

Расчет дифракционной эффективности в задаче проектирования многоуровневых дифракционных решеток

Е. В. Гусарова

Пензенский государственный университет, Пенза, Российская Федерация
ORCID: 0009-0000-1829-3276, e-mail: gusarova.gu@yandex.ru

В. Ю. Мартынова

Пензенский государственный университет, Пенза, Российская Федерация
ORCID: 0000-0002-9098-8600, e-mail: lynxbax@mail.ru

М. Ю. Медведик

Пензенский государственный университет, Пенза, Российская Федерация
ORCID: 0000-0003-4066-1818, e-mail: _medv@mail.ru

Аннотация: Процесс моделирования дифракционных решеток актуален в связи с необходимостью их применения в задачах термоядерного синтеза. Возможность моделировать дифракционные решетки с более высокой дифракционной эффективностью позволяет увеличить мощность излучения лазерных установок. Для этих целей используется спектральное сложение пучков. При расчете дифракционной эффективности применяются методы математической физики и методы математического моделирования, а также численные методы. Представлены численные расчеты дифракционной эффективности для различных видов дифракционных решеток, полученные с использованием оригинального метода перемены знака. Проведено сравнение расчетов дифракционной эффективности для дифракционных решеток с одним и тремя порошками в периоде. Рассмотренные численные примеры моделирования решеток с более сложной конфигурацией демонстрируют преимущества предложенной модели расчета дифракционной эффективности по сравнению с предшествующими алгоритмами.

Ключевые слова: дифракционная решетка, уравнения Максвелла, уравнение Гельмгольца, собственные значения, численный метод, метод разделения переменных.

Благодарности: Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания на проведение НИР № 124041700069–0.

Для цитирования: Гусарова Е.В., Мартынова В.Ю., Медведик М.Ю. Расчет дифракционной эффективности в задаче проектирования многоуровневых дифракционных решеток // Вычислительные методы и программирование. 2024. 25, № 3. 336–346. doi 10.26089/NumMet.v25r326.



Calculation of diffraction efficiency in the problem of designing multilevel diffraction gratings

Elena V. Gusarova

Penza State University, Penza, Russia

ORCID: 0009-0000-1829-3276, e-mail: gusarova.gu@yandex.ru

Valeria Yu. Martynova

Penza State University, Penza, Russia

ORCID: 0000-0002-9098-8600, e-mail: lynxbax@mail.ru

Mikhail Yu. Medvedik

Penza State University, Penza, Russia

ORCID: 0000-0003-4066-1818, e-mail: _medv@mail.ru

Abstract: The process of modelling diffraction gratings is an actual problem due to the great need for their use for the needs of thermonuclear fusion. It is necessary to model diffraction gratings with higher diffraction efficiency for solving such problems. It allows us to increase the radiation power of laser installations. The spectral beam combining is applied to achieve these goals. We use various numerical methods and mathematical modelling to solve these problems. Numerical examples demonstrate the possibility of modeling more complex diffraction grating configurations than previous algorithms allowed. A comparison is made of diffraction efficiency calculations for diffraction gratings with one and three thresholds per period. The results of comparison of calculations showed the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: diffraction grating, Maxwell's equations, Helmholtz equation, eigenvalues, numerical method, variable separation method.

Acknowledgements: The work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, state assignment for research No 124041700069–0.

For citation: E. V. Gusarova, V. Yu. Martynova and M. Yu. Medvedik, “Calculation of diffraction efficiency in the problem of designing multilevel diffraction gratings,” *Numerical Methods and Programming*, 25 (3), 336–346 (2024). doi 10.26089/NumMet.v25r326.

1. Введение. В статье развивается метод расчета эффективности многоуровневых периодических дифракционных решеток на основе численного моделирования, который может быть использован при построении решеток с высокой дифракционной эффективностью. Дифракционная решетка представляет собой большое число щелей, нанесенных на некоторую поверхность, которая может быть однослойной или многослойной. Дифракционные решетки создают с использованием различных материалов, например таких как диоксид кремния и диоксид гафния [1], чередующихся между собой. Толщина слоя может быть разной. В основе многослойной дифракционной решетки лежит комбинация тонкопленочных оптических покрытий. Комбинация дифракционной решетки и многослойных оптических покрытий позволяет увеличить мощность излучения и дифракционную эффективность [2]. Спектральное сложение пучков в настоящее время считается одним из наиболее эффективных методов увеличения мощности лазерного излучения [1, 3, 4]. Ярким примером использования дифракционной решетки является система лазерной накачки для установки термоядерного синтеза в Lawrence Livermore National Laboratory в США.

