



doi 10.26089/NumMet.v25r214

УДК 519.687

Программное обеспечение для решения задач фильтрационной флюидодинамики с фазовыми гидратными и водно-ледяными превращениями

О. Р. Рагимли

Институт прикладной математики имени М. В. Келдыша РАН (ИПМ РАН),
Москва, Российская Федерация

ORCID: 0000-0001-7257-1660, e-mail: orkhan@rehimli.info

Аннотация: Рассмотрена модель термодинамически равновесной фильтрации с совместными твердофазными включениями из газовых гидратов и водно-ледяной смеси. Построены двух-слойные по времени разностные схемы с адаптивной искусственной вязкостью для задач фильтрационной флюидодинамики, развивающейся на фоне гидрато- и льдообразования в промерзающих и мерзлых породах. Разработаны вычислительные алгоритмы и программное обеспечение для моделирования процессов тепломассообмена в пористой среде при многофазном течении (газ, водно-ледяная смесь, гидраты) с переменным фазовым составом. Программное обеспечение функционирует в рамках клиент-серверной архитектуры и реализовано с использованием JavaScript для клиентской части и Golang в комбинации с Node.js для серверной части. Проведена серия расчетов, которая показала эффективность предложенных алгоритмов.

Ключевые слова: математическое моделирование, газовые гидраты, фазовый переход, водно-ледяная смесь, адаптивная искусственная вязкость, JavaScript, Golang, клиент-серверное приложение.

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 22-71-10109).

Для цитирования: Рагимли О.Р. Программное обеспечение для решения задач фильтрационной флюидодинамики с фазовыми гидратными и водно-ледяными превращениями // Вычислительные методы и программирование. 2024. 25, № 2. 175–186. doi 10.26089/NumMet.v25r214.

Software for solving problems of filtration fluid dynamics with phase hydrate and water-ice transformations

Orkhan R. Rahimly

Keldysh Institute of Applied Mathematics (RAS), Moscow, Russia

ORCID: 0000-0001-7257-1660, e-mail: orkhan@rehimli.info

Abstract: A model of thermodynamically equilibrium filtration with combined solid-phase inclusions of gas hydrates and a water-ice mixture is considered. Two-layer time difference schemes with adaptive artificial viscosity are constructed for problems of filtration fluid dynamics developing against the background of hydrate and ice formation in freezing and permafrost rocks. Computational algorithms and software have been developed to simulate heat and mass transfer processes in a porous medium with multiphase flow (gas, water-ice mixture, hydrates) with a variable phase composition. The software operates within a client-server architecture and is implemented using JavaScript for the client side and Golang in combination with Node.js for the server side. A series of calculations is carried out, which shows the effectiveness of the proposed algorithms.



Keywords: mathematical modeling, gas hydrates, phase transition, water-ice mixture, adaptive artificial viscosity, JavaScript, Golang, client-server application.

Acknowledgements: The work was carried out with the support of the Russian Science Foundation, project No. 22–71–10109.

For citation: O. R. Rahimly, “Software for solving problems of filtration fluid dynamics with phase hydrate and water-ice transformations,” *Numerical Methods and Programming*. 25 (2), 175–186 (2024). doi 10.26089/NumMet.v25r214.

1. Введение. В условиях растущего мирового спроса на природный газ добыча углеводородов из альтернативных источников становится одним из приоритетных направлений. Особое внимание уделяется потенциальным ресурсам природных газовых гидратов [1, 2] как крупномасштабному источнику энергии. Однако процесс добычи газа из гидратов может повлечь за собой серьезные технологические и экологические проблемы, связанные с разложением гидратов во время бурения и эксплуатации скважин. Также существует вероятность воздействия массивного выброса газовых гидратов на климатические изменения.

Северный Ледовитый океан, с его арктическим шельфом, выделяется среди других океанов из-за масштабной подводной криолитозоны. Эта зона может способствовать образованию залежей газовых гидратов. Они возникают благодаря двум основным факторам: определенному соотношению температуры и давления придонных вод и продолжительному замерзанию в течение геологических периодов. Кроме температуры, давления и степени минерализации, на формирование и накопление гидратов значительно влияет структура горных пород [3].

Расчеты с применением моделей природных и технологических процессов, протекающих с образованием и распадом гидратов, необходимы как в рамках теоретических исследований, так и в процессе сопровождения экспериментальных мероприятий. Это обусловлено тем, что модели динамики гидратонасыщенных сред обладают высокой степенью сложности и нелинейности.

В данной работе рассматривается многофазная многокомпонентная модель фильтрации с совместными твердофазными включениями из газовых гидратов и водно-ледяной смеси [4]. Модель может быть использована для исследования процессов теплообмена в пористой среде при многофазном течении (газ, водно-ледяная смесь, гидраты) с переменным фазовым составом.

Для решения описанных задач в рамках математической модели [4] применяется метод расщепления по физическим процессам, в том числе в дискретной пространственно-временной форме. В результате такого расщепления получают блок по переносу насыщенностей и пьезопроводное уравнение.

Процессы переноса насыщенностей носят гиперболический характер [5], и в них возникает аппроксимационная неустойчивость разностного происхождения. Такая неустойчивость может быть устранена введением адаптивной искусственной вязкости аналогично работе [6], в которой это делается в разностных схемах газовой динамики.

В данной работе построены двухслойные по времени разностные схемы с адаптивной регуляризацией для задач фильтрационной флюидодинамики, развивающейся на фоне гидрато- и льдообразования в промерзающих и мерзлых породах.

Разработаны вычислительные алгоритмы, которые позволяют учесть фазовые переходы между газогидратами, свободным газом и водно-ледяной системой. Данная возможность возникает благодаря оригинальной энтальпийной форме уравнения пьезопроводности, описывающей внутреннюю структуру водно-ледяного фазового перехода в виде двухфазного термодинамического равновесия.

На основе разработанных алгоритмов выполнена их реализация в виде программного обеспечения с использованием вычислительной архитектуры клиент–сервер. Клиентская часть (пользовательский интерфейс) разработана на языках JavaScript [7], HTML (HyperText Markup Language) и CSS (Cascading Style Sheets), которые определяют внешний вид интерфейса. JavaScript встроен практически во все веб-браузеры и доступен без ограничений на тип компьютера. Серверная часть системы, отвечающая за выполнение вычислений, реализована на языке программирования Golang [8]. Это статически типизированный язык, разработанный инженерами Google, и он зарекомендовал себя как очень эффективный инструмент для создания высокопроизводительных и масштабируемых приложений. Golang обладает встроенной поддержкой конкурентности, легко управляет зависимостями и предлагает современные средства для об-



работки ошибок, что делает его идеальным выбором для разработки серверных приложений. За маршрутизацию, предварительную подготовку и передачу данных в вычислительный блок отвечает отдельный узел на сервере, разработанный с использованием Node.js [9]. Созданное программное обеспечение использует интерпретатор V8, позволяя применять JavaScript как язык общего назначения. Это открывает широкие перспективы для разработки масштабируемого сетевого программного обеспечения, а также эффективного взаимодействия с устройствами ввода-вывода, благодаря асинхронной модели выполнения и неблокирующему вводу-выводу. Таким образом, комбинация Golang и Node.js в данной работе обеспечивает высокую производительность и эффективное распределение задач между серверными компонентами. Использование этих технологий позволяет создавать масштабируемые и устойчивые к нагрузкам системы, способные обрабатывать большое количество запросов и вычислений в реальном времени.

