



## Параллельная реализация алгоритма восстановления сейсмического источника по серии статистически идентичных моделей среды с применением Fortran Coarray

**В. В. Койнов**

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,  
Новосибирск, Российская Федерация

ORCID: 0000-0001-8960-3366, e-mail: v.koinov@g.nsu.ru

**Аннотация:** Рассматривается задача параллельной реализации алгоритма определения сейсмического источника внутри случайно-неоднородной среды. Алгоритм определения исходной позиции источника использует данные записанных сейсмограмм на свободной поверхности и информацию о статистических свойствах случайной среды. Предложенный подход требует решения большого количества задач динамической теории упругости для различных статистически эквивалентных скоростных моделей, идентифицированных по статистическим параметрам исходной среды. Это наиболее трудоемкая часть алгоритма решения. Чтобы ускорить расчеты, используется двухуровневая стратегия распараллеливания с помощью создания групп, каждая из которых решает свою задачу динамической теории упругости с декомпозицией расчетной области внутри группы. Реализация программы выполнена с использованием Fortran Coarray. Также приводится сравнение используемых конструкций расширения Fortran Coarray с функциями MPI.

**Ключевые слова:** конечно-разностные схемы, декомпозиция расчетной области, параллельные вычисления, Fortran Coarray, MPI, распространение волн, случайно-неоднородные среды.

**Благодарности:** Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (грант № 22-21-00759).

**Для цитирования:** Койнов В.В. Параллельная реализация алгоритма восстановления сейсмического источника по серии статистически идентичных моделей среды с применением Fortran Coarray // Вычислительные методы и программирование. 2023. 24, № 1. 55–66. doi 10.26089/NumMet.v24r105.

# Parallel implementation of a seismic source recovery algorithm from a series of statistically identical media models using Fortran Coarray

Vitalii V. Koinov

The Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS,  
Novosibirsk, Russia

ORCID: 0000-0001-8960-3366, e-mail: v.koinov@g.nsu.ru

**Abstract:** The research considers the problem of parallel implementation of an algorithm for determining a seismic source inside a randomly heterogeneous medium. The algorithm for determining the initial position of the source uses the data of recorded seismograms on the free surface and information about the statistical properties of the random environment. The proposed approach requires solving a large number of problems in the dynamic theory of elasticity for various statistically equivalent velocity models identified by the statistical parameters of the initial medium. This is the most time-consuming part of the solution algorithm. To speed up calculations, a two-level parallelization strategy is used by creating groups, each of which solves its problem of dynamic elasticity theory with a decomposition of the computational domain within the group. Program implementation uses Fortran Coarray. It also compares the used Fortran Coarray extension constructs with MPI functions.

**Keywords:** finite difference schemes, computational domain decomposition, parallel computing, Fortran Coarray, MPI, wave propagation, randomly heterogeneous environments.

**Acknowledgements:** The work was supported by the Russian Science Foundation (grant No. 22–21–00759).

**For citation:** V. V. Koinov, “Parallel implementation of a seismic source recovery algorithm from a series of statistically identical media models using Fortran Coarray,” *Numerical Methods and Programming*, 24 (1), 55–66 (2023). doi 10.26089/NumMet.v24r105.

---

**1. Введение.** Численное решение задач полевой разведочной геофизики относится к задачам прикладной математики, для решения которых требуется разработка эффективных методов численных расчетов с использованием современных высокопроизводительных компьютеров.

Применение методов конечных элементов (МКЭ) [1, 2], псевдоспектральных методов (ПСМ) [3, 4], методов спектральных элементов (СЭМ) [5] и метода конечных разностей (МКР) [6–9] позволяет с высокой точностью моделировать распространение сейсмических волн в неоднородных трехмерных средах на основе уравнений динамической теории упругости для упругих/анизотропных/вязкоупругих сред [10–13]. Однако расчеты с высокой точностью связаны со значительными вычислительными затратами и большим объемом вычислительных ресурсов. Кроме того, одной из особенностей решения задач разведочной сейсмологии и глобальной томографии Земли является необходимость решения задач минимизации путем одновременного или последовательного рассмотрения и анализа решений для не менее чем нескольких тысяч моделей распространения волн. Поэтому методы повышения эффективности решения таких задач напрямую влияют не только на эффективность, но и на саму возможность их решения.

В работе рассматривается задача восстановления местоположения сейсмического источника внутри случайно-неоднородной среды. Эта задача представляет большой интерес и возникает, например, в сейсмологических приложениях при определении местоположения очага землетрясения.

Существующие методы, такие, например, как метод миграции в обратном времени (Reverse Time Migration, RTM) [14], позволяют решать указанную задачу только при условии знания точного строения геологической среды. Методика рассматриваемого решения основана на моделировании сейсмических волновых полей применительно к неоднородным геологическим средам со случайной структурой.



Для восстановления сейсмического источника предлагается использовать технику Time Reversal Mirror (TRM) [15–17].

Для ускорения вычислений используется двухуровневая стратегия распараллеливания, что естественным образом вытекает из особенностей алгоритма решения задачи. В работе описана схема численного решения задачи, а также методика распараллеливания. Рассмотрен новый подход к распараллеливанию Fortran Coarray, имеющий более простую реализацию за счет синтаксиса использования динамических массивов с общей памятью. Благодаря этому, скорость написания программы увеличивается, а время на отладку уменьшается. При этом эффективность программы с Coarray не уступает программе с MPI коммуникациями с увеличением расчетной области [18].

**2. Постановка задачи.** Распространение упругих волн в изотропной неоднородной двумерной среде описывается следующей гиперболической системой дифференциальных уравнений первого порядка [19]:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v_x}{\partial t} &= \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}, \\ \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} &= \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}, \\ \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v_z}{\partial z} + F_{xx}, \\ \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial t} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_z}{\partial z} + \lambda \frac{\partial v_x}{\partial x} + F_{zz}, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial t} &= \mu \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Начальные условия:

$$\mathbf{v}|_{t=0} = 0, \quad \boldsymbol{\tau}|_{t=0} = 0.$$

Краевые условия на свободной поверхности:

$$\tau_{zz} = 0, \quad \tau_{xz} = 0.$$

Здесь  $\mathbf{v} = (v_x, v_z)$  — компоненты скорости смещений,  $\boldsymbol{\tau} = (\tau_{xx}, \tau_{zz}, \tau_{xz})$  — компоненты тензора напряжений,  $\lambda, \mu$  — коэффициенты Ламе,  $\rho$  — плотность. Параметры Ламе выражаются через скорости  $V_p$  продольной волны и  $V_s$  поперечной волны следующим образом:

