

## Выбор наиболее информативной части системы мониторинга цунами на основе метода r-решения

**Т. А. Воронина**

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,  
Новосибирск, Российская Федерация  
ORCID: 0000-0002-3566-6203, e-mail: [tanvor@bk.ru](mailto:tanvor@bk.ru)

**В. В. Воронин**

Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Российская Федерация  
ORCID: 0000-0002-1727-1873, e-mail: [vladvor48@bk.ru](mailto:vladvor48@bk.ru)

**Аннотация:** В данной работе начальная форма волны цунами (ниже именуемая источником цунами) представляется как решение обратной задачи математической физики на основе инверсии удаленных записей пришедшей волны, что позволяет детально изучить факторы, влияющие на результаты восстановления. Исследуемая задача является некорректной, что приводит к ожидаемой неустойчивости численного решения, существенно уменьшить которую позволяет регуляризация, основанная на методе усеченного сингулярного разложения (SVD) (далее метод r-решения). В рамках предложенного подхода на основе анализа распространения энергии волны предлагается методика выбора наиболее информативной части имеющейся системы наблюдения для реального события цунами на Соломоновых островах 6 февраля 2013 г. Метод может быть полезен при разработке новых систем мониторинга цунами.

**Ключевые слова:** цунами, численное моделирование, обратная некорректная задача, сингулярное разложение.

**Благодарности:** Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в ИВМиМГ СО РАН (государственное задание 0315–2021–0005).

**Для цитирования:** Воронина Т.А., Воронин В.В. Выбор наиболее информативной части системы мониторинга цунами на основе метода r-решения // Вычислительные методы и программирование. 2022. 23, № 3. 230–239. doi 10.26089/NumMet.v23r314.

---

## Selecting the most informative set of the deep-ocean tsunami sensors based on the r-solution method

**Tatyana A. Voronina**

Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics  
Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia  
ORCID: 0000-0002-3566-6203, e-mail: [tanvor@bk.ru](mailto:tanvor@bk.ru)

**Vladislav V. Voronin**

Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia  
ORCID: 0000-0002-1727-1873, e-mail: [vladvor48@bk.ru](mailto:vladvor48@bk.ru)

**Abstract:** A significant constituent element of tsunami forecasting is to gain some insight into an initial tsunami waveform (below referred to as a tsunami source). Representing a tsunami source as a solution to the inverse problem of mathematical physics based on the inversion of remote records of the incoming wave allows one in detail to study the factors affected the inversion results. The



above issue is an ill-posed one that causes the expected instability of the numerical solution. The regularization based on the truncated singular value decomposition (SVD) method (below referred to as the r-solution method) allows one to avoid this obstacle. Within the method proposed, we offer the methodology for selecting the most informative set of the tsunami sensors for the case of the Solomon Islands Tsunami of February 6, 2013, as an example. The method can be used in designing a tsunami warning system.

**Keywords:** tsunamis, numerical modeling, ill-posed problem, singular value decomposition.

**Acknowledgements:** The work was supported by Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation at ICM&MG SB RAS (state assignment 0315–2021–0005).

**For citation:** T. A. Voronina, V. V. Voronin, “Selecting the most informative set of the deep-ocean tsunami sensors based on the r-solution method,” Numerical Methods and Programming. **23** (3), 230–239 (2022). doi 10.26089/NumMet.v23r314.

**1. Введение.** Численное моделирование является необходимым элементом системы предупреждения о цунами. Определение области очага цунами и оценка начальной формы волны играют ключевую роль в процессе расчета. Отсутствие прямых наблюдений в районе очага цунами обуславливает широкое распространение методики, основанной на инверсии дистанционных записей уровня моря для определения характеристик источника цунами. Хорошо известно, что рассматриваемая задача является некорректной, а наблюдаемые записи уровня моря сильно зашумлены, что приводит к неустойчивости численного решения. Последнее накладывает серьезные ограничения как на использование математических методов, так и на систему наблюдений. Существует ряд сетей глубоководных датчиков цунами, например системы буев DART, DONET и GPS, которые производят данные о цунами в реальном времени. Ссылки на более подробные описания этих сетей можно найти в [1]. Для получения достоверного результата восстановления источника цунами важно не количество данных, а их информативность.

Дальнейшее развитие системы предупреждения о цунами требует создания эффективной системы наблюдения с учетом финансовых затрат. Оптимальное количество и пространственное расположение датчиков цунами с целью использования в инверсии зарегистрированных волн обсуждались, например, в работах [2–6]. Обычно неизвестную функцию, моделирующую источник цунами, представляют в области очага в виде набора некоторых единичных источников с неизвестными весовыми коэффициентами. Метод функции Грина (GFT), следуя К. Satake [7], чаще всего используется для определения источника цунами путем обращения зарегистрированных колебаний поверхности океана с привлечением сейсмологической информации. Для расчета распространения цунами в этом подходе используется линейная теория недисперсионных волн. Оптимизационный подход, предложенный С. Pires и Р. М. А. Miranda [8], позволяет использовать нелинейные уравнения мелкой воды или другие подходящие наборы уравнений. Вышеуказанные методики с различными модификациями широко используются на практике. Метод “минимальных невязок” был успешно использован в NOAA (США), например, в [9]. Метод отражения с обращением во времени (TRI) используется для картирования области источника цунами, необходимой для решения обратной задачи. Это обеспечивает более высокую вычислительную эффективность по сравнению с GFT и не зависит от сейсмических параметров. Однако TRI не приводит к получению истинного начального уровня воды. Получение информации об истинной амплитуде, например, изучалось в [10–11].

В данной статье исходная форма волны цунами восстанавливается с использованием метода усеченного сингулярного разложения (SVD) в качестве версии метода наименьших квадратов. Распространение волн рассматривается в рамках линейной теории. Численное моделирование осуществляется на основе конечно-разностного подхода. Предложенный метод обеспечивает снижение численной неустойчивости, вызванной некорректностью задачи, что достигается за счет проецирования точного решения на некоторое подпространство, размерность которого напрямую зависит от системы наблюдения и определяет качество инверсии. Выбор оптимальных параметров инверсии изучался в работах [12–15].

