УДК 518.4:533.4:629.7

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ В ОКРЕСТНОСТИ СЛОЖНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

В. Ф. Волков¹

В работе представлены численные расчеты пространственного сверхзвукового обтекания элементов летательного аппарата и сложной конфигурации на основе уравнений Эйлера. Приведены аналитические соотношения, используемые для построения сложной геометрии летательных аппаратов. При числе Маха $M_{\infty} = 4.03$ и угле атаки $\alpha = 10.1^{\circ}$ приводятся и анализируются результаты численного решения задачи пространственного обтекания изолированного оживально-цилиндрического корпуса, изолированного треугольного крыла с ромбовидным профилем, а также комбинации корпуса с крылом. Результаты расчетов сопоставляются с данными физического эксперимента.

Ключевые слова: пространственное обтекание, сверхзвуковое течение, численное решение, ударная волна, корпус, крыло, летательные аппараты.

В задачах аэродинамики при численном исследовании пространственных течений в окрестности различных конфигураций узловым моментом алгоритма расчета обтекания является построение геометрической модели исследуемого тела.

При формировании сложного объекта может быть использован метод построения модели из базовых объектов [1-3], который состоит в том, что генерация сложных объектов производится путем выполнения булевых операций над базовыми объектами высокого уровня. Применительно к задачам аэродинамики к этим объектам относятся корпус, крылья, стабилизаторы. Базовые объекты представляют собой совокупность модульных подпрограмм, в которых описание геометрии достигается средствами программирования высокого уровня с использованием математического аппарата аналитической геометрии. Характерная особенность этого метода заключается в том, что при удачно выбранных аналитических соотношениях, описывающих геометрический объект, выполняются необходимые требования к программным модулям, такие как компактность и открытость. На начальном этапе поиска и отбора аэродинамических форм указанные свойства этого метода дают возможность проводить широкие параметрические численные расчеты газодинамики потока в окрестности исследуемых конфигураций.

В данной работе с использованием разработанных программных модулей описания сложных поверхностей при параметрах набегающего потока $M_{\infty} = 4.03$, $\alpha = 10.1^{\circ}$ проведены и представлены результаты численного расчета сверхзвукового обтекания треугольного крыла с ромбовидным профилем, цилиндрического корпуса с оживальной головной частью, а также комбинация этого корпуса с треугольным крылом.

1. Описание геометрии корпуса. Процедура формирования поверхности корпуса состоит в том, что все поперечные сечения составляются из дуг плоских гиперэллипсов [1, 3].

Тела вращения (эллиптические и призматические) описываются гиперэллиптической функцией, исходное уравнение которой в декартовой системе координат при x = const имеет вид:

$$\frac{y^n}{a^n} + \frac{z^n}{b^n} = 1. \tag{1}$$

В цилиндрической системе координат $y = r \cos(\varphi), z = r \sin(\varphi)$ уравнение (1) в неявной форме $F(x, r, \varphi) = 0$ можно представить как

$$F(x, r, \varphi) = \left[r(a^n \cos^n \varphi + b^n \sin^n \varphi)^{1/n} - ab \right] = 0,$$

или

$$F(x, r, \varphi) = r(\cos^n \varphi + \mu^n \sin^n \varphi)^{1/n} - \mu a = 0.$$
⁽²⁾

 $^{^1}$ Институт теоретической и прикладной механики CO PAH, ул. Институтская 4/1, 630090, Новосибирск; e-mail: volkov@itam.nsc.ru

[©] Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ им. М. В. Ломоносова

Показатель степени n определяет контур тела в поперечном сечении. Для n = 2 это — уравнение обычного эллипса с полуосями a и b, но для n > 2 выпуклость кривой увеличивается и при $n \to \infty$ форма поперечного сечения приближается к прямоугольному.

При соответствующей вариации показателя степени n совместно с отношением полуосей $\mu = b/a$ соотношение (2) позволяет описывать достаточно широкий класс конических конфигураций. Здесь a полуось в направлении оси z и в общем случае представляет собой функцию от x. Для конической головной части $a = x \operatorname{tg}(\Theta)$, где Θ — угол полураствора конуса. Компоненты вектора нормали в заданных точках определяются при помощи соотношений

$$n_x = \frac{F'_x}{Q}, \quad n_r = \frac{F'_r}{Q}, \quad n_{\varphi} = \frac{F'_{\varphi}}{rQ}, \quad Q = \sqrt{{F'_x}^2 + {F'_r}^2 + {F'_{\varphi}}^2}.$$

Обозначив $G = \cos^n \varphi + \mu^n \sin^n \varphi$, имеем

$$F'_{x} = -a'(x), \quad F'_{r} = G^{1/n}, \quad F'_{\varphi} = G^{(1-n)/n} r \left(\mu^{n} \sin^{n-1} \varphi - \cos^{n-1} \varphi\right) \sin \varphi \cos \varphi.$$

Для кругового конуса $n = 2, \mu = 1$, для эллиптических конусов $n = 2, \mu \neq 1$, для призматических тел со скругленными кромками n > 2.