$$\lambda = \rho (V_p^2 - 2V_s^2), \quad \mu = \rho V_s^2.$$

$F_{xx}, F_{zz}$  в правой части уравнений (1) определяют компоненты действующего источника типа центра расширения, т.е.  $F_{xx} = F_{zz} = f(t)\delta(x - x_0, z - z_0)$ , где  $f(t) = (1 - 2(\pi f_0(t - t_0))^2) \exp(-(\pi f_0(t - t_0))^2)$  — функция вейвлета Рикера по времени с доминирующей частотой источника  $f_0$  и задержкой импульса по времени  $t_0$ ,  $\delta(x - x_0, z - z_0)$  — дельта-функция Дирака в пространстве с центром в точке источника  $(x_0, z_0)$ . Для ограничения расчетной области вне свободной поверхности используются поглощающие граничные условия в виде идеально согласованного слоя (Perfectly Matched Layer, PML) в оригинальной формулировке Берендже, а именно метод PML с расщеплением [20]. Пример распространения волны с выбранным источником и условиями идеально согласованного слоя представлен на рис. 1.

**3. Численное решение.** Существует несколько подходов [1–9] к аппроксимации уравнений динамической теории упругости, записанных в терминах скоростей/напряжений для системы уравнений первого порядка (1). Такие подходы обрабатывают любые виды волн в сложных средах, но ограничены главным образом тем, что численная дисперсия не позволяет им распространять волны на большие расстояния, т.е. необходимо использовать достаточно низкочастотные волны. Для решения проблемы в работах [7, 8] был рассмотрен метод конечных разностей (МКР) на сдвинутых сетках. Схема на сдвинутых сетках обладает желаемым качеством, заключающимся в том, что она может корректно моделировать любые изменения свойств модели, включая модели с большим и малым коэффициентом Пуассона, с минимальной численной дисперсией и числовой анизотропией. Дисперсионный анализ показывает, что для минимальной длины волн в модели необходимо иметь пять точек сетки. При этом явный расчет скоростей и напряжений позволяет относительно просто задать источник на свободной поверхности или внутри среды и удовлетворить граничные условия на свободной поверхности.

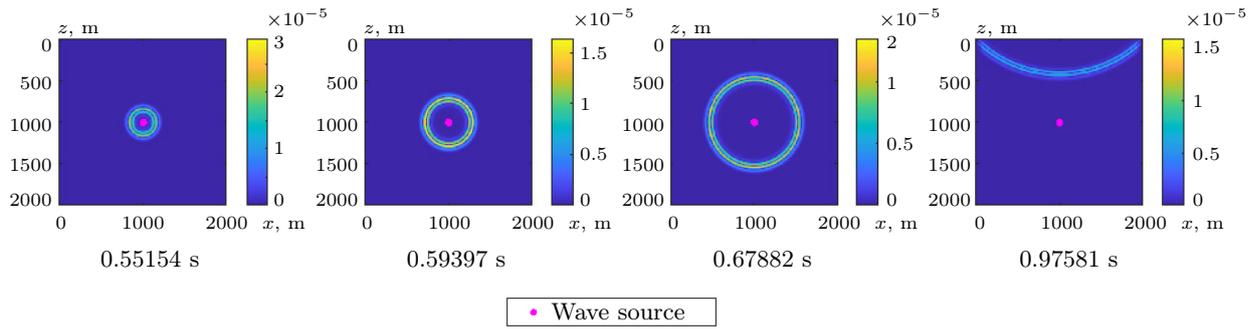


Рис. 1. Снимки волнового поля для однородной модели в разные моменты времени. Идеально согласованный слой задействован на правой, левой и нижней границах; верхняя граница свободна от поглощающих условий. Параметры модели: скорость продольной волны  $V_p = 3000$  м/с, скорость поперечной волны  $V_s = V_p/\sqrt{3}$ , плотность  $\rho = 2000$  кг/м<sup>3</sup>, размер области  $2000 \times 2000$  м, шаг конечно-разностной сетки 4 м

Fig. 1. Wavefield snapshots for a homogeneous model at different points in time. A perfectly matched layer is involved on the right, left, and bottom boundaries; the upper boundary is free from absorbing conditions. Model parameters: longitudinal wave velocity  $V_p = 3000$  m/s, shear wave velocity  $V_s = V_p/\sqrt{3}$ , density  $\rho = 2000$  kg/m<sup>3</sup>, domain size  $2000 \times 2000$  m, finite difference grid step 4 m

Аналогично тому, как это сделано у Вирье, была разработана конечно-разностная схема второго порядка точности по пространству и времени на сдвинутых сетках, которая обладает максимальной пространственной аппроксимацией при минимальном размере разностного шаблона сетки. По сетке с целыми и полужелыми узлами, показанной на рис. 2, была построена явная конечно-разностная схема второго порядка точности по пространству и времени для уравнений.

Сначала обновляются скорости при переходе с полужелтого временного слоя  $k - 1/2$  на  $k + 1/2$  с центром по времени  $k\Delta t$ , используя конечные разности второго порядка для первых производных в уравнениях (1):

$$\begin{aligned}
 U_{i+1/2,j}^{k+1/2} &= U_{i+1/2,j}^{k-1/2} + b_{i+1/2,j} \frac{\Delta t}{\Delta x} (\Sigma_{i+1,j}^k - \Sigma_{i,j}^k) + b_{i+1/2,j} \frac{\Delta t}{\Delta z} (\Lambda_{i+1/2,j+1/2}^k - \Lambda_{i+1/2,j-1/2}^k), \\
 V_{i,j+1/2}^{k+1/2} &= V_{i,j+1/2}^{k-1/2} + b_{i,j+1/2} \frac{\Delta t}{\Delta x} (\Lambda_{i+1/2,j+1/2}^k - \Lambda_{i-1/2,j+1/2}^k) + b_{i,j+1/2} \frac{\Delta t}{\Delta z} (T_{i,j+1}^k - T_{i,j}^k),
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

где  $b$  – величина, обратная плотности в узле сетки,  $b = 1/\rho$ .

