2014)].
13. J. G. Jones, K. C. Moore, J. Pike, and P. L. Roe, "A Method for Designing Lifting Configurations for High Supersonic Speeds, Using Axisymmetric Flow Fields," *Ing. Arch.* **37** (1), 56–72 (1968).
14. J. G. Jones and B. A. Woods, *The design of Compression Surfaces for High Supersonic Speeds Using Conical Flow Fields*, Reports and Memoranda No. 3539 (Aeronautical Research Council, London, 1963).
15. J. Pike, *On Conical Waveriders*, Technical Report No. TR70090 (Royal Aircraft Establishment, Bedford, 1970).
16. V. I. Voronin and A. I. Shvets, "Waveriders Constructed on Flows Following Shock Waves in the Form of Elliptical Cones," *Zh. Prikl. Mekh. Tekh. Fiz.* **35** (3), 81–87 (1994) [*J. Appl. Mech. Tech. Phys.* **35** (3), 396–400 (1994)].
17. D. Yatsukhno, "Computational Study of the Different Waverider Configurations Aerodynamics," *Fiz.-Khim. Kinetika Gaz. Dinam.* <http://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-1/articles/881/>. Cited January 21, 2021.
18. B. Xu and Z. Shi, "An Overview on Flight Dynamics and Control Approaches for Hypersonic Vehicles," *Sci. China Inf. Sci.* **58**, 1–19 (2015).
19. T. Brandvik and G. Pullan, "Acceleration of a 3D Euler Solver Using Commodity Graphics Hardware," *AIAA Paper 2008-607* (2008). doi 10.2514/6.2008-607

20. E. Elsen, P. LeGresley, and E. Darve, “Large Calculation of the Flow over a Hypersonic Vehicle Using a GPU,” *J. Comput. Phys.* **227** (24), 10148–10161 (2008).
21. F. Bonelli, M. Tuttafesta, G. Colonna, et al., “An MPI-CUDA Approach for Hypersonic Flows with Detailed State-to-State Air Kinetics Using a GPU Cluster,” *Comput. Phys. Commun.* **219**, 178–195 (2017).
22. V. N. Emelyanov, A. G. Karpenko, A. S. Kozelkov, et al., “Analysis of Impact of General-Purpose Graphics Processor Units in Supersonic Flow Modeling,” *Acta Astronaut.* **135**, 198–207 (2017).
23. B. A. Korneev and V. D. Levchenko, *Simulating Three-Dimensional Unsteady Viscous Compressible Flow on GPU Using the DiamondTorre Algorithm*, Preprint No. 105 (Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, 2018).
24. J.-L. Zhang, Z.-H. Ma, H.-Q. Chen, and C. Cao, “A GPU Accelerated Implicit Meshless Method for Compressible Flows,” *J. Comput. Phys.* **360**, 39–56 (2018).
25. J. Lai, H. Li, Z. Tian, and Y. Zhang, “A Multi-GPU Parallel Algorithm in Hypersonic Flow Computations,” *Math. Probl. Eng.* (2019). doi 10.1155/2019/2053156
26. A. N. Kraiko and V. E. Makarov, “Explicit Analytic Formulas Defining the Equilibrium Composition and Thermodynamic Functions of Air for Temperatures from 200 to 20000 K,” *Teplofiz. Vys. Temp.* **34** (2), 208–219 (1996) [*High Temp.* **34** (2), 202–213 (1996)].
27. V. Emelyanov, A. Karpenko, and K. Volkov, “Simulation of Hypersonic Flows with Equilibrium Chemical Reactions on Graphics Processor Units,” *Acta Astronaut.* **163**, 259–271 (2019).
28. V. V. Rusanov, “The Calculation of the Interaction of Non-Stationary Shock Waves and Obstacles,” *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.* **1** (2), 267–279 (1961) [*USSR Comput. Math. Math. Phys.* **1** (2), 304–320 (1962)].
29. P. L. Roe, “Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes,” *J. Comput. Phys.* **43** (2), 357–372 (1981).
30. T. J. Barth and D. C. Jespersen, “The Design and Application of Upwind Schemes on Unstructured Meshes,” *AIAA Paper 89-0366* (1989). doi 10.2514/6.1989-366
31. V. Venkatakrishnan, “On the Accuracy of Limiters and Convergence to Steady State Solutions,” *AIAA Paper 93-0880* (1993). doi 10.2514/6.1993-880
32. A. Harten and J. M. Hyman, “Self Adjusting Grid Methods for One-Dimensional Hyperbolic Conservation Laws,” *J. Comput. Phys.* **50** (2), 235–269 (1983).
33. A. A. Sorokin, S. V. Makogonov, and S. P. Korolev, “The Information Infrastructure for Collective Scientific Work in the Far East of Russia,” *Nauch.-Tekh. Inf. Ser. 1: Organiz. Metod. Inform. Raboty* № 12. 14–16 (2017) [*Sci. Tech. Inf. Process.* **44** (4), 302–304 (2017)].
34. B. Sinharoy, J. A. Van Norstrand, R. J. Eickemeyer, et al., “IBM POWER8 Processor Core Microarchitecture,” *IBM J. Res. Dev.* **59** (2015). doi 10.1147/JRD.2014.2376112
35. S. J. Eggers, J. S. Emer, H. M. Levy, et al., “Simultaneous Multithreading: A Platform for Next-Generation Processors,” *IEEE Micro* **17** (5), 12–19 (1997).
36. W. J. Starke, J. Stuecheli, D. M. Daly, et al., “The Cache and Memory Subsystems of the IBM POWER8 Processor,” *IBM J. Res. Dev.* **59** (2015). doi 10.1147/JRD.2014.2376131
37. NVIDIA Tesla P100. The most advanced data center accelerator ever built. Featuring Pascal GP100, the world’s fastest GPU (2016). <https://images.nvidia.com/content/pdf/tesla/whitepaper/pascal-architecture-whitepaper.pdf>. Cited January 26, 2021.
38. NVIDIA: Multi-Process Service (2015). <https://docs.nvidia.com/deploy/mps/index.html>. Cited January 26, 2021.
39. S. Corda and J. D. Anderson, “Viscous Optimized Hypersonic Waveriders Designed from Axisymmetric Flow Fields,” *AIAA Paper 88-0369* (1988). doi 10.2514/6.1988-369.