Система наблюдения определяет свойства спектра матрицы, полученной после дискретизации задачи. При этом сингулярные числа быстро убывают с ростом их номеров, что и означает некорректность задачи. Лучшей конфигурации системы соответствует более длинный слабо спадающий интервал на графике спектра. В первых численных экспериментах оценки эффективности систем наблюдения делались

на основе свойств сингулярного спектра, что было сопряжено со значительным объемом численных расчетов [16]. Однако выбор наиболее информативного набора используемых датчиков цунами для реальных событий потребовал более точной и быстрой оценки.

Повысить достоверность и скорость восстановления исходной формы волны цунами удалось посредством оценки переноса энергии. Применение этой методики продемонстрировано на примере цунами на Соломоновых островах 6 февраля 2013 г.

**2. Метод г-решения.** Применение метода г-решения для задачи восстановления источника цунами для реальных событий было описано в деталях в предыдущих статьях, например [14, 16]. Вкратце, модель рассматривается со следующими ограничениями: 1) предполагается поршневая модель цунами; 2) для моделирования распространения волн цунами используется линейная теория “мелкой” воды; 3) используются данные глубоководных датчиков цунами; 4) устанавливаются условия полного отражения на твердых границах и условия волновой проницаемости на границах открытого моря; 5) расположение области очага цунами  $\Omega(x, y) = \{(0, l_1) \times (0, l_2)\}$  предполагается известным из сейсмических данных. Начальное смещение свободной поверхности воды описывается некоторой финитной функцией  $\varphi(x, y)$  в области  $\Omega$ . Функция  $\eta(x, y, t)$  — функция колебания уровня свободной поверхности и решение следующей начально-краевой задачи:

$$\eta_{tt} = \nabla^T(gh(x, y)\nabla\eta), \quad (1)$$

$$\eta|_{t=0} = \varphi(x, y), \quad \eta_t|_{t=0} = 0, \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{n}} \right|_S = 0, \quad -c\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} - \eta_{tt} + \left. \frac{c^2 \partial^2 \eta}{2\partial \tau^2} \right|_\Gamma = 0, \quad (3)$$

где  $\mathbf{n}$  — вектор внешней нормали к береговой линии,  $\tau$  — касательное направление на границе,  $h(x, y)$  — гладкая функция, описывающая рельеф дна,  $g$  — ускорение свободного падения, фазовая скорость волны определяется как  $c(x, y) = \sqrt{gh(x, y)}$ ,  $\mathbf{V} = (\eta_{xt}, \eta_{yt})$ . Условие абсолютно отражающей сплошной стенки выполняется на береговой линии  $S$ . На так называемых границах открытого моря  $\Gamma$  этот алгоритм реализует абсолютно поглощающие граничные условия второго порядка точности для конечно-разностной аппроксимации.

Задача (1)–(3) аппроксимируется на основе конечно-разностного подхода по явно-неявной разностной схеме, построенной на четырехточечном шаблоне и равномерной прямоугольной разнесенной сетке. Схема имеет второй порядок аппроксимации по пространственным переменным и первый по времени.

Неизвестная функция  $\varphi(x, y)$  ищется в прямоугольнике  $\Omega$  в виде конечного отрезка ряда Фурье по пространственным гармоникам:

$$\varphi(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{mn} \sin \frac{m\pi}{l_1} x \cdot \sin \frac{n\pi}{l_2} y = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{mn} \varphi_{mn}(x, y) \quad (4)$$

с неизвестными коэффициентами  $\{b_{mn}\}$ . Смещение свободной поверхности  $\eta(x, y, t)$  полагается известным на некотором множестве точек  $M = \{(x_i, y_i), i = 1, \dots, P\}$  и в каждый момент времени  $t_j, j = 1, \dots, N_t$ :

$$\boldsymbol{\eta}_0 = (\eta(x_1, y_1, t_1), \dots, \eta(x_1, y_1, t_{N_t}), \dots, \eta(x_P, y_P, t_1), \dots, \eta(x_P, y_P, t_{N_t}))^T.$$

Для определения вектора  $\mathbf{b} = \{b_{mn}\}$  получается следующая линейная система:

$$\mathbf{A}\mathbf{b} = \boldsymbol{\eta}_0. \quad (5)$$

Каждый столбец матрицы  $\mathbf{A}$ :  $(P \times N_t) \times (M \times N)$  в уравнении (5) есть численное решение задачи (1)–(3) в точках наблюдения, где соответствующая гармоника из суммы (4) используется в качестве начального смещения. В итоге искомые коэффициенты определяются из формулы

$$\mathbf{b}^{[r]} = \sum_{j=1}^r \alpha_j \mathbf{v}_j,$$

где  $\alpha_j = \frac{(\boldsymbol{\eta}_0 \cdot \mathbf{u}_j)}{s_j}$ , здесь  $\mathbf{u}_j, \mathbf{v}_j$  — левые и правые сингулярные векторы матрицы  $\mathbf{A}$ ,  $s_j$  — сингулярные числа. Длина векторов  $\mathbf{u}_j$  равна  $(P \times N_t)$ , а длина векторов  $\mathbf{v}_j$  равна  $(M \times N)$ . Число  $r$  может, например, определяться из соотношения

$$r = \max\{k : s_k/s_1 \geq d\}$$



после задания числа  $d$ , характеризующего обусловленность матрицы. В данной статье используется другой подход к выбору  $r$ , основанный на распределении энергии. Пусть правый сингулярный вектор имеет компоненты  $\{\beta_{mn}^j\}$ ,  $\mathbf{v}_j = (\beta_{11}^j, \beta_{12}^j \dots, \beta_{MN}^j)$ , обозначим соответствующую ему непрерывную функцию как  $\Phi_j(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \beta_{mn}^j \varphi_{mn}(x, y)$ , тогда  $r$ -решение задачи (1)–(3) имеет вид

$$\varphi^{[r]}(x, y) = \sum_{j=1}^r \alpha_j \Phi_j. \quad (6)$$

Каждый правый сингулярный вектор  $\mathbf{v}_i$  генерирует пространственную моду  $s_i \mathbf{u}_i$  согласно формуле

$$\mathbf{A} \mathbf{v}_i = s_i \mathbf{u}_i, \quad i = 1, \dots, M \times N. \quad (7)$$