Проведена серия вычислительных экспериментов, демонстрирующих процесс твердофазного замещения гидратом льдисто-кристаллической структуры. Также приводится пример применения адаптивной искусственной вязкости для устранения неустойчивости в решении гидратосодержащей флюидодинамической задачи с учетом фазовых переходов. На основе представленных математической модели, вычислительного алгоритма и программного обеспечения можно численно исследовать различные проблемы фильтрационной подземной флюидодинамики, связанные с газовыми гидратами и водно-ледяными образованиями.

2. Базовая модель системы “газ–вода–газовые гидраты–лед”. Для гидратно-равновесной зоны исходные уравнения неразрывности (уравнения баланса масс флюидов — компонент H₂O и газа) и уравнение баланса полной внутренней энергии системы, включая скелет в пористой среде, могут быть записаны в следующей дивергентной форме [4]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ m [S_\nu S_w \rho_{wi} + (1 - S_\nu) \rho_\nu \beta_w] \right\} + \text{div} [\rho_w \mathbf{V}_w] + q_w = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ m [S_\nu (1 - S_w) \rho_g + (1 - S_\nu) \rho_\nu (1 - \beta_w)] \right\} + \text{div} [\rho_g \mathbf{V}_g] + q_g = 0, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ m [S_\nu (S_w \rho_w \varepsilon_{wi} + (1 - S_w) \rho_g \varepsilon_g) + (1 - S_\nu) \rho_\nu \varepsilon_\nu] + (1 - m) \rho_s \varepsilon_s \right\} + \\ + \text{div} \{ \rho_w \varepsilon_w \mathbf{V}_w + \rho_g \varepsilon_g \mathbf{V}_g \} + \text{div} [P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g)] + \text{div} \mathbf{W} + q_\varepsilon = 0. \quad (3) \end{aligned}$$

Здесь $m = m(\mathbf{r}, P)$ — пористость, \mathbf{r} — радиус-вектор, P — давление, T — температура, t — время; индексы обозначают: ν — гидрат, w — жидкая вода, g — газ, i — лед, wi — водно-ледяная смесь, s — скелет; β_w и $1 - \beta_w$ — массовые доли воды и газа в гидрате; S_ν — растеplenность порового пространства от гидратов, под которой понимается объемная доля пор с H₂O и свободным газом, $(1 - S_\nu)$ — гидратонасыщенность порового пространства; S_w — водонасыщенность, $1 - S_w$ — газонасыщенность; $\rho_l = \rho_l(P, T)$ — плотности компонент ($l = \nu, wi, w, i, g, s$), q_w, q_g, q_ε — плотности соответствующих источников, $\rho_{wi} = C_w \rho_w + C_i \rho_i$ — плотность водно-ледяной смеси, $C_i + C_w = 1$, C_i, C_w — объемные доли твердого льда (H₂O) и жидкой воды (H₂O); $\mathbf{V}_\alpha = -(k_i \cdot k_{r\alpha i})(\nabla P - \mathbf{g} \rho_\alpha) / \mu_\alpha$, $\alpha = w, g$ — скорости фильтрации, удовлетворяющие закону Дарси, с перерасчетом проницаемостей, \mathbf{g} — вектор ускорения свободного падения, $k_i = k(\mathbf{r}, S_{\nu i}, P)$ — абсолютная проницаемость с учетом части пор, занятой льдом, $k_{r\alpha i} = k_{r\alpha}(S_{wi})$ — перерасчет относительных фазовых проницаемостей, $\mu_\alpha = \mu_\alpha(P, T)$ — динамические вязкости воды и газа, $S_{\nu i} = S_\nu (1 - (1 - C_w) S_w)$ — объемная доля пор $m \delta V$ с жидкой водой (H₂O) и свободным метаном (CH₄), $S_{wi} = C_w S_w / (C_w S_w + (1 - S_w))$ — водонасыщенная доля водно-ледяной смеси (т.е. доля жидкой воды в порах (газ, жидкая вода)); $\mathbf{W} = -\{m [S_\nu (S_w \lambda_{wi} + (1 - S_w) \lambda_g) + (1 - S_\nu) \lambda_\nu] + (1 - m) \lambda_s\} \nabla T$ — поток тепла, определяющий общий тепловой поток в среде с коэффициентами $\lambda_l = \lambda_l(P, T)$ ($l = \nu, wi, w, i, g, s$), $\lambda_{wi} = C_w \lambda_w + (1 - C_w) \lambda_i$ — коэффициент теплопроводности водно-ледяной смеси; $\varepsilon_l(P, T)$ — внутренняя энергия фаз ($l = \nu, wi, w, i, g, s$), $\varepsilon_{wi} = [C_w \rho_w \varepsilon_w + (1 - C_w) \rho_i \varepsilon_i] / \rho_{wi}$ — внутренняя энергия водно-ледяной смеси.

В численных расчетах, проведенных с помощью разрабатываемой модели, использовалась следующая зависимость [10]:

$$T = T_{\text{dis}}(P) = A \ln P + B,$$

где A, B — эмпирические константы.

Удельная энтальпия гидрата определяется как сумма удельных энтальпий газа и водно-ледяной смеси, которые входят в его состав с учетом теплоты фазового перехода:

$$\beta_w I_{wi} + (1 - \beta_w) I_g = I_\nu + H_{tr},$$

где H_{tr} — скрытая теплота фазового перехода единицы массы гидрата, $I_l = \varepsilon_l + P/\rho_l$ — энтальпия фаз, индекс $l = \nu, wi, w, i, g, s$ указывает фазу.