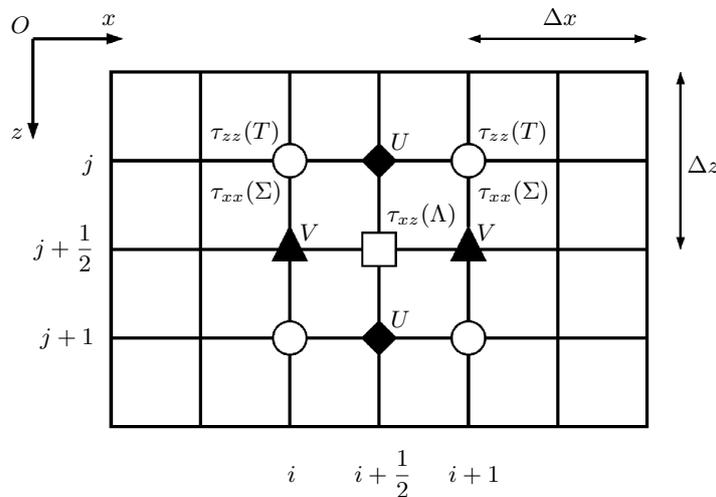


Рис. 2. Шаблон разностной схемы на сдвинутых сетках, где  $\tau_{xx}$ ,  $\tau_{zz}$ ,  $\tau_{xz}$  обозначены соответственно как  $\Sigma$ ,  $T$ ,  $\Lambda$   
 Fig. 2. Difference scheme template on shifted grids, where  $\tau_{xx}$ ,  $\tau_{zz}$ ,  $\tau_{xz}$  denoted as  $\Sigma$ ,  $T$ ,  $\Lambda$



Затем обновляются напряжения при переходе с временного слоя  $k$  на  $k + 1$ :

$$\begin{aligned} \Sigma_{i,j}^{k+1} &= \Sigma_{i,j}^k + (\lambda + 2\mu)_{i,j} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( U_{i+1/2,j}^{k+1/2} - U_{i-1/2,j}^{k+1/2} \right) + \lambda_{i,j} \frac{\Delta t}{\Delta z} \left( V_{i,j+1/2}^{k+1/2} - V_{i,j-1/2}^{k+1/2} \right), \\ T_{i,j}^{k+1} &= T_{i,j}^k + (\lambda + 2\mu)_{i,j} \frac{\Delta t}{\Delta z} \left( V_{i,j+1/2}^{k+1/2} - V_{i,j-1/2}^{k+1/2} \right) + \lambda_{i,j} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( U_{i+1/2,j}^{k+1/2} - U_{i-1/2,j}^{k+1/2} \right), \\ \Lambda_{i+1/2,j+1/2}^{k+1} &= \Lambda_{i+1/2,j+1/2}^k + \mu_{i+1/2,j+1/2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( V_{i+1,j+1/2}^{k+1/2} - V_{i,j+1/2}^{k+1/2} \right) + \\ &\quad + \mu_{i+1/2,j+1/2} \frac{\Delta t}{\Delta z} \left( U_{i+1/2,j+1}^{k+1/2} - U_{i+1/2,j}^{k+1/2} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Таким образом, на каждом временном шаге  $\Delta t$  необходимо выполнить следующие действия:

- 1) обновить скорости, зависящие от напряжений;
- 2) обновить напряжения, зависящие от скоростей.

В начальный момент времени  $t = 0$  предполагается, что среда находится в равновесии, т.е. напряжение и скорость равны нулю всюду в среде. Необходимое условие устойчивости [7] для схемы (2), (3) определяется следующим образом:

$$\sqrt{V_p^2 + V_s^2} \frac{\Delta t}{\Delta h} < 1, \quad \text{где } \Delta h = \max(\Delta x, \Delta z).$$

**4. Алгоритм восстановления источника.** Задача восстановления местоположения сейсмического источника внутри случайно-неоднородной среды с использованием только зарегистрированных сейсмограмм на свободной поверхности и знаний о статистических свойствах случайной среды представляет важный интерес для практических геофизических и сейсмологических приложений. Показано, например, что типичные сейсмограммы землетрясений не описываются в рамках упрощенных кусочно-однородных моделей [21], а могут быть результатом взаимодействия упругих волн с лежащими в их основе случайными неоднородностями среды.

Методика решения исследуемой задачи основана на моделировании сейсмических волновых полей применительно к разномасштабным неоднородным геологическим средам со случайными моделями грунта. Упругие свойства случайно-неоднородной среды характеризуются модулями упругости и плотностью с большими вариациями по пространству. Нередко случайная среда может быть описана в терминах случайной функции с определенными статистическими свойствами, такими как, например, стандартное отклонение и длина корреляции. Этот факт дает возможность получить набор статистически эквивалентных реализаций скоростных моделей случайной среды. Термин “эквивалентность” означает, что параметры стандартного отклонения, длины корреляции и математического ожидания совпадают с исходной случайной моделью. Для восстановления сейсмического источника в случайно-неоднородной среде предлагается использовать методику Time Reversal Mirror (TRM) [15–17]. Метод зеркального обращения времени фокусирует волны в источнике путем повторного излучения обращенной во времени записи в приемниках системы наблюдений. Этот подход основан на свойстве инвариантности волнового уравнения при смене знака времени. Данное свойство позволяет использовать “перевернутый” во времени сигнал, зарегистрированный в приемниках, как функцию источников, помещенных в эту же точку.

Если среда случайная, то ее точная структура неизвестна, известны только ее статистические свойства. Поэтому предлагается использовать статистически эквивалентные скоростные модели для восстановления положения источника в случайных средах.

Схема алгоритма восстановления сейсмического источника в случайно-неоднородной среде с использованием TRM применительно к набору статистически эквивалентных скоростных моделей (рис. 3):

1. На первом шаге фиксируется случайно-неоднородная среда, которая далее будет называться исходной моделью. Также предполагается, что имеется сейсмограмма на свободной поверхности от источника внутри этой модели в случае реальных сейсмических данных. На этапе проверки алгоритма используются синтетические данные, полученные в результате численного моделирования.
2. На втором этапе данные исходной модели не учитываются, за исключением сейсмограммы и знаний о статистических свойствах модели. Используя эту информацию, рассчитывается набор статистически эквивалентных скоростных моделей. Для каждой сгенерированной модели применяется метод