Из формулы (6) ясно, что полученное решение является проекцией точного решения на линейную оболочку  $r$  первых правых сингулярных векторов, соответствующих наибольшему сингулярным значениям. Естественно, что с увеличением значения  $r$  информативность получаемого  $r$ -решения увеличивается, но ухудшается его устойчивость. Варьируя значение  $r$ , можно управлять погрешностью решения. Величина  $r$  зависит от скорости уменьшения сингулярного спектра матрицы  $\mathbf{A}$ , что связано с расположением и количеством датчиков цунами, и, в свою очередь, должно рассматриваться как один из основных параметров эффективности инверсии. Таким образом, конфигурация системы наблюдения, батиметрия и величина используемого временного интервала влияют на выбор числа  $r$  через сингулярный спектр матрицы  $\mathbf{A}$ . Взаимосвязь параметров  $r, N, M$  исследовалась в работе [15].

**3. Выбор наиболее информативных датчиков системы наблюдения на примере цунами 6 февраля 2013 г. вблизи Соломоновых островов.** В этом разделе на примере цунами на Соломоновых островах 6 февраля 2013 г. представлена методика, позволяющая выбрать оптимальную часть системы наблюдения путем анализа распределения энергии волны цунами между глубоководными датчиками. Эта методология была успешно применена к цунами в Ильяпеле, Чили, 16 сентября 2015 г. в работе [17]. Выбор оптимального количества и расположения станций наблюдения на основе оценки распределения энергии цунами, а также способ сокращения объема данных с помощью оптимизационного подхода обсуждался в [1] для случая возможного события в районе Нанкайского желоба.

6 февраля 2013 г. вблизи Соломоновых островов произошло землетрясение с магнитудой 8.0 MW, с эпицентром (10.738°S, 165.138°E) на глубине 29 км. Область моделирования — водная часть прямоугольника  $\{(x; y) : 140^\circ\text{E} \leq x \leq 185^\circ\text{E}; 13^\circ\text{N} \leq y \leq 17^\circ\text{S}\}$  покрыта 1-минутной сеткой из  $2700 \times 1800$  точек с кусочно-линейными береговыми границами. Предполагаемая область источника  $\Omega = \{164.638^\circ\text{E} \leq x \leq 165.638^\circ\text{E}; 11.238^\circ\text{S} \leq y \leq 10.238^\circ\text{S}\}$  покрыта сеткой из  $61 \times 61$  точек  $\{(i, j) : 1479 \leq i \leq 1539; 346 \leq j \leq 406\}$ . Центр области поиска источника цунами предполагается в точке (165.138°E, 10.738°S) с координатами (1509, 376). На береговых границах расчетной области формулируется условие полного отражения, на открытых морских границах — свободного прохода. Параметры расчетов: шаг по времени 4 секунды, длина используемой части каждой мареограммы  $N_t = 1200$ ,  $P = 6$ ,  $M = 15$ ,  $N = 15$ , тогда матрица  $\mathbf{A}$  имеет размер (7200 × 225). Батиметрия соответствует GEBCO <http://www.gebco.net>. Область моделирования и система наблюдения приведены на рис. 1.

Учитывая резкое уменьшение сингулярных значений с ростом их номеров [13], можно утверждать, что значимыми в смысле переноса информации являются только первые пространственные моды, соответствующие первым сингулярным значениям (7). Таким образом, в результате применения процедуры SVD и анализа убывания амплитуд в каждой моде можно понять, какое разумное значение параметра  $r$  следует использовать при инверсии.

Для выбора  $r$  предлагается использовать сравнение удельных энергий, переносимых разными модами. Удельная энергия на единицу массы жидкости пропорциональна сумме квадратов отклонений временного ряда (для наблюдаемых мареограмм или для каждой моды). Нас интересует сравнение удельных энергий, поэтому коэффициент пропорциональности значения не имеет, как и единицы измерения энергии.

На рис. 2 а можно сравнить удельные энергии первых пятидесяти мод в локации каждого из буев DART, участвующих в инверсии. Из приведенных графиков видно, что использование мод с номерами, большими чем 20–25, нецелесообразно. На рис. 2 б показано уменьшение среднеквадратичных амплитуд мод (в метрах) в каждом из буев с ростом номеров мод на примере мод с номерами 21, 30, 50. Видно, что наибольшие амплитуды мод зарегистрированы буями DART 1-55012 и 5-52406.

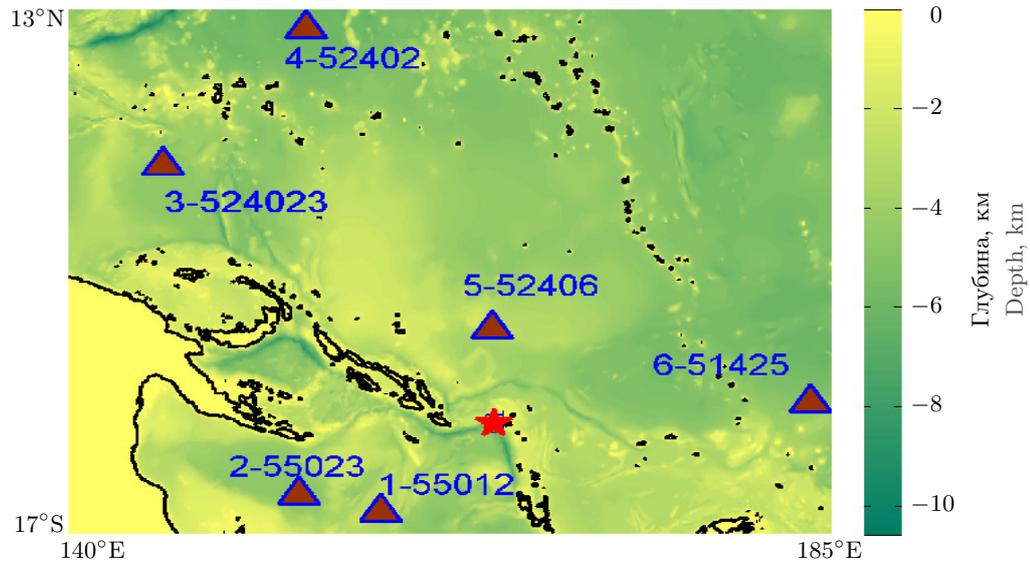


Рис. 1. Глубины в области моделирования цунами 06.02.2013 на Соломоновых островах. Буи ДАРТ (1-55012, 2-55023, 3-52403, 4-52402, 5-52406, 6-51425) отмечены коричневыми треугольниками; красная звездочка — эпицентр землетрясения; черная линия соответствует нулевой глубине