После исключения S_w и S_ν из-под знака производной по времени в (1)–(3), получим пьезопроводное уравнение, которое для гидратно-равновесной зоны в энтальпийной форме имеет следующий вид [4]:

$$D_I \frac{dI_{wi}}{dt} + \delta_\varepsilon \text{DIG} + \frac{\psi}{m\rho_\nu} \text{DIG}_\varepsilon = 0, \tag{4}$$

где

$$D_I = m\delta_\varepsilon \left\{ S_\nu \left[S_w \frac{(\rho_{wi})_I}{\rho_{wi}} + (1 - S_w) \frac{(\rho_g)_I}{\rho_g} \right] + (1 - S_\nu) \frac{(\rho_\nu)_I}{\rho_\nu} + \frac{(m)_I}{m} \right\} + \\ + \frac{\psi}{m\rho_\nu} \left\{ m \{ S_w \rho_{wi} (\varepsilon_{wi})_I + (1 - S_w) \rho_g (\varepsilon_g)_I + (1 - S_\nu) \rho_\nu (\varepsilon_\nu)_I \} + [(1 - m) \rho_s \varepsilon_s]_I \right\},$$

$$\text{DIG} = \frac{1}{\rho_{wi}} \text{div}[\rho_w \mathbf{V}_w] + \frac{1}{\rho_g} \text{div}[\rho_g \mathbf{V}_g] + \frac{q_w}{\rho_{wi}} + \frac{q_g}{\rho_g},$$

$$\text{DIG}_\varepsilon = [\text{div}(\rho_w \varepsilon_w \mathbf{V}_w) - \varepsilon_{wi} \text{div}(\rho_w \mathbf{V}_w)] + [\text{div}(\rho_g \varepsilon_g \mathbf{V}_g) - \varepsilon_g \text{div}(\rho_g \mathbf{V}_g)] + \\ + \text{div}[P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g)] + \text{div} \mathbf{W} + (q_\varepsilon - \varepsilon_{wi} q_w - \varepsilon_g q_g).$$

Здесь $(\)_I$ — производная по энтальпии, $\frac{\psi}{m\rho_\nu}$ и δ_ε — скачки удельных объема и внутренней энергии на единицу массы:

$$\frac{\psi}{m\rho_\nu} = \left(\varphi - \frac{1}{\rho_\nu} \right) \geq 0, \quad \varphi = \frac{\beta_w}{\rho_{wi}} + \frac{(1 - \beta_w)}{\rho_g}, \\ \delta_\varepsilon = \beta_w \varepsilon_{wi} + (1 - \beta_w) \varepsilon_g - \varepsilon_\nu \geq 0.$$

Переменные C_w, T, P и все зависящие от них функции записываются выражениями энтальпии, учитывающими всю область:

$$C_w = \begin{cases} 0, & I_{wi} \in (-\infty, I_{wi0}], \\ \rho_i (I_{wi} - I_{wi0}) / [\rho_w H_{wi} - \Delta_{wi} \rho (I_{wi} - I_{wi0})], & I_{wi} \in [I_{wi0}, I_{wi1}], \\ 1, & I_{wi} \in [I_{wi1}, +\infty), \end{cases}$$

$$T = \begin{cases} I_{wi} / c_{pi}, & I_{wi} \in (-\infty, I_{wi0}], \\ T_0, & I_{wi} \in [I_{wi0}, I_{wi1}], \\ (I_{wi} - I_{wi0}) / c_{pw} + T_0, & I_{wi} \in [I_{wi1}, +\infty), \end{cases}$$

$$P = \exp[(T - B)/A].$$

Здесь $\Delta_{wi} \rho = \rho_w - \rho_i$, I_{wi} — удельная массовая энтальпия водно-ледяной смеси, $I_{wi0} = c_{pi} T_0$ — значение энтальпии, соответствующее переходу из чисто ледяной фазы в водно-ледяную смесь. Соответственно $I_{wi1} = I_{wi0} + H_{wi}$ — значение энтальпии при переходе из водно-ледяной смеси в жидкую воду, c_{pi} — теплоемкость льда при постоянном давлении, c_{pw} — теплоемкость воды при постоянном давлении, H_{wi} — скрытая теплота плавления.

Таким образом, система полностью расщеплена на блок уравнений переноса насыщенностей (1), (2) на фоне заданного поля скоростей (с преобладанием гиперболических свойств) и уравнение пьезопроводности (4), определяющее эволюцию термодинамических параметров флюидной гидратной модели в равновесии. Это позволяет создать эффективный прикладной численный алгоритм с матрицей системы разностных уравнений лишь для термодинамических переменных, обеспечивая возможность выполнения расчетов с крупным временным шагом с меньшим числом неизвестных.

Уравнение пьезопроводности в гидратно-равновесной зоне решается в энтальпийном виде, где искомой базовой переменной является удельная массовая энтальпия водно-ледяной смеси (I_{wi}), а другие термодинамические переменные (C_w, T, P) вычисляются через энтальпию. Далее производится вычисление насыщенностей в сатурационных блоках при фиксированных значениях термодинамических переменных.



3. Об одном примере разностной аппроксимации с применением адаптивной искусственной вязкости в задачах фильтрации. Из разностного представления уравнений (1) и (2) для баланса водной и газовой компонент системы следуют нижеприводимые разностные представления уравнений для растепленности и водонасыщенности в гидратно-равновесной зоне в узлах разностной сетки:

$$\hat{S}_\nu = S_\nu \left(1 + \frac{\bar{m}}{\hat{\psi}h} \right) - \frac{\bar{m}S_\nu}{\hat{\psi}h} \left(\frac{S_w \rho_{wi}}{\hat{\rho}_{wi}} + \frac{(1 - S_w)\rho_g}{\hat{\rho}_g} \right) + \frac{\tau}{\hat{\psi}h} \left(\frac{\text{DIN}[\rho_w \mathbf{V}_w]}{\hat{\rho}_{wi}} + \frac{\text{DIN}[\rho_g \mathbf{V}_g]}{\hat{\rho}_g} \right),$$

$$\hat{S}_\nu = S_w + F_c - \frac{\tau \text{DIN}[\rho_w \mathbf{V}_w]}{\hat{S}_\nu \hat{\rho}_{wi} \bar{m}},$$

где $F_c = (\rho_\nu \beta_w (\hat{S}_\nu - S_\nu) - S_w (\hat{S}_\nu \hat{\rho}_{wi} - S_\nu \rho_{wi})) / \hat{S}_\nu \hat{\rho}_{wi}$, $\bar{m} = mh$. Операция DIN является некоторой разностной аппроксимацией дифференциального аналога div, представленной, например, в [11]. Символом $\hat{\cdot}$ обозначаются сеточные функции на неявном шаге по времени, h и τ — соответственно пространственный и временной шаг.

Для подавления роста неустойчивости водонасыщенности S_w использована адаптивная вязкая добавка $-\nu \text{GRAD} S_w$ к переносу водонасыщенности со скоростью \mathbf{U} :

$$\hat{S}_\nu = S_w - \tau \text{DIN}[\mathbf{U} S_w - \nu \text{GRAD} S_w] + F_c,$$

$$\mathbf{U} = \frac{\rho_w \mathbf{V}_w}{S_w \hat{S}_\nu \hat{\rho}_{wi} \bar{m}}.$$

Операция GRAD является некоторой разностной аппроксимацией дифференциального аналога grad, представленной, например, в [11]. Искусственная вязкость ν бралась по аналогии с работой [6] как

$$\nu = \beta \frac{h^2}{\tau}, \quad \text{где } \text{Kг} \leq \beta \leq 0.5.$$

Здесь $\text{Kг} = \frac{1}{2} |\mathbf{U}| \frac{\tau}{h}$ является фильтрационным аналогом числа Куранта.