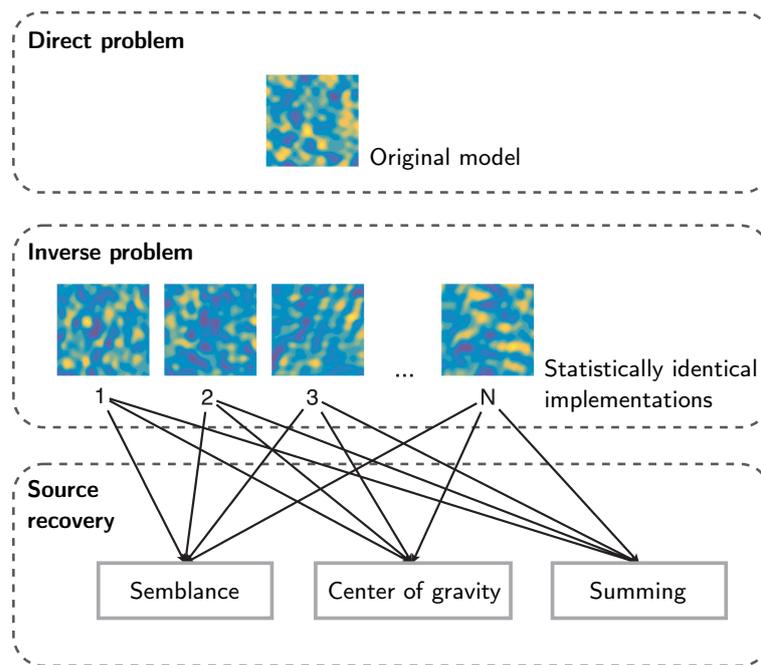


Рис. 3. Алгоритм решения задачи восстановления источника  
 Fig. 3. Algorithm for solving the problem of source recovery

TRM и вычисляется волновое поле, бегущее назад. Для численного моделирования используется метод конечных разностей на сдвинутых сетках [7, 8]. В результате имеется набор снимков компонент волнового поля для каждой реализации в момент времени, соответствующий перефокусировке источника.

3. На третьем этапе необходимо восстановить местоположение источника в исходной модели, используя результаты моделирования со второго этапа. Для визуализации и уточнения положения источника используются и анализируются различные методы восстановления, такие как простое суммирование, нахождение центра масс, вычисление сембланса, суммирование компонент моментальных снимков вместе с поиском глобального максимума.

**5. Параллельная реализация.** Параллельная архитектура алгоритма основана на свойствах решаемой задачи. На первом этапе происходит поиск численных решений серии эквивалентных задач динамической теории упругости. Далее полученные решения собираются вместе, анализируются, суммируются особым образом, и определяется решение задачи нахождения источника.

Наиболее трудоемкая часть алгоритма связана с необходимостью решения большого количества численных задач, описывающих распространение сейсмических волновых полей в статистически эквивалентных средах. Каждая задача, заключающаяся в нахождении численного решения обратной задачи для определенной модели среды, может быть решена независимо от остальных. Этот факт позволяет максимально эффективно использовать параллельное программирование, так как отсутствуют взаимодействия для передачи данных и синхронизации между потоками, обслуживающими другие задачи. Более того, размерность числовой сетки одинакова для всех задач, поэтому имеется возможность решать все задачи параллельно, равномерно распределяя между ними имеющиеся вычислительные ресурсы.

Для ускорения вычислений также произведено распараллеливание решения каждой отдельной задачи. Наиболее естественный способ распараллеливания — метод декомпозиции расчетной области. Этот метод является достаточно общей и удобной вычислительной техникой для решения уравнений в частных производных. Идея подхода основана на использовании классического аддитивного метода Шварца [22, 23], позволяющего расщепить исходную задачу на серию вычислительно меньших подзадач, связанных друг с другом граничными условиями (рис. 4). Это делает метод декомпозиции области удобным и эффективным инструментом для параллельных вычислений. В свою очередь, эффективность работы

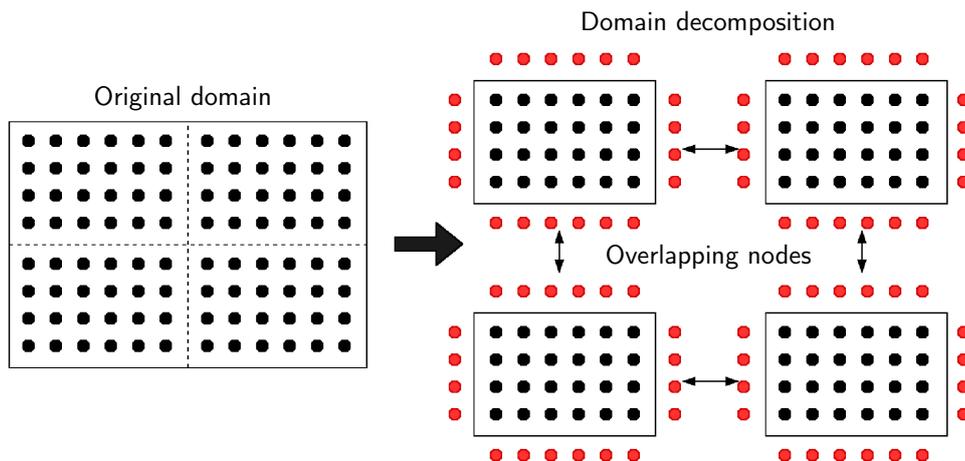


Рис. 4. Пример двумерной декомпозиции расчетной области на 4 подобласти с перекрытием

Fig. 4. An example of a two-dimensional decomposition of the computational domain into 4 subdomains with overlap

многопроцессорной вычислительной системы определяется тем, насколько равномерно распределено решение задачи по процессам и насколько минимизированы затраты на передачу данных между процессами. Таким образом, в задаче присутствует двухуровневый параллелизм:

- 1) распараллеливание по задачам;
- 2) распараллеливание для решения каждой задачи.

Далее приведено описание реализации программы, использующей Coarray Fortran, а также сравнение с операциями MPI.

Стандарт Fortran 2018 [24] представил новые возможности языка и техники Coarray, такие как, например, конструкция выбора процессов (`SELECT RANK`), новые встроенные атомарные функции (`ATOMIC_ADD`, `ATOMIC_AND` и т.д.) и встроенные коллективные Coarray функции. Теперь пользователю, по аналогии с MPI, доступны пять коллективных операций: `CO_BROADCAST`, `CO_MIN`, `CO_MAX`, `CO_REDUCE` и `CO_SUM`. Также в новом стандарте существует механизм группировки на команды (`TEAMS`), который позволяет назначать разные задачи отдельным группам процессов или образов.