Fig. 1. Depths in the simulation domain of the February 6, 2013 tsunami in the Solomon Islands. The DART buoys marked by the brown triangles: 1-55012, 2-55023, 3-52403, 4-52402, 5-52406, 6-51425; the red star marks the earthquake epicentre; the black line corresponds to the zero depth

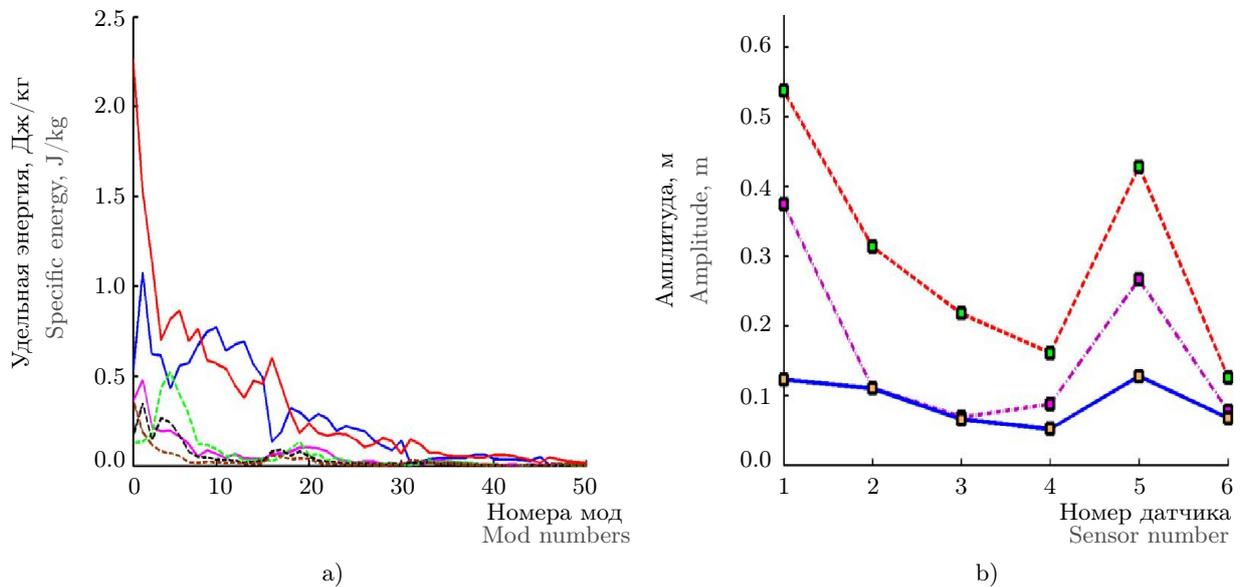


Рис. 2. Уменьшение доли удельной энергии и амплитуды волны в каждом датчике с ростом номеров мод:  
 а) удельные энергии каждой из 50 первых мод в локации каждого ДАРТ буя представлены цветными линиями: синяя — 55012, розовая — 55023, штриховая черная — 52402, штриховая зеленая — 52403, красная — 52406, штриховая коричневая — 51625;  
 б) среднеквадратичные амплитуды мод в каждом из буев для 21, 30 и 50-й мод изображены линиями: красной штриховой, пурпурной штрих-пунктирной и синей сплошной соответственно

Fig. 2. Decrease in the share of the specific energy and wave amplitudes in each sensor with the growth of mode numbers: a) specific energy of each of the first 50 modes at the location of each DART buoy marked by the lines: blue — 55012, magenta — 55023, dashed black — 52402, dashed green — 52403, red — 52406, dashed brown — 51625; b) the mean square amplitudes of 21st, 30th, 50th modes in all sensors marked by the red dashed line, the magenta dashed line and the blue solid line, respectively



Величина  $\frac{s_i^2}{\sum s_i^2}$  характеризует долю удельной энергии, которую создает  $i$ -я мода во всех точках наблюдения по отношению к энергии, которую создали бы все моды вместе ( $i = 1, \dots, 225$ ). На рис. 3 а представлена зависимость этой доли энергии от номера моды. Полученные результаты показывают, что суммарные доли первых 21 мод составляют более 83% всей удельной энергии цунами, а первых 25 мод — более 88% от суммы всех энергий. Это разумно ограничивает значение числа  $r \leq 25$ . На рис. 3 б представлено распределение удельной энергии волны между всеми используемыми буями DART для исследуемого цунами.

Амплитудная диаграмма на рис. 4 соответствует той, которая представлена на сайте NOAA PMEL Center for Tsunami Research [18]. Буи DART 1-55012 и 5-52406 расположены в областях наибольших расчетных амплитуд. Как следствие, на эти датчики приходится большая часть удельной энергии, зафиксированной на всей системе наблюдения.