4. Технология программирования. В настоящей работе представлено программное обеспечение для моделирования флюидодинамических процессов с гидратными и водно-ледяными включениями с учетом адаптивной искусственной вязкости [12]. Данное программное обеспечение является обобщением работ по моделированию адаптивно-вязких процессов в идеальной газовой динамике [13], а также работ по многокомпонентному многофазному моделированию физических процессов при наличии в среде гидратов и водно-ледяной смеси [14].

Разработанное программное обеспечение представляет собой интерактивный инструмент, предназначенный для выполнения быстрых расчетов, состоящий из клиентской и серверной частей.

4.1. Архитектура разработанного программного обеспечения. В основе разработанного программного обеспечения лежит архитектура клиент–сервер, которая является ключевой моделью для информационных систем, обеспечивающей обмен данными и доступ к ресурсам через сетевые протоколы (например, HTTP). Сервер централизованно управляет ресурсами (базы данных, файловые системы и т.д.), в то время как клиенты предоставляют интерфейсы для запросов. Разнообразие устройств и операционных систем поддерживает кроссплатформенность, а централизованное управление ресурсами и доступом гарантирует безопасность и эффективное использование вычислительных мощностей. Это позволяет избежать дублирования кода и оптимизировать поддержку системы, делая архитектуру клиент–сервер надежной для разработки и эксплуатации сложных систем.

В проекте используются JavaScript, Node.js и Golang для реализации многофазной обработки данных и взаимодействия с пользователем. Архитектура сочетает в себе клиентскую и серверную логику с вычислительными процессами для обеспечения эффективного решения задач.

Клиентская часть реализована на JavaScript и используется для разработки интерфейса веб-страниц, позволяющего пользователям вводить начальные и граничные условия задач, определять физические параметры и интерактивно влиять на поведение алгоритма. Для визуализации результатов используется библиотека plotly.js. Приложение обладает функционалом для экспорта данных и графики, а также возможностью сохранения промежуточных расчетов.

В архитектуре серверной части используются три ключевых компонента. Первый и второй компоненты разработаны на языке Node.js и отвечают за обработку запросов от клиента, предварительную подготовку данных и их передачу в вычислительный модуль. Третий компонент — это вычислительный модуль, созданный на языке программирования Golang. Выбор Golang обусловлен его высокой производительностью в расчетах и встроенной поддержкой параллельной обработки данных. Это позволяет эффективно реализовывать сложные алгоритмы и гарантировать быструю обработку результатов. Система уравнений решается в вычислительном блоке, после чего результаты передаются на первый и второй компоненты и далее к пользователю.

Представленная архитектура была выбрана из-за ее гибкости и способности эффективно решать специфические задачи. Использование JavaScript на клиенте упрощает разработку интерактивных интерфейсов и обеспечивает гладкое взаимодействие пользователя с системой. Node.js был выбран для серверной стороны из-за его асинхронной природы, что позволяет обрабатывать большой объем запросов эффективно, а язык Golang — для математических вычислений за его производительность и способность к быстрому решению комплексных задач. В целом, совместное использование этих технологий позволяет создать мощную и масштабируемую систему, способную выдерживать высокие нагрузки и обеспечивать пользователей точными результатами расчетов в реальном времени.

4.2. Обоснование выбора языка Golang для реализации вычислительного блока. В ранних работах [13, 14] ядро вычислительного алгоритма было реализовано на языке JavaScript. Для ускорения и оптимизации вычислительного процесса в данной работе был использован высокоэффективный язык программирования Golang. Рассмотрим основные аспекты сравнения этих языков.

Язык Golang является статически типизированным и компилируемым, используется для повышения производительности, особенно в математических и системных задачах. Язык JavaScript, будучи динамическим и интерпретируемым, выделяется своей гибкостью и удобством для быстрой разработки клиентских решений.

В сравнении ключевых аспектов производительности, Golang выделяется скоростью выполнения и доступом к системным ресурсам благодаря своей компиляции, а также улучшенной поддержкой параллелизма, тогда как JavaScript предлагает гибкость в разработке с более комплексными механизмами оптимизации во время выполнения программы.

Точно указать, насколько Golang быстрее JavaScript при выполнении одного и того же кода, сложно без конкретных benchmark-тестов, так как разница в скорости выполнения будет зависеть от множества факторов, включая тип операций, спецификации оборудования и оптимизации компилятора. Golang может быть быстрее JavaScript от нескольких раз до порядка в зависимости от задачи и контекста. Например, в работе [15] предлагается 10 разных benchmark-тестов для разных задач со сравнением их скорости. Результаты данного сравнения подчеркивают значительные различия в производительности и эффективности использования ресурсов между двумя языками программирования Golang и JavaScript при решении задач данного класса.

4.3. Схема работы программного обеспечения. Схема разработанного программного обеспечения HYDRATE_ADAPT_VISCOS_1D [12] в технологии клиент–сервер представлена на рис. 1.

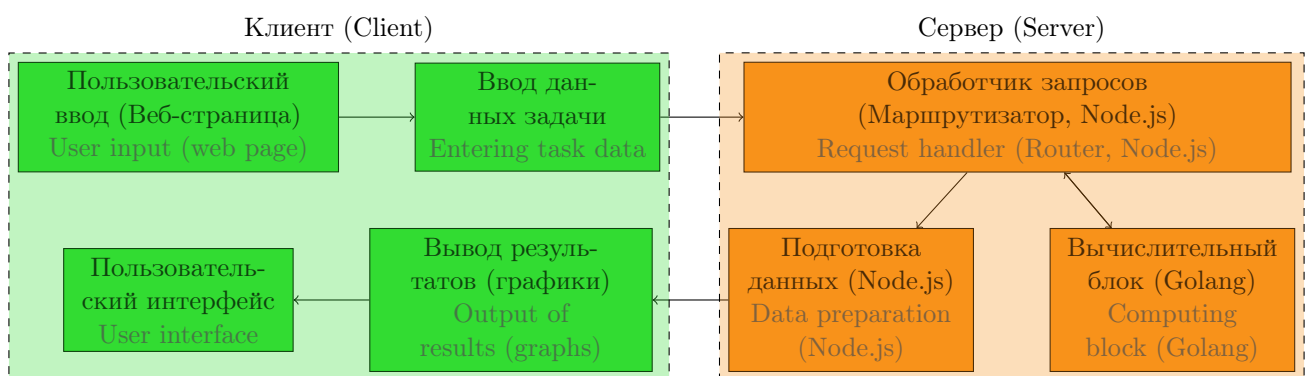


Рис. 1. Схема работы программного обеспечения HYDRATE_ADAPT_VISCOS_1D
 Fig. 1. Diagram of HYDRATE_ADAPT_VISCOS_1D software operation



В клиентской части приложения реализованы четыре основных компонента.