На первом уровне параллелизма происходит разделение процессов на группы, каждая из которых будет решать свою обратную задачу (рис. 5). Напомним, что в MPI разбиение на группы выполняется с помощью функции `MPI_Comm_split`:

```
MPI_Comm_split(MPI_COMM_WORLD, color, key, NEW_COMM_COLOR, ierr),
```

где `MPI_COMM_WORLD` — старый коммуникатор с разделяемыми MPI-процессами; `color` — неотрицательное число, определяющее принадлежность процесса MPI к определенной подгруппе, иными словами, признак подгруппы, содержащей процессы только со значением `color`; `key` — параметр, управляющий порядком ранга процесса в создаваемой подгруппе; `NEW_COMM_COLOR` — новый коммуникатор подгруппы, связанный со значением `color`. Для группировки процессов в Coarray применяется `FORM TEAM`:

```
FORM TEAM(team-number, team-variable [, form-team-spec-list]),
```

где `team-number` — скалярное целочисленное выражение; `team-variable` — скалярная переменная типа `TEAM_TYPE`, определенная во встроенном модуле `ISO_FORTRAN_ENV`; `form-team-spec-list` — список параметров для дополнительных настроек.

В идеальном случае количество создаваемых подгрупп должно быть равно количеству решаемых задач. Если процессов недостаточно, можно организовать решение всех задач в несколько шагов. Однако такая ситуация в работе не рассматривается: предполагается, что вычислительных ресурсов достаточно.

Следующим шагом алгоритма является создание в каждой подгруппе локальной топологии, удобной для применения метода декомпозиции расчетной области для параллельного решения задачи динамической теории упругости. Это очень важный шаг в параллельной реализации, потому что общее время

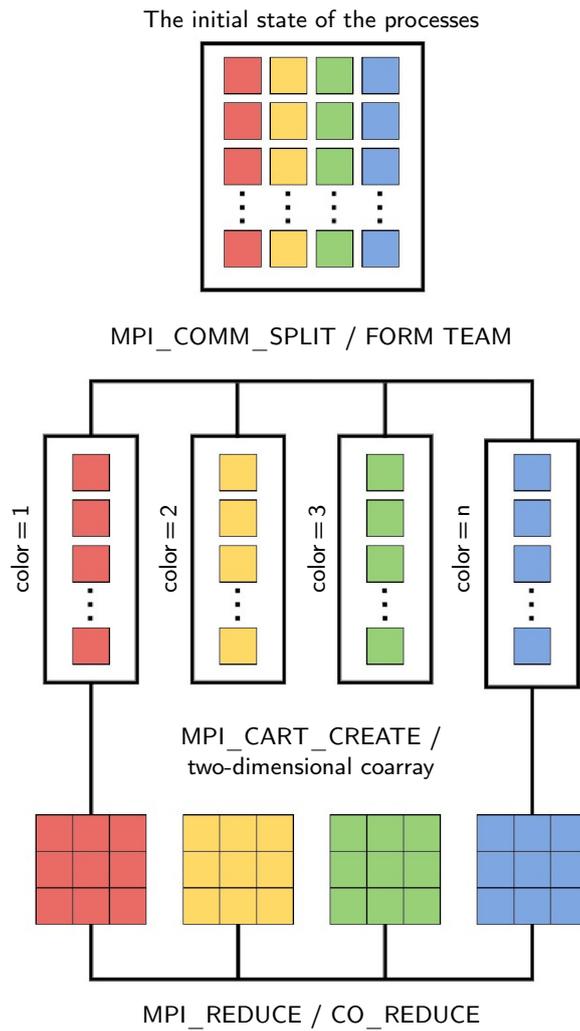


Рис. 5. Двухуровневая стратегия распараллеливания алгоритма

Fig. 5. Two-level algorithm parallelization strategy

решения преимущественно равно времени расчета задач на втором шаге. Действительно, если распределить решение набора задач на группы процессов (каждая группа вычисляет одну задачу), то этот шаг распараллеливания дает линейное ускорение работы алгоритма. Далее решение каждой задачи в каждой группе осуществляется одновременно, так как эти задачи однотипные. Следовательно, общее время — это как раз время на решение одной задачи. Обработка и визуализация на третьем этапе занимает незначительное время и не влияет на эффективность параллельного алгоритма.

При распараллеливании рассматриваемой задачи был выбран метод декомпозиции области в двух направлениях (вертикальном и горизонтальном) для разбиения расчетной области по процессам (рис. 4). Для решения задачи по конечно-разностной схеме на сдвинутых сетках необходимо производить обмен данными на каждом шаге расчетного времени. В связи с этим возникает проблема оптимизации обмена данными между процессами для минимизации потерь времени, вызываемых медленными операциями обмена данными. В предыдущем исследовании [18] приведено подробное сравнение различных способов обменов данными между процессами при декомпозиции области, включая технику Coarray Fortran, и выявлены преимущества отложенных неблокирующих функций `MPI_Isend`, `MPI_Irecv` и Coarray Fortran для обмена данными между граничными слоями в декомпозиции области при увеличении размера задачи (количества элементов расчетной области).



Листинг 1. Параллельная программная модель вычисления двумерного уравнения упругой волны с применением Coarray Fortran