Описание поверхности корпуса общем случае реализуется посредством задания функциональной зависимости полуосей a = a(x) и b = b(x). В приведенном примере функциональная зависимость полуоси a(x) определялась соотношением

$$a(x) = \left\{ \left[0.5 - (0.25 + \lambda^2) \right] + \sqrt{(0.25 + \lambda^2)^2 + (x' - 1)^2 \lambda^2} \right\} \frac{L}{\lambda}.$$

Эта кривая описывает образующую осесимметричного тела с оживальной головной частью, стыкуемой с цилиндром. Здесь $\lambda = \frac{L}{D_m}$ — соответственно удлинение, L — длина, D_m — диаметр миделя головной части, x' = x/L. В этом случае производная f'(x) определится как

$$a'(x) = -\frac{\lambda(x'-1)}{\sqrt{(0.25+\lambda^2)^2 + (x'-1)^2\lambda^2}}$$

Подобная форма представления геометрии при соответствующих значениях определяющих параметров n, μ , λ и массива координат точек стыковки элементов корпуса позволяет достаточно оперативно производить изменение геометрии и расширять класс решаемых задач об обтекании тел различных конфигураций.

2. Геометрия треугольного крыла с ромбовидным профилем. Рассматриваемое треугольное крыло с острой передней кромкой и с плоской срединной поверхностью описывается следующими соотношениями:

$$y = \pm C_m (x - x_k)$$
 при $x \leq \frac{1}{2}(x_i + x_k),$
 $y = \pm C_m (x_i - x)$ при $x > \frac{1}{2}(x_i + x_k).$
(3)

Здесь $C_m = \frac{y_{\text{max}}}{L_z}$ — относительная толщина профиля, $L_z = (x_i - x_k)$ — текущее значение местной хорды при $z = \text{const}, x_i, x_k = \frac{z}{\text{tg}\,\theta}$ — координата задней кромки и передней кромки соответственно, $\theta = \frac{\pi}{2} - \chi, \chi$ — угол стреловидности. Коэффициент C_m задает максимальную относительную толщину профиля и может принимать значение $C_m = C_B$ при y > 0 и $C_m = C_H$ при y < 0. В частном случае для симметричного профиля $C_B = C_H$.

Данное крыло с ромбовидным профилем по местной хорде при z = const имеет угол стреловидности $\chi = 70.67^{\circ}$ и максимальную относительную толщину профиля в корневой хорде $C_m = 3\%$.

3. Построение геометрической модели сложной формы. Генерация сложной геометрической модели производится путем выполнения операции объединения более простых базовых объектов. Эта процедура объединения включает в себя определение линии пересечения составных частей комбинации корпуса, крыла и оперения. Кривая пересечения поверхностей является решением системы уравнений, описывающих составные элементы сложной геометрии. В представленном примере для поперечного сечения x_k = const эта система состоит из уравнений (2) и (3). Уравнение (3), записанное в виде

 $y = \Psi[(x_k - x^*), (z - z_k)]$, задает профиль крыла. Здесь x^* — координата носка крыла, определяющая местоположение крыла на корпусе. На цилиндрической части корпуса на линии пересечения корпуса с крылом переменная $z - z_k = 0$ и при известном значении координаты корневой хорды крыла $y_k = \Psi[x - x^*, 0]$ координата z_k определяется из соотношения (2).

В произвольном случае система уравнений (2) и (3) решается с помощью итерационного метода Ньютона [1], при этом хорошим начальным приближением могут служить данные о координатах линии пересечения цилиндрического корпуса с крылом.

Линия пересечения двух стыкуемых поверхностей образует вырезку на корпусе [3]. Необходимыми данными для генерации сложной комбинации является массив "сборки" x продольных координат, который определяет положение плоскости сопряжения составных элементов и расчетного сечения x = const в характерных точках.

4. Постановка задачи. Рассматривается пространственное обтекание тела произвольной формы потоком невязкого сжимаемого газа со сверхзвуковой скоростью $(M_{\infty} > 1)$. Решение ищется в декартовой системе координат x, y, z в некоторой области G, ограниченной поверхностью тела R_t и головной ударной волны R_v .