1. Пользовательский ввод (веб-страница). На этом этапе устанавливаются ключевые параметры, такие как:

- параметры задачи: координаты, время расчета, количество шагов, максимальное и минимальное число итераций, активация АИВ и др.;
- граничные условия: водно-ледяная смесь, температура, давление, сатурация;
- начальные условия: энтальпия, давление, температура и др.;
- физические условия: пористость, плотности гидрата и воды, вязкость и др.;
- источники: объемные источники воды, газа и энергии;
- точность: абсолютные и относительные погрешности по искомым параметрам;
- расчеты: хранение всех сохраненных расчетов для возможности их последующей загрузки и продолжения.

2. Ввод данных задачи: запуск нового расчета или продолжение предыдущего до указанного момента времени.

3. Вывод результатов (графики): обработка данных, полученных от сервера, включая визуализацию результатов с помощью специализированных библиотек для построения графиков.

4. Пользовательский интерфейс: веб-страница, на которой отображаются все графики, с возможностью их экспорта, сохранения и выполнения анализа с использованием интерактивных возможностей.

В серверной части выделяются три ключевых компонента.

1. Обработчик запросов: подготовка данных для расчета, их сохранение и функции для работы с базой данных, а также обеспечение безопасности через систему авторизации и аутентификации.

2. Вычислительный блок: выполнение вычислительных алгоритмов и расчетов.

3. Подготовка данных: обработка данных после их вычисления для последующей отправки на клиентскую часть, включая настройки для визуализации результатов.

Вычислительный блок, реализующий систему базовых уравнений модели (1), (2), (4), представлен в виде блок-схемы, которая показана на рис. 2.

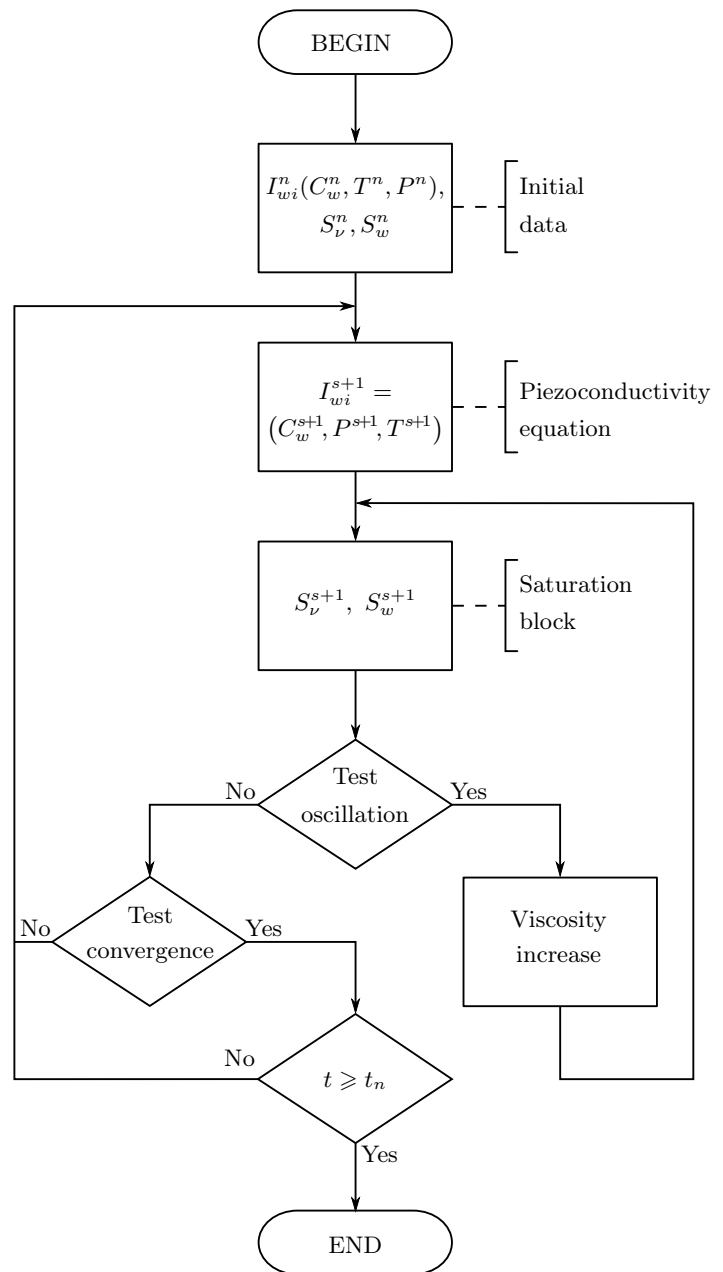


Рис. 2. Блок-схема программы для решения системы базовых уравнений модели

Fig. 2. Program chart for solving the system of basic equations of the model

5. Численные расчеты. Рассматривается одномерная горизонтальная задача в гидратно-равновесной зоне без гравитации в декартовых координатах $x \in [0, L]$, L — длина расчетной области, при температуре $T = 0^\circ\text{C}$ и $T > 0^\circ\text{C}$.

Параметры выбираются из условий существования гидратов метана. Предполагается, что первоначально поровое пространство однородно заполнено водой, газом и газовым гидратом. Таким образом, в начальный момент времени имеем:

$$S_w(x, t = 0) = S_w^* = 0.6,$$

$$S_v(x, t = 0) = S_v^* = 0.5,$$

$$I_{wi}(x, t = 0) = I_{wi}^0 = \begin{cases} 800 \text{ кДж/кг}, & 0.4 \leq x \leq 0.6, \\ 900 \text{ кДж/кг}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Эта задача предполагает гидратно-равновесную зону при температуре $T = 0^\circ\text{C}$ и $T > 0^\circ\text{C}$ (рис. 3).

Граничные условия задаются непротекаемыми.

Для расчета были выбраны значения физических и механических параметров, характерные для газогидратных задач [11].

На рис. 4–6 приведены результаты численных расчетов динамической стадии процесса. Расчеты представлены в моменты времени 1, 10 и 100 с, с пространственным шагом $h = 0.01$ м и временным шагом $\tau = 0.001$ с. На графиках видим, что в водно-ледяной зоне $x \in [0.4, 0.6]$ (где $T = 0^\circ\text{C}$) со временем объем водно-ледяной смеси C_w возрастает до единицы (лед тает), что энергетически компенсируется дополнительным намерзанием гидрата. Вне зоны $x \in [0.4, 0.6]$ происходит незначительное дополнительное разложение гидрата по сравнению с начальным состоянием.