Здесь и далее будет идти речь о так называемых волоконных лазерах, важнейшей задачей для которых является увеличение мощности излучения. Для этой цели используется наложение пучков с различными длинами волн. Данный способ удобно реализуем и сохраняет высокое качество выходных

параметров пучка. Основным элементом для реализации данного подхода на практике является дифракционная решетка.

В тех случаях, когда дифракционная эффективность рассматриваемой дифракционной решетки низкая, имеет смысл рассмотреть более сложную конструкцию дифракционной решетки с большим числом слоев. В этом случае вероятность повреждения решетки лазером снижается. Поэтому возникает потребность в разработке новых эффективных методов моделирования, которые могут быть использованы при решении задачи оптимизации дифракционной эффективности.

Рассмотрим многослойную дифракционную решетку, представленную на рис. 1.

Опишем процессы, происходящие в дифракционной решетке. Лучи лазеров с различными длинами волн воздействуют на дифракционную решетку. Пучки, падающие на дифракционную решетку, имеют различные углы падения и длины волн. Справедлива следующая формула:

$$\varphi = \arcsin \left(\frac{\lambda}{T} - \sin \theta \right). \quad (1)$$

Здесь θ — заданный угол направления, λ — длина волны, T — период решетки. После отражения от дифракционной решетки волны распространяются в одном и том же направлении в соответствии с дифракционным порядком.

Подбор параметров дифракционной решетки осуществляется средствами математического моделирования с использованием метода перемены знака [5, 6], разработанного авторами. Требуется обеспечить высокую дифракционную эффективность, т.е. высокий коэффициент отражения в соответствующем дифракционном порядке [7]. Также необходимо, чтобы решетка имела высокую устойчивость к воздействию лазерного излучения. Для этих целей применяется многослойность решеток.

2. Постановка задачи дифракции волны. Будем рассматривать дифракционную решетку, которая состоит из J слоев [8]. Различные толщины этих слоев задаются параметрами d_0, d_1, \dots, d_J . Описанную конструкцию назовем отражающим покрытием. У дифракционной решетки есть верхний слой, который называется ее гребнем. Гребень состоит из порожков и промежутков, у них также различные толщины. Ширина порожков определяется величинами a_m, a_{m+1} , где a_m и a_{m+1} — начальная и конечная точки, определяющие расположения порожка на отражающем покрытии. Решетка обладает периодической структурой с периодом $T > 0$, а высота гребня решетки равна $h > 0$.

На решетку падает плоская монохроматическая электромагнитная волна $\mathbf{E}^0 \mathbf{H}^0$, которая определяется второй компонентой электрического поля $E_2^0(x, y)$ (ТЕ-волна) (рис. 1).

Будем искать полное электромагнитное поле \mathbf{E}, \mathbf{H} из системы уравнений Максвелла вне поверхности решетки

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -i\mu_0 \mathbf{H}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = i\omega \varepsilon_0 \varepsilon(x) \mathbf{E}, \quad (2)$$

удовлетворяющее условию квазипериодичности Флоке [9]

$$\mathbf{E}(x) = \mathbf{E}(x + T) \exp(ik_0 n_0 T \sin \varphi), \quad (3)$$

условию непрерывности касательных компонент на границе раздела двух сред

$$[\mathbf{E}]_\tau = [\mathbf{H}]_\tau = 0, \quad (4)$$

условию непрерывности на поверхности решетки, за исключением краев заземления и на границах раздела между слоями, условию излучения на бесконечности [10, 11] и условию конечности энергии в каждой