Уравнения нестационарного движения сжимаемого газа при условии отсутствия источников и стоков для некоторого конечного объема внутри возмущенной области имеют вид [4, 5]:

$$\iiint_{\Omega} \frac{\partial f}{\partial t} \, d\Omega + \iint_{S} \overrightarrow{F}(g) \, d\overrightarrow{S} = 0, \tag{4}$$

$$g = \begin{cases} \rho \\ v_x \\ v_y \\ v_z \\ e \end{cases}, \qquad f = \begin{cases} \rho \\ \rho v_x \\ \rho v_y \\ \rho v_z \\ E \end{cases}, \qquad \overrightarrow{F}(g) = \begin{cases} \rho W \\ \overrightarrow{\rho v_x W + p i_1} \\ \overrightarrow{\rho v_y W + p i_2} \\ \overrightarrow{\rho v_z W + p i_3} \\ (E + p) W \end{cases}.$$

Здесь $\overrightarrow{i}_1, \overrightarrow{i}_2, \overrightarrow{i}_3$ — орты системы координат, t — время, \overrightarrow{W} — вектор скорости, v_x, v_y, v_z — компоненты вектора $\overrightarrow{W}, \overrightarrow{S}$ — вектор элемента площади, Ω — объем ячейки, ρ — плотность, E, e — соответственно полная и удельная внутренняя энергия, p — давление, определяемое из уравнения состояния, которое замыкает систему. Для совершенного газа $p = (\gamma - 1)\rho e$, где γ — показатель адиабаты.

Область решения разбивается на конечные непересекающиеся объемы, причем грани ячеек следуют границам расчетной области. Исходные уравнения аппроксимируются на каждом элементарном объеме, при этом значения газодинамических параметров на гранях ячеек доопределяются линейно по их значениям в узловых точках.

Стационарное решение задачи обтекания тела с заданным начальным полем потока находится методом установления в каждом сечении x = const. Параметры потока в первом маршевом сечении рассчитываются при условии коничности течения в окрестности носка тела. В процессе установления решения производится корректировка положения головной ударной волны. Границами счетной области являются: поверхность головной ударной волны, на которой параметры потока в возмущенной области связаны с параметрами набегающего потока соотношениями Рэнкина–Гюгонио; поверхность тела, на которой выполняются условия непротекания; при наличии плоскости симметрии тела — условие симметрии потока; для задач обтекания со скольжением — условие "сшивки" решения на плоскости xy.

Систему (4) можно представить в форме [4, 5]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{\Omega} \Phi(f) = 0, \quad \text{rge} \quad \Phi(f) = \iint_{S} \overrightarrow{F}(g) \, d\overrightarrow{S}.$$
 (5)

Для выделенного элементарного объема произвольной формы, имеющего M граней, поверхностный интеграл в системе (5) имеет вид

$$\Phi(f) = \sum_{m=1}^{M} \iint_{S_m} \overrightarrow{F}(g) \ d\overrightarrow{S}$$

Здесь суммирование идет по числу граней ячейки, *М* — число граней. Это выражение для шестигранника аппроксимируется следующим соотношением:

$$\Phi(f) = \sum_{m=1}^{6} \left(\tilde{f} \overrightarrow{W} \Delta \overrightarrow{S} + \overrightarrow{C} \Delta \overrightarrow{S} \right)_{m}.$$

Первое слагаемое в круглых скобках представляет собой перенос массы, импульса и энергии через каждую грань фиксированного конечного объема. Второе слагаемое отражает влияние внешних сил и представляет собой вектор-столбец

$$\overrightarrow{C} = \left(0, p \ \overrightarrow{i_1}, p \ \overrightarrow{i_2}, p \ \overrightarrow{i_3}, p \ \overrightarrow{W}\right)^T.$$

Переменные \widetilde{f} и вектор \overrightarrow{C} на поверхностях граней выделенного объема определяются по значениям газодинамических параметров в узловых точках, принадлежащих этим граням.

Решение системы (5) определяется с первым порядком по времени, т.е. реализуется одношаговая схема

$$f_{i,j,k}^{l_1+1} = f_{i,j,k}^{l_1} - \frac{\tau}{\Omega} \Phi_{i,j,k}(f^{l_1}).$$

Здесь i, j, k — номера точек по продольной, радиальной и азимутальной координатам соответственно, а τ — допустимый шаг по времени, определяемый из условия устойчивости в каждой расчетной точке [4, 6], l_1 — номер итерации.