Численные эксперименты показали, что для достоверного восстановления источника цунами необходимо, чтобы используемые данные соответствовали не менее 2/3 суммарной удельной энергии. Диаграмма на рис. 3 б показывает, что данные буев DART 1-55012 и 5-52406 аккумулировали 74% всей удельной энергии рассматриваемого цунами, зафиксированной на всей системе наблюдения. Данные этих буев DART являются наиболее информативными, и отсутствие хотя бы одного из них в системе наблюдения не позволит реконструировать источник цунами. Добавление существенно менее информативных данных буев 2-55023, 3-52403, 4-52402, 6-51425 не приводит к заметному улучшению результата инверсии. Последнее подтверждается на рис. 5 а–с, представляющих результаты восстановления источника цунами в области очага по данным различных наборов станций, занумерованных согласно рис. 1: {1, 2, 5}, {1, 3, 5}, {1, 2, 3, 4, 5, 6}. На рис. 5 d представлен результат инверсии по данным буев с номерами {4, 5, 6}, которым, согласно диаграмме на рис. 3 б, соответствует 51% удельной энергии (отсутствуют данные буя ДАРТ 1-55012), что оказывается недостаточным для успешного восстановления источника цунами. Полученные экстремальные значения начального смещения (в метрах) для четырех вариантов используемых датчиков: (а) {1, 2, 5}  $\varphi_{\max} = 3.44$  м;  $\varphi_{\min} = -1.64$  м; (b) {1, 3, 5}  $\varphi_{\max} = 3.73$  м;  $\varphi_{\min} = -1.58$  м; (с) {1, 2, 3, 4, 5, 6}  $\varphi_{\max} = 3.12$  м;  $\varphi_{\min} = -1.463$  м; (d) {4, 5, 6}  $\varphi_{\max} = 2.73$  м;  $\varphi_{\min} = -2.34$  м.

Численное моделирование цунами, произошедшего на Соломоновых островах 6 февраля 2013 г., на основе предложенного подхода показало, что сингулярные спектры матриц для разных наборов станций мониторинга могут быть достаточно близкими [16]. С учетом выбора других параметров инверсии, выбор системы наблюдения на основе только свойств спектра приводит к большому перебору вариантов даже при использовании небольшого количества датчиков. Анализ системы наблюдения на основе переноса

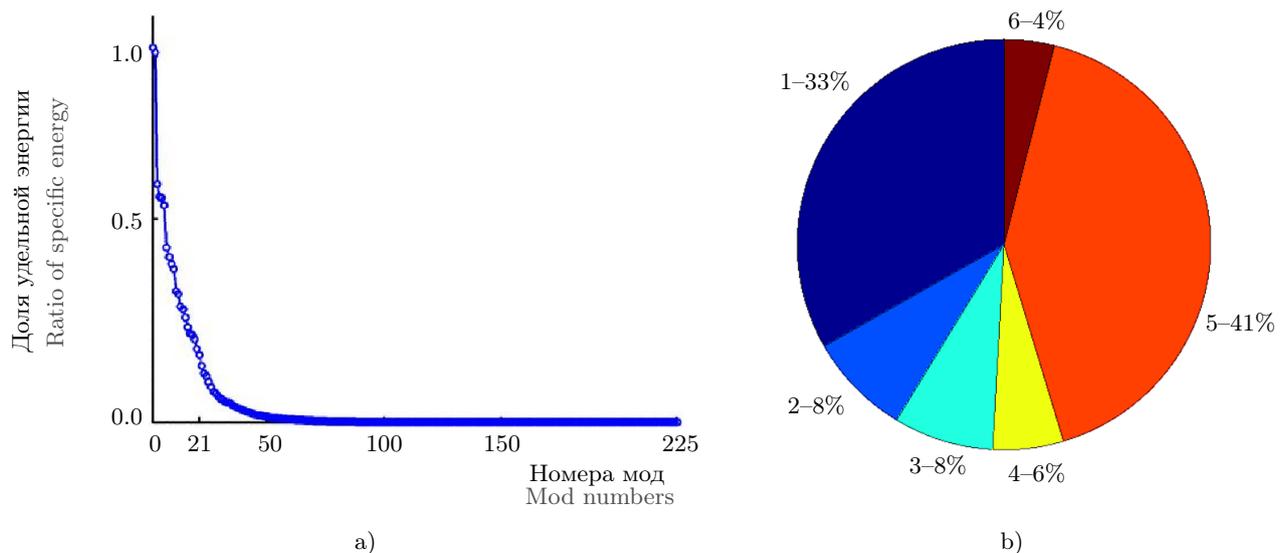


Рис. 3. Распределение удельной энергии по модам и по датчикам: а) доли удельной энергии, создаваемые каждой модой; б) доли удельной энергии волны исследуемого цунами в каждом из шести датчиков

Fig. 3. Distribution of the specific energy by modes and sensors: a) the specific energy produced by each mode; b) the share of the wave specific energy of the studied tsunami in each of the six sensor

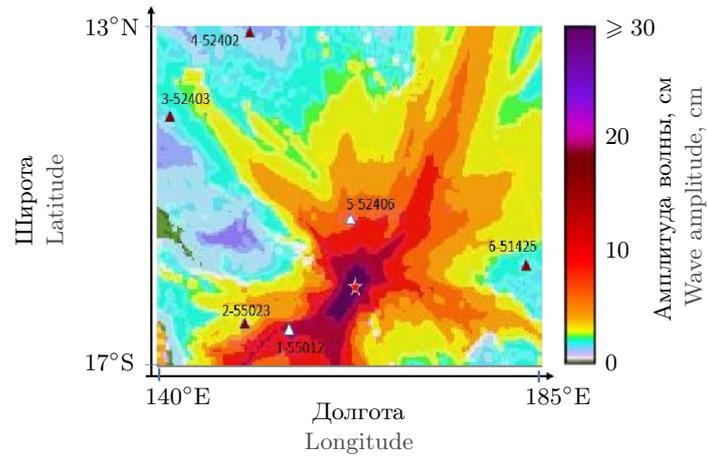


Рис. 4. Рассчитанные с помощью кода MOST [18] амплитуды волны цунами в см за 24 часа распространения волны. Буи DART пронумерованы по часовой стрелке и отмечены треугольниками: 2-55023, 3-52403, 4-52402, 6-51425 — коричневыми, 1-55012 и 5-52406 — белыми

Fig. 4. Model amplitudes calculated with the MOST forecast model (from the NOAA / PMEL / Center for Tsunami Research, [18]). Filled colors show a maximum computed tsunami amplitude in cm during 24 hours of wave propagation. The DART buoys are enumerated clockwise and marked by the brown triangles: 2-55023, 3-52403, 4-52402, 6-51425 and by the white ones: 1-55012, 5-52406