Listing 1. Parallel programming model of computation 2D elastic wave equation using Coarray Fortran

```

1  ! Объявление массивов Coarray
2  ! Конструкция [:,:] задает двумерную размерность сопряженного измерения
3  real(8), allocatable :: Txx(:, :)[:,:], Tzz(:, :)[:,:], Txz(:, :)[:,:]
4  real(8), allocatable :: v(:, :)[:,:], u(:, :)[:,:]
5
6  ! Динамическое выделение памяти для массивов Coarray.
7  ! Для задания Coarray размерности два достаточно указания
8  ! количества строк в сетке процессов - iprocs.
9  ! nx, nz - фактические размеры подобластей.
10 ! nx+2, nz+2 - размеры подобластей вместе с присоединенным соседним
11 ! граничным слоем для хранения граничных значений соседних подобластей
12 allocate(Txx(nx+2, nz+2)[iprocs,*])
13 allocate(Tzz(nx+2, nz+2)[iprocs,*])
14 ...
15
16 ! Группировка процессов по задачам, где color - идентификатор каждой отдельной группы
17 form team(color, new_team)
18 change team(new_team)
19
20 ! Получение индекса сопряженного массива для текущего процесса
21 image = THIS_IMAGE(Txx)
22
23 ! Топология для декомпозиции области получается естественным образом
24 ! из размерности сопряженного измерения Coarray
25 do while (t_local < t_global)
26     ! Обмен граничными точками для напряжений.
27     ! Передача в первую присоединенную строку локального массива
28     ! последней строки из coarray массива соседнего процесса
29     if (image(1) > 1) &
30     Txz(1,:) = Txz(nx-1, :)[image(1)-1, image(2)]
31     ! Передача в последнюю присоединенную строку локального массива
32     ! первой строки из coarray массива соседнего процесса
33     if (image(1) < num_iprocs) &
34     Txx(nx, :) = Txx(2, :)[image(1)+1, image(2)]
35     ! Передача в первый присоединенный столбец локального массива
36     ! последнего столбца из coarray массива соседнего процесса
37     if (image(2) > 1) &
38     Txz(:, 1) = Txz(:, ny-1)[image(1), image(2)-1]
39     ! Передача в последний присоединенный столбец локального массива
40     ! первого столбца из coarray массива соседнего процесса
41     if (image(2) < num_jprocs) &
42     Tzz(:, ny) = Tzz(:, 2)[image(1), image(2)+1]
43     ! Синхронизация процессов в группе
44     sync team(new_team)
45     ! Обновление скоростей, зависящих от напряжений
46     ...
47     ! Обмен граничными точками для скоростей
48     if (image(1) > 1) &
49     u(1, :) = u(nx-1, :)[image(1)-1, image(2)]
50     if (image(1) < num_iprocs) &
51     v(nx, :) = v(2, :)[image(1)+1, image(2)]
52     if (current_image(2) > 1) &
53     v(:, 1) = v(:, ny-1)[image(1), image(2)-1]
54     if (image(2) < num_jprocs) &
55     u(:, ny) = u(:, 2)[image(1), image(2)+1]
56     ! Синхронизация процессов в группе
57     sync team(new_team)
58     ! Обновление напряжений, зависящих от скоростей
59     ...
60     t_local = t_local + dt
61 end do
62 end team
    
```

Расчетная область разделена на несколько подобластей с перекрытием в одной точке. В MPI декомпозиция области выполняется с помощью функции `MPI_Cart_create`:

```
MPI_Cart_create(NEW_COMM_COLOR, ndims, dim_size, periods, reorder, NEW_COMM_COLOR_1, ierr),
```

где `NEW_COMM_COLOR` — коммуникатор, из которого создается новый коммуникатор; `ndims` — число измерений декартовой топологии; `dim_size` — размер сетки в каждом измерении; `periods` — периодичность в каждом измерении; `NEW_COMM_COLOR_1` — новый коммуникатор с декартовой сеткой. Эта функция назначает каждую подобласть отдельному процессу в соответствии с декартовой топологией, представленной на рис. 4. Каждый процесс обычно обрабатывает одну подобласть в разделе и вычисляет частное решение, используя граничные значения, полученные от соседних процессов. В Coarray Fortran расщепление производится при помощи сопряженных массивов Coarray. Для двумерной декомпозиции рассматриваемой задачи выбрано сопряженное измерение размерности 2. Сопряженные переменные определяются добавлением сопряженного измерения в квадратные скобки. Например, для переменной `u` запись `u[image_i, image_j]` — обращение к переменной из образа с координатами (`image_i`, `image_j`), `u` — обращение к локальной переменной.

Принимая во внимание последовательность вычислений каждым временным шагом, стоит уделить внимание порядку обмена данных. Так, перед началом вычисления новых скоростей  $u_x$  и  $u_z$ , зависящих от напряжений  $\tau_{xx}$ ,  $\tau_{xz}$  и  $\tau_{zz}$ , требуется обновить напряжения, т.е. осуществить обмен их граничных точек на текущей подобласти расчетной области по всем четырем направлениям. Аналогично необходимо поступить при вычислении напряжений  $\tau_{xx}$ ,  $\tau_{xz}$  и  $\tau_{zz}$ . Полученная программная модель с использованием MPI передач представлена в листинге 1.

**6. Заключение.** В работе рассмотрена задача восстановления сейсмических источников для случайно-неоднородных сред. Для ее решения использовался метод TRM, примененный к серии статистически эквивалентных случайно-неоднородных моделей сред. В отличие от других подходов, метод позволяет определять положение источников в условиях, когда точная модель среды неизвестна.

Для ускорения вычислений использована двухуровневая стратегия распараллеливания с созданием подгрупп и применением метода декомпозиции расчетной области внутри каждой подгруппы. Этот прием позволяет добиться как минимум линейного ускорения работы алгоритма относительно модельных реализаций.

Параллельная реализация программы выполнена с помощью Coarray, и аналогично она может быть выполнена с использованием MPI. Coarray конструкции выделяются более простой и нативной реализацией для пользователей при той же эффективности.

### Список литературы

1. *Yoshimura C., Bielak J., Hisada Y., Fernández A.* Domain reduction method for three-dimensional earthquake modeling in localized regions. Part II: verification and applications // *Bulletin of the Seismological Society of America*. 2003. **93**, N 2. 825–840. doi 10.1785/0120010252.
2. *Moczo P., Kristek J., Galis M., et al.* 3-D finite-difference, finite-element, discontinuous-Galerkin and spectral-element schemes analysed for their accuracy with respect to *P*-wave to *S*-wave speed ratio // *Geophysical Journal International*. 2011. **187**, N 3. 1645–1667. doi 10.1111/j.1365-246X.2011.05221.x.
3. *Fornberg B.* The pseudospectral method: accurate representation of interfaces in elastic wave calculations // *Geophysics*. 1988. **53**, N 5. 625–637. doi 10.1190/1.1442497.
4. *Takenaka H., Wang Y., Furumura T.* An efficient approach of the pseudospectral method for modelling of geometrically symmetric seismic wavefield // *Earth Planets Space*. 1999. **51**, N 2. 73–79. doi 10.1186/BF03352212.
5. *Chaljub E., Komatitsch D., Vilotte J.-P., et al.* Spectral-element analysis in seismology // *Advances in Geophysics*. 2007. **48**. 365–419. doi 10.1016/S0065-2687(06)48007-9.
6. *Moczo P., Kristek J., Halada L.* 3D fourth-order staggered-grid finite-difference schemes: stability and grid dispersion // *Bulletin of the Seismological Society of America*. 2000. **90**, N 3. 587–603. doi 10.1785/0119990119.
7. *Virieux J.* *P*-*SV* wave propagation in heterogeneous media: velocity-stress finite-difference method // *Geophysics*. 1986. **51**, N 4. 889–901. doi 10.1190/1.1442147.
8. *Levander A.R.* Fourth-order finite-difference *P*-*SV* seismograms // *Geophysics*. 1988. **53**, N 11. 1425–1436. doi 10.1190/1.1442422.