Внутри расчетной области для точки i, j, k, узлы элементарного объема и параметры потока в них определяются соотношениями

$$\begin{split} u_{i1,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}} &= \frac{1}{4} \left(u_{i1,j-1,k-1} + u_{i1,j,k-1} + u_{j,k} + u_{i1,j-1,k} \right), \\ u_{i1,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}} &= \frac{1}{4} \left(u_{i1,j,k-1} + u_{i1,j+1,k-1} + u_{i1,j+1,k} + u_{i1,j,k} \right), \\ u_{i1,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{4} \left(u_{i1,j,k} + u_{i1,j+1,k} + u_{i1,j+1,k+1} + u_{i1,j,k+1} \right), \\ u_{i1,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{4} \left(u_{i1,j-1,k} + u_{i1,j,k} + u_{i1,j,k+1} + u_{i1,j-1,k+1} \right). \end{split}$$

На внутренней и внешней границе расчетной области необходимые величины определяются как

$$u_{i1,n,k-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left(u_{i1,n,k-1} + u_{i1,n,k} \right), \quad u_{i1,n,k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left(u_{i1,n,k} + u_{i1,n,k+1} \right).$$

Здесь $u = \{\rho, v_x, v_y, v_z, e, W^2, x, y, z\}, W^2$ — квадрат скорости, n — номер границы (n = 1 на поверхности тела, $n = N_j$ на внешней границе). Индекс *i*1 принимает значения i - 1 и i, т.е. значения номеров предыдущего и последующего сечений по продольной координате.

Газодинамические параметры на гранях ячейки определяются соотношением

$$\widetilde{u} = \frac{1}{4} \sum_{l=0}^{1} \sum_{m=0}^{1} u_{j+l-\frac{1}{2},k+m-\frac{1}{2}}.$$

Эта формула на гранях i - 1, i в развернутом виде принимает вид

$$\widetilde{u}_{j,k} = \frac{1}{16} \left[4u_{j,k} + 2(u_{j+1,k} + u_{j-1,k} + u_{j,k-1} + u_{j,k+1}) + u_{j-1,k-1} + u_{j+1,k-1} + u_{j+1,k+1} + u_{j-1,k+1} \right].$$

Расчет вектора площади грани ячейки производится по формуле

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{N} \left(\vec{r}_{l} \times \vec{r}_{l+1} \right) \,,$$

а вектора \overrightarrow{r}_l и \overrightarrow{r}_{l+1} определяются соответственно как $\overrightarrow{r}_l = x_l \overrightarrow{i} + y_l \overrightarrow{j} + z_l \overrightarrow{k}$, и $\overrightarrow{r}_{l+1} = x_{l+1} \overrightarrow{i} + y_{l+1} \overrightarrow{j} + z_{l+1} \overrightarrow{k}$. Замыкающий вектор равен $\overrightarrow{r}_{N+1} = \overrightarrow{r}_1$.

Для сверхзвуковых течений в возмущенной области при известных решениях на плоскости x_{i-1} законы сохранения выполняются за счет газодинамических параметров в каждой точке плоскости x_i , расположенной вниз по потоку. В этом случае при решении задачи методом установления изменение параметров происходит в точках плоскости x_i и обусловлено суммарным потоком газодинамических функций через поверхность элементарных объемов.

Условие непротекания применительно к острой кромке при известном векторе нормали к ней обеспечивалось стандартной процедурой [6, 7].

Реализованный численный алгоритм допускает счет как с выделением головной ударной волны в процессе решения задачи, так и сквозным методом. В первом случае решение вычисляется на адаптивной сетке, которая следует положению головной ударной волны, определяемой на каждом итерационном шаге по времени. Во втором случае счет проводится на фиксированной сетке, а на внешней границе задаются параметры набегающего потока.

5. Обтекание изолированного корпуса. Изолированный корпус представляет собой комбинацию тел вращения и состоит из головной оживальной части с удлинением λ_{Γ.Ч} = ^L/_D/_D = 4 и цилиндра с удлинением λ_Ц = ^L/_D/_D = 9.7. Расчет проводился при параметрах набегающего потока M_∞ = 4.03; α = 10.1° и с выделением головной ударной волны.