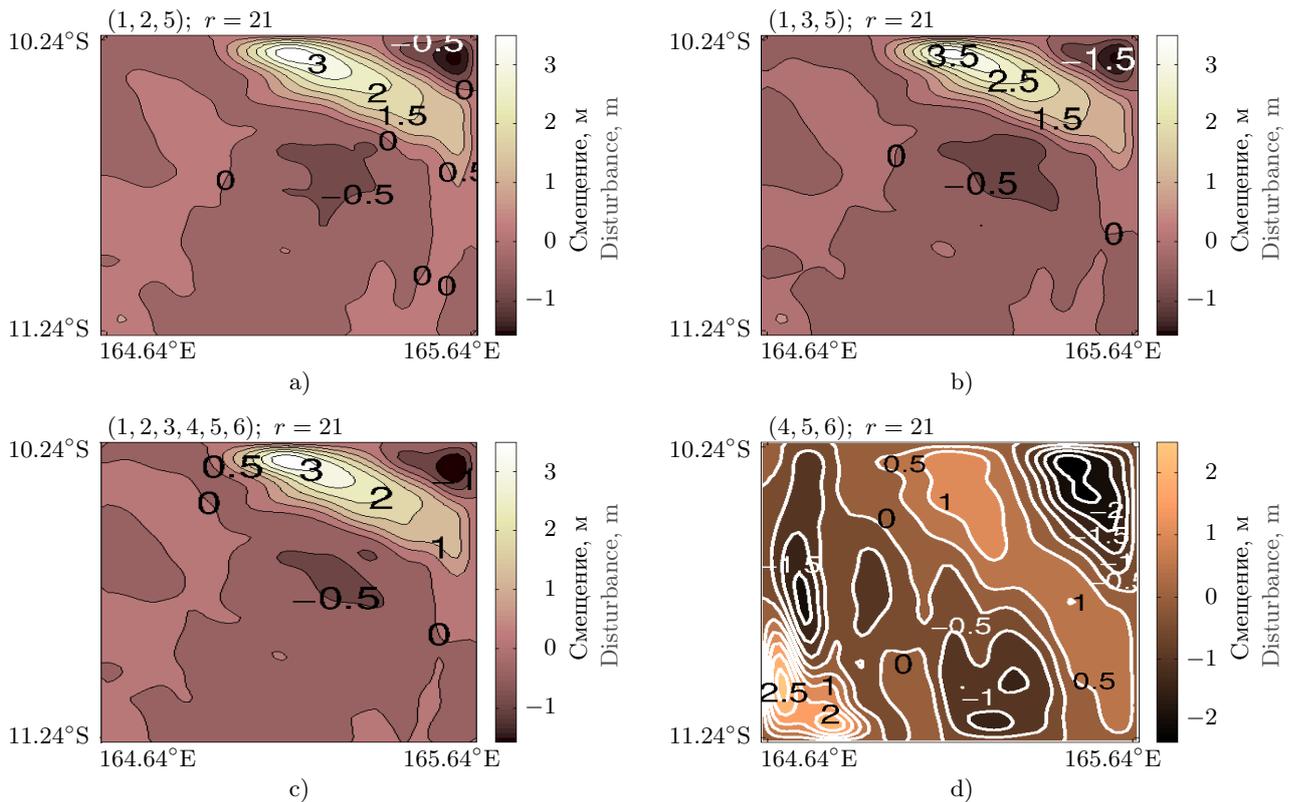


Рис. 5. Начальное смещение поверхности моря, полученное инверсией наблюдаемых мареграмм, зарегистрированных буями DART 1-55012 и 5-52406 с привлечением данных: а) 2-55023; б) 3-52403; в) 2-55023, 3-52403, 4-53402, 6-51425; д) используются данные буев 4-53402, 5-52406, 6-51425; шкала смещений поверхности моря в метрах, долгота и широта по горизонтальной и вертикальной осям соответственно (в градусах)

Fig. 5. The initial sea-surface displacement simulated by the tsunami waveforms inversion based on the data recorded by the DART buoys 1-55012 and 5-52406 with involving the data of buoys: а) 2-55023; б) 3-52403; в) 2-55023, 3-52403, 4-53402, 6-51425; д) the data of buoys 4-53402, 5-52406, 6-51425 have been used; the colour bar shows the sea surface displacement in meter, longitude and latitude along horizontal and vertical axes, respectively



энергии волны цунами позволяет быстро выявить наиболее информативные области для размещения датчиков в каждом случае, т.е. при заданной области поиска.

В итоге использование методики представляется следующим образом:

1. Цунамигенная зона (сейсмического разлома, субдукции) покрывается набором областей поиска, для каждой из которых заранее вычисляется матрица  $A$  (состоящая из откликов на пространственные гармоники) для серии датчиков, включающих как реально существующие станции, так и “фиктивные”, где хотелось бы быстро получить высоты волны. Затем для каждой области поиска можно заранее определить набор наиболее информативных буев. При этом локации датчиков, оказавшихся наиболее информативными для нескольких зон поиска, нужно считать наиболее перспективными для построения системы раннего предупреждения о цунами.
2. Эпицентр землетрясения быстро определяется, исходя из времен прихода сейсмических волн. Тогда становится известно, какую из областей поиска надо выбрать для произошедшего события, а также какие из данных, записанных буями, следует взять в качестве наиболее информативных. Для этих данных проводится инверсия. Получив начальную форму волны цунами, можно быстро вычислить высоты волны в точках расположения “фиктивных” станций, так как решение прямой задачи для них уже произведено при расчете матрицы  $A$ .

**4. Заключение.** Предлагаемый метод, основанный на обращении удаленных записей колебаний поверхности океана, подавляет неустойчивость численного решения, обусловленную некорректностью задачи, что позволяет получить достаточно реалистичную форму источника цунами. Улучшить качество инверсии можно, используя наиболее информативные данные, которые регистрируются глубоководными датчиками цунами, расположенными в областях интенсивного распространения энергии цунами. Численные эксперименты на примере реальных событий показали, что оптимальную систему наблюдения можно выбрать путем оценки удельной энергии, создаваемой всеми пространственными модами в точках локации имеющихся датчиков.