Проведено исследование роста неустойчивости, возникающей в разностной схеме при аппроксимации водонасыщенности вниз по потоку, а растеplенности вверх по потоку. При этом применена адаптивная искусственная вязкость, подавляющая эту неустойчивость в значениях водонасыщенности при выборе коэффициента вязкости ($\nu = 0.003 \cdot \text{Кг}$). Результаты расчетов представлены на рис. 7.

На рис. 7 показана область распределения водонасыщенностей для момента времени $t = 1$ с, где возникает неустойчивость. Зеленая линия представляет результаты расчета водонасыщенности с исполь-

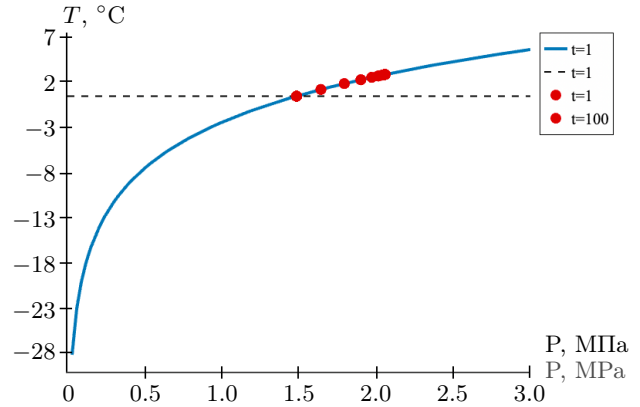


Рис. 3. Зависимость температуры от давления. Синяя линия — гидратно-равновесная зона, пунктирная линия — зона перехода вода–лед, красные точки — исследуемая область задачи для моментов времени 1, 100 с

Fig. 3. Dependence of temperature on pressure. The blue line is the hydration-equilibrium zone, the dotted line is the water–ice transition zone, the red dots are the studied region of the problem for time points 1, 100 s

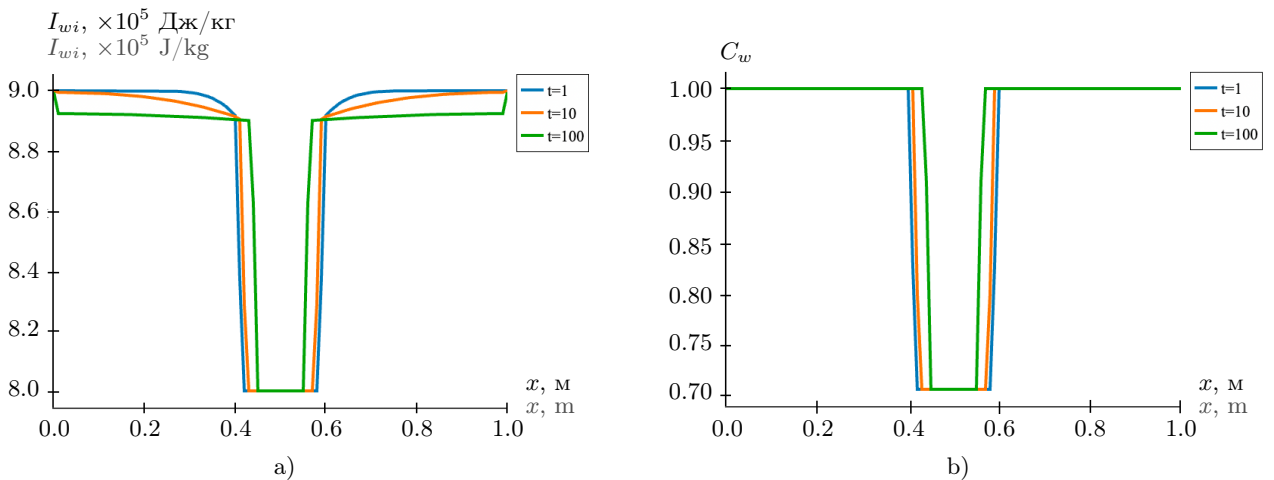


Рис. 4. Распределение в моменты времени 1, 10 и 100 с: а) энтальпии I_{wi} ; б) объема водно-ледяной смеси C_w
 Fig. 4. Distribution at time points 1, 10 and 100 s: a) of enthalpy I_{wi} ; б) of volume fraction C_w of water-ice mixture

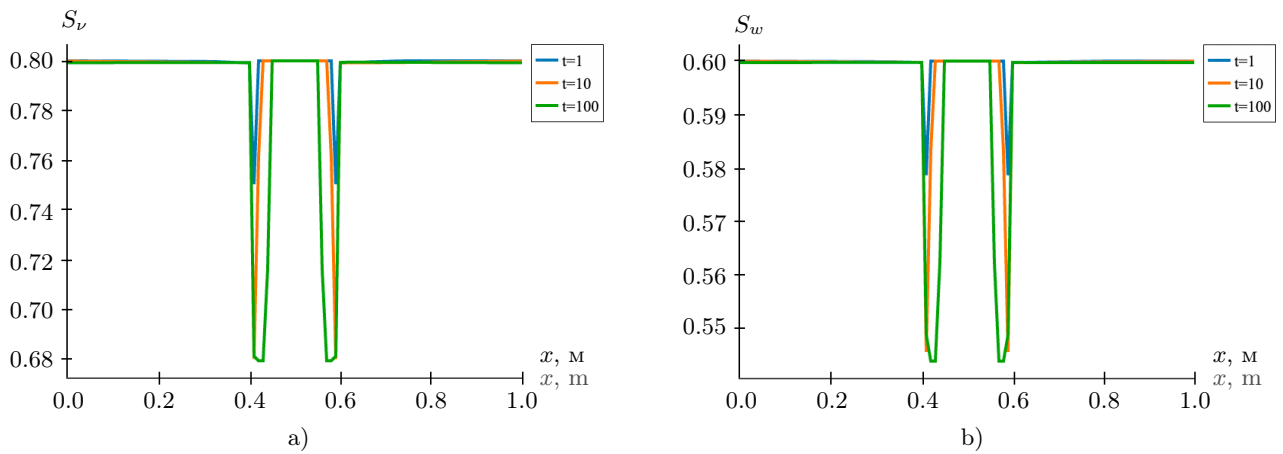


Рис. 5. Распределение в моменты времени 1, 10 и 100 с: а) растепленности S_v ; б) водонасыщенности S_w
 Fig. 5. Distribution at time points 1, 10 and 100 s: a) of thawing S_v ; b) of water saturation S_w