Рис. 1. Распределение коэффициентов давления в поперечных сечениях корпуса при $M_{\infty} = 4.03$ и $\alpha = 10.1^{\circ}$ для оживально-цилиндрического тела с $\lambda_{\Gamma} = L_{\Gamma}D_m = 4$ и $\lambda_{\Pi} = \frac{L_{\Pi}}{D_m} = 9.7$

При анализе характерных особенностей газодинамической структуры потока в окрестности исследуемого тела следует выделить области в зависимости от значения косинуса угла между вектором скорости набегающего потока и внешней нормалью в каждой точке поверхности тела, т.е. $\cos\left(\overrightarrow{W_{\infty} n}\right) = \overrightarrow{W_{\infty} \cdot n}$ (это значение характеризует местный угол атаки). Так, при рассматриваемом режиме обтекания можно выделить две характерные области в окрестности обтекаемого тела. Первая область — наветренная сторона тела: $\pi/2 < \varphi < \pi$ и $\cos\left(\overrightarrow{W_{\infty} n}\right) \leq 0$. В этой области в сечениях x = const распределение коэффициентов давления Cp является монотонно возрастающей функцией с максимумом на образующей $\varphi = \pi$ (рис. 1).

Вторая область — подветренная сторона тела: $0 < \varphi < \pi/2$. Эту область можно разделить на подобла-

сти по значению величины $\cos\left(\overrightarrow{W}_{\infty}\overrightarrow{n}\right)$ — подобласть "видимую" и "невидимую" со стороны набегающего потока. В "видимой" подобласти выполняется неравенство $\cos\left(\overrightarrow{W}_{\infty}\overrightarrow{n}\right) \leq 0$; при данном режиме обтекания эта подобласть находится на головной оживальной части и лежит в интервале значений $0 < \frac{x}{D_m} < 2.9$. Как правило [8], в данной подобласти в поперечных сечениях этой части корпуса распределение коэффициентов давления носит характер монотонно возрастающей функции с максимумом на наветренной стороне при $\varphi = \pi$ и минимумом на подветренной стороне при $\varphi = 0$. На рис. 1 указанный характер распределения с чаными эксперимента работы [9]. В подобласти, "невидимой" со стороны набегающего потока, имеем $\cos\left(\overrightarrow{W}_{\infty}\overrightarrow{n}\right) > 0$, что приводит к образованию сложной газодинамической структуры потока на подветренной стороне. Эта подобласть включает в себя часть оживальной головки и подветренной сторону цилиндра $(x/D_m > 2.9)$. Здесь, вследствие интенсивного перетекания потока с наветренной на подветренную сторону с последующим торможением поперечной составляющей вектора скорости в окрестности плоскости симметрии тела, формируется отрицательный градиент давления, т.е. $\frac{\partial C p(\varphi)}{\partial \varphi} < 0$. На рис. 1 это словения з и 4. В реальных условиях этот градиент приводит к отрыву пограничного слоя, который не воспроизводится при численном решении задачи в рамках уравнений Эйлера.



Рис. 2. Распределение параметров потока на поверхности подветренной стороны корпуса: *a*) распределение чисел Маха; *b*) линии тока

При значении числа Маха $M_p > 1$ поперечной составляющей скорости градиент давления сопровождается появлением продольного скачка на подветренной стороне тела. Величина M_p определяется при помощи соотношения $M_p = \frac{(v_y^2 + v_z^2)^{1/2}}{a}$, где v_y, v_z — поперечные компоненты вектора скорости, a — местная скорость звука. Формирование продольного скачка на подветренной стороне по длине тела хорошо просматривается по картине распределения чисел Маха по поверхности корпуса на рис. 2, a. В соответствии с распределением параметров на поверхности реализуется линия стекания, которая прослеживается по линиям тока, представленному на рис. 2, b.

Сопоставляя результаты расчетов $Cp(\varphi)$ в сечениях 3 и 4 с данными эксперимента [9] можно отметить: в основном расхождение наблюдается в зоне отрыва пограничного слоя на интервале $30^{\circ} < \varphi < 80^{\circ}$.

На рис. 3 представлены в сечениях x = const распределение чисел Маха (M_p) поперечных скоростей в окрестности тела (рис. 3, а), а также распределение $Cp(\varphi)$ (рис. 3, b) на поверхности. Сечения даны в области расположения крыла. В численных расчетах хорошо прослеживается формирование продольной ударной волны в возмущенной области (рис. 3, а), а также увеличение вниз по потоку интенсивности



Рис. 3. Распределение параметров потока в поперечных сечениях: 1—изолированный корпус; в присутствии крыла: 2— подветренная сторона, 3— наветренная сторона

градиента давления на корпусе $\frac{\partial Cp(\varphi)}{\partial \varphi}$ (рис. 3, b). 6. Обтекацие изс.