Данные наиболее информативных датчиков позволяют более точно восстановить источник цунами и одновременно, без новых расчетов распространения волны от восстановленного источника, получить высоты волны в пунктах, где не было наблюдения (“фиктивные” станции), но которые участвовали в расчетах матрицы системы. Предварительные эксперименты с модельными системами наблюдения в прогнозируемых цунамиопасных зонах могут помочь в проектировании размещения глубоководных датчиков.

### Список литературы

1. *Mulia I.E., Gusman A.R., Satake K.* Optimal design for placements of tsunami observing systems to accurately characterize the inducing earthquake // *Geophysical Research Letters*. 2017. **44**, N 24, 106–115. doi [10.1002/2017GL075791](https://doi.org/10.1002/2017GL075791).
2. *Hossen M.J., Cummins P.R., Satake K.* Complete implementation of the Green’s function based time reverse imaging and sensitivity analysis of reversed time tsunami source inversion // *Geophysical Research Letters*. 2017. **44**, N 19. 9844–9855. doi [10.1002/2017GL074528](https://doi.org/10.1002/2017GL074528).
3. *Meza J., Catalán P.A., Tsushima H.* A methodology for optimal designing of monitoring sensor networks for tsunami inversion // *Nat. Hazards Earth Syst. Sci. Discuss.* 2018. doi [10.5194/nhess-2018-T2A-textemdash269](https://doi.org/10.5194/nhess-2018-T2A-textemdash269).
4. *An C., Liu P.L.-F., Meng L.* A sensitivity analysis of tsunami inversions on the number of stations // *Geophys. J. Int.* 2018. **214**, N 2. 1313–1323. doi [10.1093/gji/ggy212](https://doi.org/10.1093/gji/ggy212).
5. *Lee E., Jung T., Kim J.-C., Shin S.* A study of the optimal deployment of tsunami observation instruments in Korea // *J. Ocean Eng. Technol.* 2019. **33**, N 6. 607–614. doi [10.26748/KSOE.2019.100](https://doi.org/10.26748/KSOE.2019.100).
6. *Zhao L., Yu F., Hou J., Wang P., Fan T.* The role of tsunami buoy played in tsunami warning and its application in South China Sea // *Theor. Appl. Mech. Lett.* 2013. **3**, N 3. doi [10.1063/2.1303202](https://doi.org/10.1063/2.1303202).
7. *Satake K.* Inversion of tsunami waveforms for the estimation of a fault heterogeneity: method and numerical experiments // *J. Phys. Earth*. 1987. **35**, N 3. 241–254. doi [10.4294/jpe1952.35.241](https://doi.org/10.4294/jpe1952.35.241).
8. *Pires C., Miranda P.M.A.* Tsunami waveform inversion by adjoint methods // *J. Geophys. Res.: Oceans* 2001. **106**, N C9. 19773–19796. doi [10.1029/2000JC000334](https://doi.org/10.1029/2000JC000334).
9. *Percival D.B., Denbo D.W., Eblé M.C., Gica E., Mofjeld H.O., Spillane M.C., Tang L., Titov V.V.* Extraction of tsunami source coefficients via inversion of DART® buoy data // *Nat. Hazards*. 2011. **58**, N 1. 567–590. doi [10.1007/s11069-010-9688-1](https://doi.org/10.1007/s11069-010-9688-1).

10. Hossen M.J., Gusman A., Satake K., Cummins P.R. An adjoint sensitivity method applied to time reverse imaging of tsunami source for the 2009 Samoa earthquake // *Geophysical Research Letters*. 2018. **45**, N 2. 627–636. doi 10.1002/2017GL076031.
11. Mulia I.E., Gusman A.R., Hossen M.J., Satake K. Adaptive tsunami source inversion using optimizations and the reciprocity principle // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 2018. **123**, N 12. 10749–10760. doi 10.1029/2018JB016439.
12. Voronin V.V., Voronina T.A., Tcheverda V.A. Inversion method for initial tsunami waveform reconstruction // *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.* 2015. **15**, N 6. 1251–1263. doi 10.5194/nhess-15-1251-2015.
13. Voronina T.A., Romanenko A.A. The new method of tsunami source reconstruction with r-solution inversion method // *Pure and Applied Geophysics*. 2016. **173**, N 12. 4089–4099. doi 10.1007/s00024-016-1286-z.
14. Voronina T.A., Voronin V.V., Cheverda V.A. The 2015 Illapel tsunami source recovery by inversion of DART tsunami waveforms using the r-solution method // *Pure and Applied Geophysics*. 2019. **176**, N 7. 2985–2993. doi 10.1007/s00024-019-02100-y.
15. Voronina T.A., Voronin V.V. A study of implementation features of the r-solution method for tsunami source recovery in the case of the Illapel tsunami 2015 // *Pure and Applied Geophysics*. 2021. **178**, N 12. 4853–4863. doi 10.1007/s00024-021-02843-7.
16. Voronina T.A. Recovering a tsunami source and designing an observational system based on an r-solution method // *Numer. Anal. Appl.* 2016. **9**, N 4. 267–276. doi 10.1134/S1995423916040017.
17. Voronina T.A., Loskutov, A.V. Applying the R-solution method for designing a tsunami observational system // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2021. **2099**. doi 10.1088/1742-6596/2099/1/012063.
18. NOAA Center for Tsunami Research. Solomon Islands Tsunami, February 6, 2013. [https://nctr.pmel.noaa.gov/solomon20130206/images/publish/f20130206\\_energyS5.png](https://nctr.pmel.noaa.gov/solomon20130206/images/publish/f20130206_energyS5.png). Cited August 31, 2022.

Поступила в редакцию  
16 мая 2022 г.

Принята к публикации  
15 августа 2022 г.

### Информация об авторах

Татьяна Александровна Воронина — к.ф.-м.н., ст. научн. сотр.; Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, пр-кт ак. Лаврентьева, 6, 630090, Новосибирск, Российская Федерация.

Владислав Владимирович Воронин — к.ф.-м.н., доцент; Новосибирский государственный университет, ул. Пирогова, 2, 630090, Новосибирск, Российская Федерация.