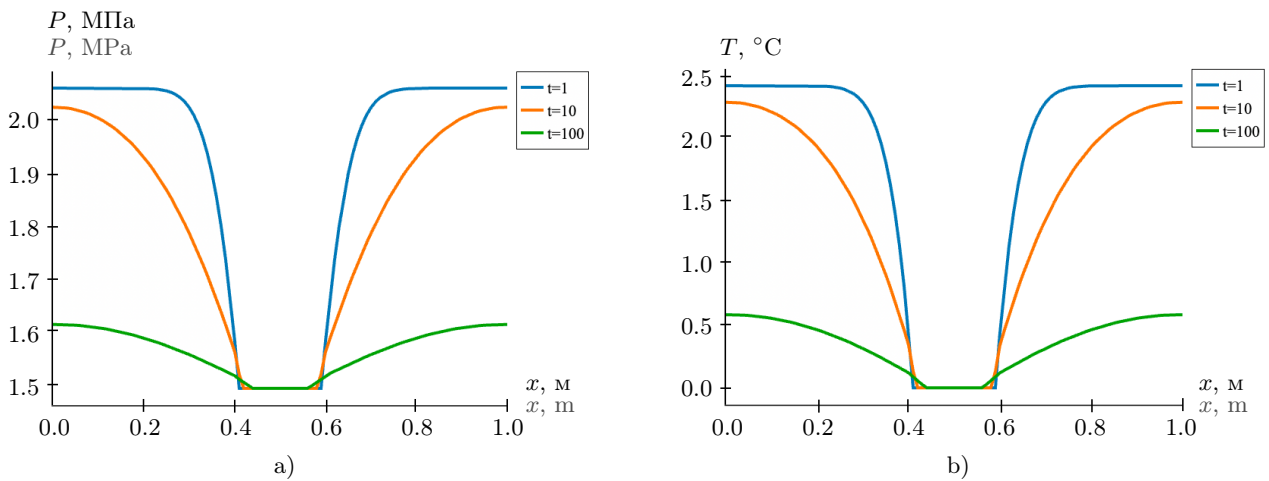


Рис. 6. Распределение в моменты времени 1, 10 и 100 с: а) давления P ; б) температуры T
 Fig. 6. Distribution at time points 1, 10 and 100 s: a) of pressure P ; b) of temperature T

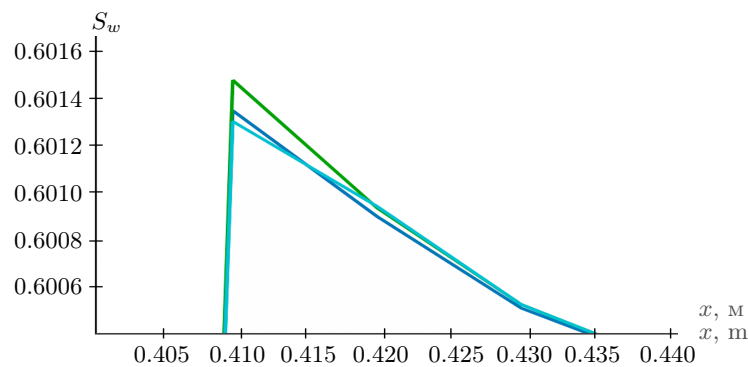


Рис. 7. Распределение водонасыщенностей S_w . Зеленым цветом показан расчет с использованием “испорченной” схемы (аппроксимация водонасыщенности в относительных проницаемостях вниз по потоку, а растепленности — в абсолютной проницаемости вверх по потоку), синим цветом — корректной схемы (соответственно наоборот), голубым цветом — с адаптивной искусственной вязкостью

Fig. 7. Distribution of water saturations S_w . Green color line demonstrates the results of calculation using a “spoiled” scheme (approximation of water saturation in the relative permeabilities downwind, and thawing — in the absolute permeability upwind), dark blue color corresponds to the correct scheme (respectively, vice versa), blue color — with the adaptive artificial viscosity

зованием схемы, вызывающей нарастание неустойчивости со временем. Условно будем называть эту схему “испорченной” и понимать под ней, что аппроксимации водонасыщенностей в относительных проницаемостях берутся вниз по потоку, а растепленности в абсолютной проницаемости — вверх по потоку. Синяя линия отображает результаты расчета водонасыщенности с применением корректной схемы, исключаящей неустойчивость. Под корректной схемой будем подразумевать обратную ситуацию, когда водонасыщенности аппроксимируются вверх по потоку, а растепленности — вниз. В свою очередь, голубая линия демонстрирует расчеты с адаптивной искусственной вязкостью, эффективно устраняющей выявленную неустойчивость. Как следует из рис. 7, использование адаптивной искусственной вязкости в расчетах позволяет эффективно устранить возникающие вычислительные неустойчивости.

При разработке разностных схем с применением аппроксимации второго порядка по пространству в отношении насыщенности наблюдается нарушение принципа максимума, которое происходит как при рассмотрении потока вверх, так и вниз по течению. Внедрение адаптивной искусственной вязкости предлагается в качестве метода контроля над возникающими в связи с этим неустойчивостями.

6. Заключение. Исследована многофазная многокомпонентная модель термодинамически равновесной фильтрации, включающая твердофазные элементы из газовых гидратов и водно-ледяной смеси. Основное внимание уделено разработке численного подхода для конструирования двухслойных разностных схем с адаптивной искусственной вязкостью. Такие схемы применяются в задачах фильтрационной флюидодинамики при наличии процессов гидрато- и льдообразования в промерзающих и мерзлых породах. Представлены вычислительные алгоритмы для моделирования процессов фильтрационного тепло- и массообмена при многофазных расчетах (гидратной, водно-ледяной и газовой смеси) с автоматическим изменением ее фазового состава. Новизна алгоритмов заключается в адаптивной регуляризации для сглаживания осцилляций разностного происхождения. Программное обеспечение, реализованное на языках программирования JavaScript (для клиентской части) и Golang в комбинации с Node.js (для серверной части), функционирует в рамках клиент–серверной архитектуры, что обеспечивает удобство его применения. Проведена серия расчетных экспериментов, которая демонстрирует высокую эффективность предложенных вычислительных алгоритмов. Разработанное программное обеспечение предоставляет значительные возможности для анализа и моделирования естественных и технологических процессов, в особенности в области добычи углеводородов и управления подземными ресурсами. В целом, предложенное решение открывает новые перспективы для исследований в области теплообмена и фильтрационных процессов, предоставляя мощный инструментарий для научного и инженерного сообщества.