6. Обтекание изолированного крыла с ромбовидным профилем. Решение задачи обтекания изолированного треугольного крыла с углом стреловидности $\chi = 70.67^{\circ}$ проводилось при параметрах набегающего потока $M_{\infty} = 4.03$, $\alpha = 10.1^{\circ}$ и с выделением головной ударной волны. Результаты расчетов представлены на рис. 4 в поперечных сечениях x = const в соответствии с данными эксперимента; здесь $\overline{z} = z/l$ — относительная поперечная координата, l — местный полуразмах крыла.



Рис. 4. а) картина течения в окрестности крыла на подветренной стороне; b) наветренная сторона; c) подветренная сторона. Здесь 1–3 — изолированное крыло, 1 — эксперимент, 2 — расчет; 2–4 — крыло в присутствии корпуса, 3 — расчет, 4 — эксперимент

Как отмечалось в работе [9], характер обтекания изолированного треугольного крыла определяется величиной скорости набегающего потока, углом атаки, толщиной крыла; в зависимости от перечисленных параметров могут реализоваться разнообразные режимы течения, особенно на подветренной стороне.

Для рассматриваемого режима обтекания передняя кромка сверхзвуковая и число Маха нормальной составляющей скорости к передней кромке, определяемой соотношением $M_n = M_{\infty}\sqrt{1 - (\sin\chi\cos\alpha)^2}$, больше единицы. В расчетах реализуется присоединение головной ударной волны к кромке с образованием

скачка уплотнения на подветренной стороне [7]. По результатам расчета на рис. 4, а представлена картина течения в окрестности крыла на подветренной стороне. Здесь головная ударная волна, являясь границей расчетной области, присоединена к передней кромке; на наличие продольного скачка уплотнения и его след на поверхности крыла указывают плотности изолиний чисел Маха в сечениях $1^* - 5^*$.

На рис. 4, b приведены распределение коэффициентов давления по размаху на наветренной стороне крыла в различных сечениях $\overline{x} = x/b_0$, где $b_0 - длина$ корневой хорды. При анализе зависимостей $Cp = f(\overline{z})$ для рассматриваемого числа $M_{\infty} = 4.03$ можно выделить следующие особенности: увеличение давления по мере приближения к передней кромке и резкое падение давления за линией максимальных толщин крыла. Характер распределения $Cp(\overline{z})$ от сечения к сечению до линии максимальных толщин крыла соответствует коническому течению. В сечениях $\overline{x} > 0.5$ на линии максимальных толщин реализуется течение распирения как в продольном, так и в поперечном направлениях, вследствие чего давление резко падает. Эти особенности прослеживаются на рис. 4, b как в расчетах, так и в данных эксперимента.

В сечениях $\overline{x} = 0.617$ и $\overline{x} = 0.76$ картина распределения давления по размаху существенно деформируется из-за профилировки крыла. Следует отметить, что на наветренной стороне имеется достаточно хорошее соответствие результатов расчета с экспериментом. Наличие области $\overline{z} \leq 0.3$ повышенного давление в сечении $\overline{x} = 0.76$ в эксперименте объясняется имеющимся на крыле коническим утолщением, необходимым для крепления державки, которая и вносит возмущение в картину распределения давления на поверхности крыла.

Коничность течения реализуется и на подветренной стороне крыла. Характерные признаки этого течения прослеживаются по распределению параметров потока как в окрестности крыла в сечениях $1^* - 3^*$ на рис. 4, а, так и по распределению коэффициентов давления в соответствующих сечениях по поверхности крыла (рис. 4, с). Увеличение скорости в поперечном направлении от передней кромки $\overline{z} = 1$ с последующим торможением в окрестности плоскости симметрии крыла $\overline{z} = 0$ приводит к формированию внутреннего продольного скачка уплотнения. На поверхности крыла в распределении $Cp(\overline{z})$ (рис. 4, с)

реализуется отрицательный градиент давления $\frac{\partial Cp(\overline{z})}{\partial \overline{z}} < 0$. В реальных условиях это явление приводит к отрыву потока.

По распределению изолиний видно, что на поверхности крыла до линии максимальных толщин и в потоке на интервале $0 < x/b_0 < 0.5$ реализуется коничное течение. О наличие внутреннего скачка уплотнения в потоке можно судить по повышенной плотности изолиний в сечениях $1^* - 5^*$ на рис. 4, а, а его след на поверхности имеет вид прямой с началом в вершине крыла.