9. *Tessmer E.* Seismic finite-difference modeling with spatially varying time steps // *Geophysics*. 2000. **65**, N 4. 1290–1293. doi [10.1190/1.1444820](https://doi.org/10.1190/1.1444820).
10. *Moczo P., Kristek J., Vavrycuk V., et al.* 3D heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of seismic motion with volume harmonic and arithmetic averaging of elastic moduli and densities // *Bulletin of the Seismological Society of America*. 2002. **92**, N 8. 3042–3066. doi [10.1785/0120010167](https://doi.org/10.1785/0120010167).
11. *Dumbser M., Käser M., De La Puente J.* Arbitrary high-order finite volume schemes for seismic wave propagation on unstructured meshes in 2D and 3D // *Geophysical Journal International*. 2007. **171**, N 2. 665–694. doi [10.1111/j.1365-246X.2007.03421.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2007.03421.x).
12. *Peter D., Komatitsch D., Luo Y., et al.* Forward and adjoint simulations of seismic wave propagation on fully unstructured hexahedral meshes // *Geophysical Journal International*. 2011. **186**, N 2. 721–739. doi [10.1111/j.1365-246X.2011.05044.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.05044.x).
13. *Cupillard P., Delavaud E., Burgos G., et al.* RegSEM: a versatile code based on the spectral element method to compute seismic wave propagation at the regional scale // *Geophysical Journal International*. 2012. **188**, N 3. 1203–1220. doi [10.1111/j.1365-246X.2011.05311.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.05311.x).
14. *Костин В.И., Лисица В.В., Решетова Г.В., Чеверда В.А.* Локальное пространственно-временное измельчение сеток для конечно-разностного моделирования упругих волн в трехмерно-неоднородных разномасштабных средах // *Сиб. журн. вычисл. матем.* 2013. **16**, № 1. 45–55. doi [10.1134/S1995423913010059](https://doi.org/10.1134/S1995423913010059).
15. *Fink M.* Time reversal in acoustics // *Contemporary Physics*. 1996. **37**, N 2. 95–109. doi [10.1080/00107519608230338](https://doi.org/10.1080/00107519608230338).
16. *Fink M.* Time reversed acoustics // *Physics Today*. 1997. **50**, N 3. 34–40. doi [10.1063/1.881692](https://doi.org/10.1063/1.881692).
17. *Fink M., Montaldo G., Tanter M.* Time reversal acoustics in biomedical engineering // *Annual Review of Biomedical Engineering*. 2003. **5**. 465–497. doi [10.1146/annurev.bioeng.5.040202.121630](https://doi.org/10.1146/annurev.bioeng.5.040202.121630).
18. *Reshetova G., Cheverda V., Koinov V.* Comparative efficiency analysis of MPI blocking and non-blocking communications with Coarray Fortran // *Communications in Computer and Information Science*. 2021. Vol. 1510. Cham: Springer, 2021. 322–336. doi [10.1007/978-3-030-92864-3\\_25](https://doi.org/10.1007/978-3-030-92864-3_25).
19. *Graves R.W.* Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences // *Bulletin of the Seismological Society of America*. 1996. **86**, N 4. 1091–1106. doi [10.1785/BSSA0860041091](https://doi.org/10.1785/BSSA0860041091).
20. *Collino F., Tsogka C.* Application of the perfectly matched absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in anisotropic heterogeneous media // *Geophysics*. 2001. **66**, N 1. 294–307. doi [10.1190/1.1444908](https://doi.org/10.1190/1.1444908).
21. *Sato H., Fehler M.C., Maeda T.* Seismic wave propagation and scattering in the heterogeneous Earth. Berlin: Springer, 2012. doi [10.1007/978-3-642-23029-5](https://doi.org/10.1007/978-3-642-23029-5).
22. *Schwarz H.A.* Über einige Abbildungsaufgaben // *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*. 1869. **1869**, N 70. 105–120. doi [10.1515/crll.1869.70.105](https://doi.org/10.1515/crll.1869.70.105).
23. *Sobolev S.L.* Schwarz’s algorithm in elasticity theory // *Selected Works of S.L. Sobolev*. Boston: Springer, 2006. 399–403. doi [10.1007/978-0-387-34149-1\\_12](https://doi.org/10.1007/978-0-387-34149-1_12).
24. *Reid J.* The new features of Fortran 2018 // *ACM SIGPLAN Fortran Forum*. 2018. **37**, N 1. 5–43. doi [10.1145/3206214.3206215](https://doi.org/10.1145/3206214.3206215).

Поступила в редакцию

20 октября 2022 г.

Принята к публикации

7 декабря 2022 г.

### Информация об авторе

*Койнов Виталий Викторович* — инженер; Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, пр-кт Лаврентьева, д. 6, 630090, Новосибирск, Российская Федерация.

### References

1. C. Yoshimura, J. Bielak, Y. Hisada, and A. Fernández, “Domain Reduction Method for Three-Dimensional Earthquake Modeling in Localized Regions, Part II: Verification and Applications,” *Bull. Seismol. Soc. Am.* **93** (2), 825–841 (2003). doi [10.1785/0120010252](https://doi.org/10.1785/0120010252).
2. P. Moczo, J. Kristek, M. Galis, et al., “3-D Finite-Difference, Finite-Element, Discontinuous-Galerkin and Spectral-Element Schemes Analysed for Their Accuracy with Respect to *P*-Wave to *S*-Wave Speed Ratio,” *Geophys. J. Int.* **187** (3), 1645–1667 (2011). doi [10.1111/j.1365-246X.2011.05221.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.05221.x).
3. B. Fornberg, “The Pseudospectral Method: Accurate Representation of Interfaces in Elastic Wave Calculations,” *Geophysics*. **53** (5), 625–637 (1988). doi [10.1190/1.1442497](https://doi.org/10.1190/1.1442497).