### References

1. I. E. Mulia, A. R. Gusman, and K. Satake, “Optimal Design for Placements of Tsunami Observing Systems to Accurately Characterize the Inducing Earthquake,” *Geophys. Res. Lett.* **44** (24), 106–115 (2017). doi 10.1002/2017GL075791.
2. M. J. Hossen, P. R. Cummins, and K. Satake, “Complete Implementation of the Green’s Function Based Time Reverse Imaging and Sensitivity Analysis of Reversed Time Tsunami Source Inversion,” *Geophys. Res. Lett.* **44** (19), 9844–9855 (2017). doi 10.1002/2017GL074528.
3. J. Meza, P. A. Catalán, and H. Tsushima, “A Methodology for Optimal Designing of Monitoring Sensor Networks for Tsunami Inversion,” *Nat. Hazards Earth Syst. Sci. Discuss.* (2018). doi 10.5194/nhess-2018-269.
4. C. An, P. L.-F. Liu, and L. Meng, “A Sensitivity Analysis of Tsunami Inversions on the Number of Stations,” *Geophys. J. Int.* **214** (2), 1313–1323 (2018). doi 10.1093/gji/ggy212.
5. E. Lee, T. Jung, J.-C. Kim, and S. Shin, “A Study of the Optimal Deployment of Tsunami Observation Instruments in Korea,” *J. Ocean Eng. Technol.* **33** (6), 607–614 (2019). doi 10.26748/KSOE.2019.100.
6. L. Zhao, F. Yu, J. Hou, et al., “The Role of Tsunami Buoy Played in Tsunami Warning and Its Application in South China Sea,” *Theor. Appl. Mech. Lett.* **3** (3) (2013). doi 10.1063/2.1303202.
7. K. Satake, “Inversion of Tsunami Waveforms for the Estimation of a Fault Heterogeneity: Method and Numerical Experiments,” *J. Phys. Earth* **35** (3), 241–254 (1987). doi 10.4294/jpe1952.35.241.



8. C. Pires and P. M. A. Miranda, “Tsunami Waveform Inversion by Adjoint Methods,” *J. Geophys. Res.: Oceans* **106** (C9), 19773–19796 (2001). doi [10.1029/2000JC000334](https://doi.org/10.1029/2000JC000334).
9. D. B. Percival, D. W. Denbo, M. C. Eblé, et al., “Extraction of Tsunami Source Coefficients via Inversion of DART® Buoy Data,” *Nat. Hazards* **58** (1), 567–590 (2011). doi [10.1007/s11069-010-9688-1](https://doi.org/10.1007/s11069-010-9688-1).
10. M. J. Hossen, A. Gusman, K. Satake, and P. R. Cummins, “An Adjoint Sensitivity Method Applied to Time Reverse Imaging of Tsunami Source for the 2009 Samoa Earthquake,” *Geophys. Res. Lett.* **45** (2), 627–636 (2018). doi [10.1002/2017GL076031](https://doi.org/10.1002/2017GL076031).
11. I. E. Mulia, A. R. Gusman, M. J. Hossen, and K. Satake, “Adaptive Tsunami Source Inversion Using Optimizations and the Reciprocity Principle,” *J. Geophys. Res.: Solid Earth* **123** (12), 10749–10760 (2018). doi [10.1029/2018JB016439](https://doi.org/10.1029/2018JB016439).
12. V. V. Voronin, T. A. Voronina, and V. A. Tcheverda, “Inversion Method for Initial Tsunami Waveform Reconstruction,” *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.* **15** (6), 1251–1263 (2015). doi [10.5194/nhess-15-1251-2015](https://doi.org/10.5194/nhess-15-1251-2015).
13. T. A. Voronina and A. A. Romanenko, “The New Method of Tsunami Source Reconstruction with *r*-Solution Inversion Method,” *Pure Appl. Geophys.* **173** (12), 4089–4099 (2016). doi [10.1007/s00024-016-1286-z](https://doi.org/10.1007/s00024-016-1286-z).
14. T. A. Voronina, V. V. Voronin, and V. A. Cheverda, “The 2015 Illapel Tsunami Source Recovery by Inversion of DART Tsunami Waveforms Using the *R*-Solution Method,” *Pure Appl. Geophys.* **176** (7), 2985–2993 (2019). doi [10.1007/s00024-019-02100-y](https://doi.org/10.1007/s00024-019-02100-y).
15. T. A. Voronina and V. V. Voronin, “A Study of Implementation Features of the *r*-Solution Method for Tsunami Source Recovery in the Case of the Illapel Tsunami 2015,” *Pure Appl. Geophys.* **178** (12), 4853–4863 (2021). doi [10.1007/s00024-021-02843-7](https://doi.org/10.1007/s00024-021-02843-7).
16. T. A. Voronina, “Recovering a Tsunami Source and Designing an Observational System Based on an *r*-Solution Method,” *Numer. Anal. Appl.* **9** (4), 267–276 (2016). doi [10.1134/S1995423916040017](https://doi.org/10.1134/S1995423916040017).
17. T. A. Voronina and A. V. Loskutov, “Applying the *R*-Solution Method for Designing a Tsunami Observational System,” *J. Phys.: Conf. Ser.* **2099** (2021). doi [10.1088/1742-6596/2099/1/012063](https://doi.org/10.1088/1742-6596/2099/1/012063).
18. NOAA Center for Tsunami Research. Solomon Islands Tsunami, February 6, 2013. [https://nctr.pmel.noaa.gov/solomon20130206/images/publish/f20130206\\_energyS5.png](https://nctr.pmel.noaa.gov/solomon20130206/images/publish/f20130206_energyS5.png). Cited August 31, 2022.

*Received*  
May 16, 2022

*Accepted for publication*  
August 15, 2022

### Information about the authors

*Tatyana A. Voronina* — Ph.D., Senior Researcher; Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, Ac. Lavrentieva prospekt, 6, 630090, Novosibirsk, Russia.

*Vladislav V. Voronin* — Ph.D., Associate Professor; Novosibirsk State University, ulitsa Pirogova, 2, 630090, Novosibirsk, Russia.