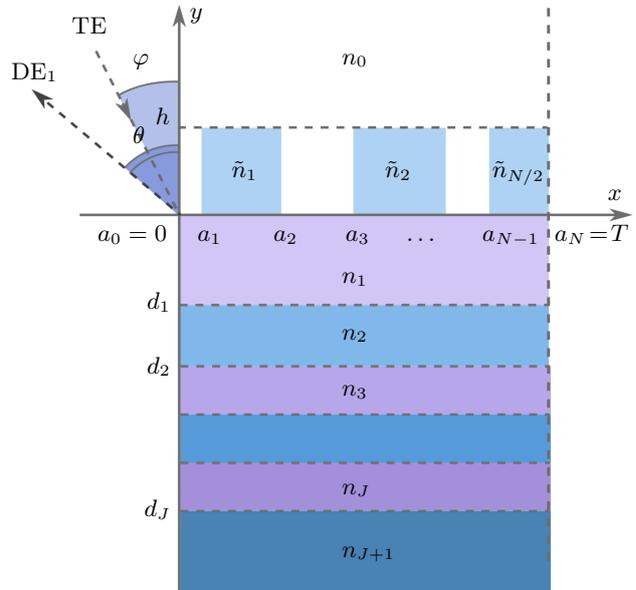


Рис. 1. Структура дифракционной решетки

Fig. 1. Diffraction grating structure



ограниченной пространственной области. Помимо этого, будет рассматриваться задача определения значения дифракционной эффективности основных порядков дифракции [12, 13].

Будем предполагать, что продольная составляющая электрического поля $E_2^0(x, y)$, действующего на дифракционную решетку, определяется функцией $u_0(x, y)$, где

$$u_0 = \exp(-ik_0 n_0 (x \sin \varphi - (y - h) \cos \varphi)). \quad (5)$$

В формуле (5) индекс преломления свободного пространства обозначен n_0 , а волновое число свободного пространства равно $k_0 = 2\pi/\lambda$. Далее рассмотрим показатель преломления $n(x, y)$, вне решетки равный n_0 , а в ее порах равный \tilde{n}_m , где $m = \overline{1, N/2}$. При $y < 0$ в слое j многослойной диэлектрической структуры $n(x, y) = n_j$, где $j = \overline{1, J}$, J — количество слоев (рис. 1).

В случае ТЕ-поляризации все составляющие электромагнитного поля выражаются через одну компоненту поля E_2 , которая будет обозначаться через $u(x, y)$. Поставленная задача (2)–(4) сводится к уравнению Гельмгольца

$$(\Delta + k_0^2 n^2(x, y)) u(x, y) = 0, \quad (6)$$

в котором требуется найти продольную составляющую $u(x, y)$ полного электрического поля, удовлетворяющего условию квазипериодичности Флоке [7]

$$u(x, y) = u(x + T, y) \exp(ik_0 n_0 T \sin \varphi). \quad (7)$$

Согласно методу плоских волн [12, 14] представим компоненту полного электрического поля, не равную нулю, в виде

$$\begin{aligned} u^{(0)}(x, y) &= u_0(x, y) + \sum_{l=-\infty}^{+\infty} r_l z_l(x) \exp(-ik_{0,yl}(y - h)), & y > h, \\ u^{(j)}(x, y) &= \sum_{l=-\infty}^{+\infty} z_l(x) \left(p_l^{(j)} \exp(ik_{j,yl}(y - d_j)) + q_l^{(j)} \exp(-ik_{j,yl}(y - d_j)) \right), & d_j < y < d_{j-1}, \\ u^{(J+1)}(x, y) &= \sum_{l=-\infty}^{+\infty} t_l z_l(x) \exp(ik_{J+1,yl}(y)), & y < d_J, \end{aligned}$$

где $z_l(x) := \exp(-i(k_0 n_0 \sin \varphi - \frac{2\pi l}{T})x)$, $j = \overline{1, J}$, $p_l^{(J+1)} \equiv t_l$, $q_l^{(J+1)} \equiv 0$, $d_0 = 0$. Выразим амплитудные коэффициенты $p_l^{(j)}$ и $q_l^{(j)}$ через t_l , а коэффициенты r_l и t_l через коэффициенты отражения и прохождения l -х мод и определим величины $k_{xl}, k_{j,yl}$ по формулам

$$\begin{aligned} k_{xl} &= k_0 n_0 \sin \varphi - \frac{2\pi l}{T}, \\ k_{j,yl} &= \begin{cases} \sqrt{k_0^2 n_j^2 - k_{xl}^2}, & k_0 n_j > |k_{xl}|, \\ -i\sqrt{k_{xl}^2 - k_0^2 n_j^2}, & k_0 n_j < |k_{xl}|, \end{cases} \quad 0 \leq j \leq J + 1. \end{aligned}$$