Сопоставляя результаты расчетов с данными эксперимента на подветренной стороне крыла, можно отметить следующее. В представленных сечениях экспериментальное распределение $Cp(\overline{z})$ является монотонно возрастающей функцией от корневой ходы к передней кромке. Очевидно, сказывается влияние пограничного слоя. В расчетном распределении $Cp(\overline{z})$ наблюдается достаточно хорошее соответствие с экспериментом в окрестности корневой ходы. Имеющее место отличие вблизи кромки носит локальный характер и объясняется сильной нерегулярностью конечно-разностной сетки в условиях присоединения головного скачка к передней кромке.

7. Обтекание компоновки треугольного крыла с оживально-цилиндрическим корпусом. Компоновка "корпус+крыло" образуется путем операции объединения, описанной выше. Место расположения крыла определяет координата начала бортовой хорды x̄ * = x / D_m, отсчитываемая от носка корпуса. Значении x̄ * = 6.8 соответствует тому, что задняя кромка крыла совпадает с донным срезом цилиндрической части корпуса.

При заданных параметрах набегающего потока крыло целиком находится в возмущенной области, ограниченной головной ударной волной, генерируемой корпусом. В этом случае реализуется обтекание крыла неравномерным потоком, создаваемым корпусом.

На рис. 5 представлены геометрия компоновки, конфигурация головной ударной волны, а также результаты расчета распределения коэффициентов давления по поверхности тела в возмущенной области на наветренной (a) и подветренной (b) сторонах в сечениях $\overline{x} = \text{const}$, соответствующих сечениям изолированного крыла. Здесь же показаны особенности газодинамической структуры течения на корпусе и в поперечных сечениях возмущенной области. Внутренние скачки уплотнения на этом рисунке обозначены стрелками.

В соответствии с данными для изолированного корпуса (рис. 3, а), на подветренной стороне реализуется продольный скачок уплотнения. След его на поверхности тела прослеживается по плотности изолиний. Однако присутствие крыла на части корпуса ($\overline{x} > 6.8$) приводит к смещению положения этого скачка к бортовой хорде крыла.



Рис. 5

Некоторое представление об основных изменениях в обтекании корпуса, обусловленных наличием крыла, можно составить, если сравнивать распределение $Cp(\varphi)$ на поверхности корпуса без крыла и с крылом. Такое сопоставление приведено на рис. 3, где значения $Cp(\varphi)$ на подветренной и на наветренной сторонах обозначены номерами 2 и 3 соответственно. На подветренной стороне присутствие крыла приводит к увеличению интенсивности разрежения на корпусе; тем не менее, сохраняется качественное соответствие в распределении $Cp(\varphi)$ с изолированным корпусом. Однако влияние крыла проявляется в смещении градиента $\frac{\partial Cp(\varphi)}{\partial \varphi}$ к бортовой хорде крыла, что и приводит к искривлению продольного внутреннего скачка уплотнения (рис. 5, b).

Наиболее заметное отличие в сравниваемых результатах расчета на рис. 3 имеет место на наветренной стороне в окрестности сопряжения крыла с корпусом. По сравнению с изолированным корпусом во всех сечениях $\overline{x} = \text{const}$ на линии сопряжения крыла реализуется скачкообразное увеличение давления, которое вызвано ударной волной, индуцированной консолью крыла. В распределении $Cp(\varphi)$ реализуется локальный максимум давления, который является следствием влияния ударной волны с корпусом, создаваемой крылом. В сечении $\overline{x} = 9$ максимум давления приходится на точку сопряжения крыла. Далее, вниз по потоку (рис. 3) происходит уменьшение интенсивности максимума Cp и его смещение в направлении образующей $\varphi = 180^{\circ}$. От сечения к сечению происходит постепенное выравнивание профиля кривой $Cp(\varphi)$ и расширение области поджатия потока на наветренной стороне корпуса. Это обстоятельство про-





сматривается на рис. 3 в сечениях $\overline{x} = 11$ и $\overline{x} = 12$. Ударная волна, создаваемая крылом, и ее след на корпусе с началом в носке крыла на рис. 5, а обозначены стрелками и в расчете проявляются в плотности распределения изолиний параметров в возмущенной области и на поверхности тела.

Анализируя результаты расчетов на рис. 4, можно отметить, что на наветренной и на подветренной сторонах на консоли крыла в основных чертах сохраняется качественный характер распределения $Cp(\overline{z})$ на соответствующих сторонах изолированного крыла. Такая же тенденция прослеживается и по результатам физического эксперимента [9]. Если сравнивать расчетные величины коэффициентов давления, то можно отметить, что на консоли крыла реализуется более низкое давление, чем на изолированном крыле. Тем не менее, результаты расчетов достаточно хорошо следуют данным эксперимента.