4. H. Takenaka, Y. Wang, and T. Furumura, “An Efficient Approach of the Pseudospectral Method for Modelling of Geometrically Symmetric Seismic Wavefield,” *Earth Planets Space* **51** (2), 73–79 (1999). doi [10.1186/BF03352212](https://doi.org/10.1186/BF03352212).
5. E. Chaljub, D. Komatitsch, J.-P. Vilotte, et al., “Spectral-Element Analysis in Seismology,” *Adv. Geophys.* **48**, 365–419 (2007). doi [10.1016/S0065-2687\(06\)48007-9](https://doi.org/10.1016/S0065-2687(06)48007-9).
6. P. Moczo, J. Kristek, and L. Halada, “3D Fourth-Order Staggered-Grid Finite-Difference Schemes: Stability and Grid Dispersion,” *Bull. Seismol. Soc. Am.* **90** (3), 587–603 (2000). doi [10.1785/0119990119](https://doi.org/10.1785/0119990119).
7. J. Virieux, “*P-SV* Wave Propagation in Heterogeneous Media: Velocity-Stress Finite-Difference Method,” *Geophysics*. **51** (4), 889–901 (1986). doi [10.1190/1.1442147](https://doi.org/10.1190/1.1442147).
8. A. R. Levander, “Fourth-Order Finite-Difference *P-SV* Seismograms,” *Geophysics* **53** (11), 1425–1436 (1988). doi [10.1190/1.1442422](https://doi.org/10.1190/1.1442422).
9. E. Tessmer, “Seismic Finite-Difference Modeling with Spatially Varying Time Steps,” *Geophysics*. **65** (4), 1290–1293 (2000). doi [10.1190/1.1444820](https://doi.org/10.1190/1.1444820).
10. P. Moczo, J. Kristek, V. Vavrycuk, et al., “3D Heterogeneous Staggered-Grid Finite-Difference Modeling of Seismic Motion with Volume Harmonic and Arithmetic Averaging of Elastic Moduli and Densities,” *Bull. Seismol. Soc. Am.* **92** (8), 3042–3066 (2002). doi [10.1785/0120010167](https://doi.org/10.1785/0120010167).
11. M. Dumbser, M. Käser, and J. De La Puente, “Arbitrary High-Order Finite Volume Schemes for Seismic Wave Propagation on Unstructured Meshes in 2D and 3D,” *Geophys. J. Int.* **171** (2), 665–694 (2007). doi [10.1111/j.1365-246X.2007.03421.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2007.03421.x).
12. D. Peter, D. Komatitsch, Y. Luo, et al., “Forward and Adjoint Simulations of Seismic Wave Propagation on Fully Unstructured Hexahedral Meshes,” *Geophys. J. Int.* **186** (2), 721–739 (2011). doi [10.1111/j.1365-246X.2011.05044.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.05044.x).
13. P. Cupillard, E. Delavaud, G. Burgos, et al., “RegSEM: A Versatile Code Based on the Spectral Element Method to Compute Seismic Wave Propagation at the Regional Scale,” *Geophys. J. Int.* **188** (3), 1203–1220 (2012). doi [10.1111/j.1365-246X.2011.05311.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.05311.x).
14. V. I. Kostin, V. V. Lisitsa, G. V. Reshetova, and V. A. Tcheverda, “Finite Difference Simulation of Elastic Waves Propagation through 3D Heterogeneous Multiscale Media Based on Locally Refined Grids,” *Sib. Zh. Vych. Mat.* **16** (1), 45–55 (2013) [*Numer. Anal. Appl.* **6** (1), 40–48 (2013)]. doi [10.1134/S1995423913010059](https://doi.org/10.1134/S1995423913010059).
15. M. Fink, “Time Reversal in Acoustics,” *Contemp. Phys.* **37** (2), 95–109 (1996). doi [10.1080/00107519608230338](https://doi.org/10.1080/00107519608230338).
16. M. Fink, “Time Reversed Acoustics,” *Phys. Today* **50** (3), 34–40 (1997). doi [10.1063/1.881692](https://doi.org/10.1063/1.881692).
17. M. Fink, G. Montaldo, and M. Tanter, “Time-Reversal Acoustics in Biomedical Engineering,” *Annu. Rev. Biomed. Eng.* **5**, 465–497 (2003). doi [10.1146/annurev.bioeng.5.040202.121630](https://doi.org/10.1146/annurev.bioeng.5.040202.121630).
18. G. Reshetova, V. Cheverda, and V. Koinov, “Comparative Efficiency Analysis of MPI Blocking and Non-blocking Communications with Coarray Fortran,” in *Communications in Computer and Information Science* (Springer, Cham, 2021), Vol. 1510, pp. 322–336. doi [10.1007/978-3-030-92864-3\\_25](https://doi.org/10.1007/978-3-030-92864-3_25).
19. R. W. Graves, “Simulating Seismic Wave Propagation in 3D Elastic Media Using Staggered-Grid Finite Differences,” *Bull. Seismol. Soc. Am.* **86** (4), 1091–1106 (1996). doi [10.1785/BSSA0860041091](https://doi.org/10.1785/BSSA0860041091).
20. F. Collino and C. Tsogka, “Application of the Perfectly Matched Absorbing Layer Model to the Linear Elastodynamic Problem in Anisotropic Heterogeneous Media,” *Geophysics* **66** (1), 294–307 (2001). doi [10.1190/1.1444908](https://doi.org/10.1190/1.1444908).
21. H. Sato, M. C. Fehler, and T. Maeda, *Seismic Wave Propagation and Scattering in the Heterogeneous Earth* (Springer, Berlin, 2012). doi [10.1007/978-3-642-23029-5](https://doi.org/10.1007/978-3-642-23029-5).
22. H. A. Schwarz, “Über einige Abbildungsaufgaben,” *J. für die Reine und Angew. Math.* **1869** (70), 105–120 (1869). doi [10.1515/crll.1869.70.105](https://doi.org/10.1515/crll.1869.70.105).
23. S. L. Sobolev, “Schwarz’s Algorithm in Elasticity Theory,” in *Selected Works of S.L. Sobolev* (Springer, Boston, 2006), pp. 399–403. doi [10.1007/978-0-387-34149-1\\_12](https://doi.org/10.1007/978-0-387-34149-1_12).
24. J. Reid, “The New Features of Fortran 2018,” *ACM SIGPLAN Fortran Forum* **37** (1), 5–43 (2018). doi [10.1145/3206214.3206215](https://doi.org/10.1145/3206214.3206215).

Received  
October 20, 2022

Accepted for publication  
December 7, 2022

#### Information about the author

Vitalii V. Koinov — engineer; The Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS, Lavrentyev prospekt, building 6, 630090, Novosibirsk, Russia.