Список литературы

1. Makogon Yu.F. Natural gas hydrates. Tulsa: PennWell, 1997.
2. Sloan E.D. Clathrate hydrates of natural gases. New York.: Marcel Dekker, 1990.
3. Ершов Э.Д., Лебедев Ю.П., Чувилин Е.М., Истомин В.А., Якушев В.С. Особенности существования газовых гидратов в криолитозоне // Докл. АН СССР. 1991. **321**, № 4. 788–791.
4. Рагимли О.Р., Повещенко Ю.А., Подрыга В.О. Об одной задаче невариантного равновесия фазовой льдисто-гидратной трансформации // Математическое моделирование. 2023. **35**, № 12. 113–126. doi 10.20948/mm-2023-12-08.
5. Повещенко Ю.А., Казакевич Г.И. Математическое моделирование газогидратных процессов // Математические машины и системы. 2011. **3**. 105–110.
6. Рагимли О.Р., Повещенко Ю.А., Попов С.Б. Двухслойные одномерные полностью консервативные разностные схемы газовой динамики с адаптивной регуляризацией // Математическое моделирование. 2022. **34**, № 3. 26–42. doi 10.20948/mm-2022-03-02.
7. Haverbeke M. Eloquent JavaScript: a modern introduction to programming. San Francisco: No Starch Press, 2011.
8. Go programming language (introduction). <https://www.geeksforgeeks.org/go-programming-language-introduction/>. (Дата обращения: 23 апреля 2024).
9. Cantelon M., Harter M., Holowaychuk T.J., Rajlich N. Node.js in Action. New York: Manning Publ., 2013.
10. Дегтярев Б.В., Бухгалтер Э.Б. Борьба с гидратами при эксплуатации газовых скважин в северных районах. М.: Недра, 1976.



11. Рагимли П.И., Повещенко Ю.А., Подрыга В.О., Рагимли О.Р., Попов С.Б. Моделирование процессов совместной фильтрации в талой зоне и пьезопрободной среде с газогидратными включениями // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 40. doi 10.20948/prepr-2018-40.
12. Рагимли О.Р., Рагимли П.И., Повещенко Ю.А., Подрыга В.О. Программное обеспечение для моделирования флюидодинамических процессов с гидратными и водно-ледяными включениями с учетом адаптивной искусственной вязкости HYDRATE_ADAPT_VISCOS_1D, версия 1 // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2024613628 от 14.02.2024.
13. Рагимли О.Р., Рагимли П.И., Повещенко Ю.А., Подрыга В.О. Программное обеспечение для численного моделирования интегрально согласованных газодинамических процессов с учетом адаптивной искусственной вязкости ADAPT_VISCOS_1D, версия 1 // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2022613628 от 14.03.2022.
14. Рагимли О.Р., Рагимли П.И., Повещенко Ю.А., Подрыга В.О. Программное обеспечение для численного моделирования связанных флюидодинамических процессов в коллекторе с газогидратными включениями с учетом ледяной смеси HYDRAT1D_ICE1D, версия 1 // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2022613630 от 14.03.2022.
15. The Computer Language Benchmarks Game. <https://sschakraborty.github.io/benchmark/go-node.html>. (Дата обращения: 23 апреля 2024).

Поступила в редакцию
 17 марта 2024 г.

Принята к публикации
 5 апреля 2024 г.

Информация об авторе

Орган Рагим оглы Рагимли — программист; Институт прикладной математики имени М. В. Келдыша РАН (ИПМ РАН), Миусская пл., 4, 125047, Москва, Российская Федерация.

References

1. Yu. F. Makogon, *Natural Gas Hydrates* (PennWell, Tulsa, 1997).
2. E. D. Sloan, *Clathrate Hydrates of Natural Gases* (Marcel Dekker, New York, 1990).
3. E. D. Ershov, Yu. P. Lebedenko, E. M. Chuvilin, et al., “Peculiarities of Gas Hydrate Existence in the Permafrost Zone,” *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **321** (4), 788–791 (1991).
4. O. R. Rahimly, Yu. A. Poveshchenko, and V. O. Podryga, “On a Problem of Nonvariant Equilibrium of Phase Ice-Hydrate Transformation,” *Mat. Model.* **35** (12), 113–126 (2023).
5. Yu. A. Poveshchenko and G. I. Kazakevich, “Mathematical Modeling of Gas Hydrate Processes,” *Mat. Mash. Syst.* **3**, 105–110 (2011).
6. O. R. Rahimly, Yu. A. Poveshchenko, and S. B. Popov, “Two-Layer 1D Completely Conservative Difference Schemes of Gas Dynamics with Adaptive Regularization,” *Mat. Model.* **34** (3), 26–42 (2022) [*Math. Models Comput. Simul.* **14** (5), 771–782 (2022)]. doi 10.1134/S2070048222050118.
7. M. Haverbeke, *Eloquent JavaScript: A Modern Introduction to Programming* (No Starch Press, San Francisco, 2011).
8. Go Programming Language (Introduction). <https://www.geeksforgeeks.org/go-programming-language-introduction/>. Cited April 23, 2024.
9. M. Cantelon, M. Harter, T. J. Holowaychuk, and N. Rajlich, *Node.js in Action* (Manning Publ., New York, 2013).
10. B. V. Degtyarev and E. B. Bukhgalter, *Fighting Against Hydrates During the Operation of Gas Wells in the Northern Regions* (Nedra, Moscow, 1976) [in Russian].
11. P. I. Rahimly, Yu. A. Poveshchenko, V. O. Podryga, et al., *Modeling the Processes of Joint Filtration in Melted Zone and Piezoconductive Medium with Gas Hydrate Inclusions*, Preprint No. 40 (Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, 2018) [in Russian]. doi 10.20948/prepr-2018-40.
12. O. R. Rahimly, P. I. Rahimly, Yu. A. Poveshchenko, and V. O. Podryga, *Software for Modeling Fluid Dynamic Processes with Hydrate and Water-Ice Inclusions Taking into Account Adaptive Artificial Viscosity HYDRATE_ADAPT_VISCOS_1D, Version 1*, Computer Program Registration Certificate Ru No. 2024613628. Date of Registration February 14, 2024.



13. O. R. Rahimly, P. I. Rahimly, Yu. A. Poveschenko, and V. O. Podryga, *Software for Numerical Modeling of Integrally Consistent Gas-Dynamic Processes Taking into Account Adaptive Artificial Viscosity ADAPT_VISCOS_1D, Version 1*, Computer Program Registration Certificate Ru No. 2022613628. Date of Registration, March 14, 2022.
14. O. R. Rahimly, P. I. Rahimly, Yu. A. Poveschenko, and V. O. Podryga, *Software for Numerical Modeling of Associated Fluid Dynamic Processes in a Reservoir with Gas Hydrate Inclusions Taking into Account the Ice Mixture HYDRAT1D_ICE1D, Version 1*, Computer Program Registration Certificate Ru No. 2022613630. Date of Registration, March 14, 2022.
15. The Computer Language Benchmarks Game. <https://sschakraborty.github.io/benchmark/go-node.html>. Cited April 23, 2024.

Received
March 17, 2024

Accepted for publication
April 5, 2024

Information about the author

Orkhan R. Rahimly — programmer; Keldysh Institute of Applied Mathematics (RAS), Miuskaya ploshchad', 4, 125047, Moscow, Russia.