В расчетах на подветренной стороне консоли распределение давления носит плавный характер, т.е. отсутствует предпосылка для формирования внутреннего скачка уплотнения, наблюдаемого на изолиро-

ванном крыле. Внутренний скачок не зафиксирован и в представленных сечениях возмущенной области на рис. 5.

Отметим следующую особенность обтекания компоновки. Наличие искривленной головной ударной волны, а также острых кромок и изломов на поверхности обтекаемого тела создают предпосылку к образованию крупномасштабных вихревых структур. Этот вид структур в основном определяется силами инерциальной природы. Как показано в работе [10], здесь не обязательно привлекать модель вязкой среды для моделирования процесса образования вихрей.

Для выявления вихревых структур отслеживаются пакеты линий тока с интервалом через 10 ячеек в поперечном направлении по поверхности тела, которые приходят к кормовой части компоновки на подветренной стороне. Пространственные линии тока показаны на рис. 6, а, b, где демонстрируются вид спереди с наветренной и вид сзади с подветренной стороны тела соответственно. Здесь пакет линий тока с началом на головном скачке на наветренной стороне (рис. 6, а) переходит на подветренную сторону. По сворачиванию пакетов линий тока можно сказать, что при данном режиме обтекания на подветренной стороне реализуется крупномасштабная вихревая структура, причем более интенсивное сворачивание пакета линий тока происходит в окрестности линии сопряжения крыла с корпусом (рис. 6, b).

Заключение. В работе приводится метод построения геометрических базовых объектов высокого уровня, используемых для проведения численных исследований пространственных течений в окрестности сложных конфигураций. Для построения сложной конфигурации более высокого уровня описан алгоритм реализации стыковки составных элементов этой геометрии. Компактность исходных данных, необходимых для построения сложной геометрической модели, дает возможность оперативно проводить изменение аэродинамических форм на стадии предварительных параметрических численных исследований условий обтекания.

Эффективность изложенного подхода демонстрируется на примерах решения задач пространственного сверхзвукового обтекания изолированного оживально-цилиндрического корпуса, крыла, а также комбинации "корпус+крыло" при числе Маха $M_{\infty} = 4.03$ и угле атаки $\alpha = 10.1^{\circ}$.

Приводятся результаты численного решения задачи пространственного сверхзвукового обтекания изолированного оживально-цилиндрического корпуса, крыла, а также комбинации "корпус+крыло" при числе Маха $M_{\infty} = 4.03$ при угле атаки $\alpha = 10.1^{\circ}$. При сопоставлении данных для изолированного крыла и корпуса с аналогичными данными для компоновки показано влияние и взаимовлияние на изменение характера их обтекания и изменение распределения нагрузок по поверхности. Результаты расчетов сопоставляются с данными физического эксперимента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Фокс А., Пратт М. Вычислительная геометрия М.: Мир, 1982.
- Sevant N.E., Bloor M.J. G., Wilson M.J. Aerodynamic desing of a flying wing using response surface methodogy // Aircraft. 2000. 37, N 4. 562–569.
- 3. Волков В.Ф. Геометрическое моделирование сложных конфигураций применительно к задачам аэродинамики // Выч. методы и программирование. 2001. **2**, № 2. 25–35.
- 4. Шашкин А.П., Волков В.Ф. Об одной схеме численного расчета невязких газодинамических течений // Задачи обтекания тел пространственных конфигураций. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1978. 17–56.
- 5. Волков В.Ф., Шабалин И.И. Маршевая схема расчета двумерных сверхзвуковых течений невязкого газа // Математическое моделирование. 1998. **10**, № 2. 3–14.
- 6. Волков В.Ф., Мажуль И.И., Щербик Д.В. Расчет сверхзвукового обтекания потоком невязкого газа пространственных конфигураций с острыми передними кромками // Теплофизика и аэромеханика. 1995. **2**, № 3. 245– 252.
- 7. Волков В.Ф., Желтоводов А.А., Логинов М.С. Численное моделирование сверхзвукового обтекания несущих конфигураций невязким газом // Теплофизика и аэромеханика. 2002. **9**, № 2. 217–232.
- 8. Бабенко К.И., Воскресенский Г.П., Любимов А.И., Русанов В.В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. М.: Наука, 1964.
- 9. Васенев Л.Г. Аэродинамическая интерференция крыла и цилиндрического корпуса при сверхзвуковой скорости: Дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1989.
- Применение ЭВМ для исследования аэродинамических характеристик летательных аппаратов / Под ред. С. М. Белоцерковского. М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1986.

Поступила в редакцию 06.02.2004