Будем рассматривать прямоугольники $\Pi_m = (a_m, a_{m+1}) \times (0, h)$, $m = 0, 1, \dots, N - 1$, где $a_0 = 0$, $a_N = T$. В прямоугольниках Π_m волновые числа принимают различные значения, а именно: $k_{2m} = k_0 n_0$, $k_{2m+1} = k_0 n_m$, $m = \overline{0, N/2 - 1}$. В решетках длина шага $a_{m+1} - a_m$ непостоянна, т.е. будем рассматривать неравномерные решетки.

3. Нахождение собственных значений. Поставленную задачу будем решать с помощью модифицированного метода разделения переменных [15, 16], а решение задачи в прямоугольниках Π_m будем искать в виде рядов

$$u(x, y) = \sum_{l=0}^{+\infty} X_l(x) Y_l(y). \quad (8)$$

Далее будем учитывать, что функция $u(x, y)$ удовлетворяет уравнению (6) в каждом прямоугольнике, а также условиям сопряжения на границах прямоугольников $x = a_m$ и условию квазипериодичности.

Используя метод разделения переменных [15, 16], получим представление функции Y_l в виде суммы падающего и отраженного полей с неизвестными коэффициентами $b_l^{(1)}$ и $b_l^{(2)}$:

$$Y_l(y) = b_l^{(1)} \exp\left(i\sqrt{\lambda_l}y\right) + b_l^{(2)} \exp\left(-i\sqrt{\lambda_l}(y-h)\right).$$

Функции X_l являются решениями следующих задач на собственные значения:

$$\begin{aligned} \frac{X_l''}{X_l} + \kappa^2(x) &= \lambda_l, \quad \kappa^2(x) = \kappa_m^2, \quad x \in (a_m, a_{m+1}), \quad m = 0, 1, \dots, N-2, \\ X_l(0) &= AX_l(T), \quad X_l'(0) = AX_l'(T), \quad [X_l] = [X_l'] = 0. \end{aligned} \tag{9}$$

Здесь $A = \exp(ik_0n_0T \sin \varphi)$ — константа, входящая в условие квазипериодичности (7). В работе [8] описанная задача на собственные значения сведена к решению уравнения

$$\det(I - QS_{N-2} \dots S_0) = 0, \tag{10}$$

где I — единичная матрица порядка 2, $Q, S_m, m = 0, 1, \dots, N-2$ — матрицы порядка 2.

Постоянные $c_{m,l}, d_{m,l}$ в работе [8] определяются по формуле

$$(c_{m,l}, d_{m,l})^T = S_{m-1}(c_{m-1,l}, d_{m-1,l})^T,$$

где $m = 1, 2, \dots, N-1, (c_{0,l}, d_{0,l})^T$ — нетривиальное решение системы

$$(c_{0,l}, d_{0,l})^T = QS_{N-2} \dots S_0(c_{0,l}, d_{0,l})^T$$

при найденном из уравнения (10) собственном значении $\lambda = \lambda_l$ и, например, при $c_{0,l} = 1$.

Далее определим собственные значения λ_l уравнения (10) с помощью метода перемены знака [5, 6]. Данный метод был применен к рассматриваемой задаче в связи со значительным увеличением вычислительной сложности при расчете многопорожковой структуры. Этот метод позволяет найти все корни нелинейного уравнения на промежутке, в отличие от других методов нахождения корней. Его основная идея заключается в том, что метод перемены знака применяется для решения на интервале (a, b) уравнения вида $f(\lambda) = 0$.

Для нахождения корней рассматриваемого уравнения разделим интервал (a, b) на достаточно большое количество частей. Таким образом, будем считать, что на каждом из интервалов (a_n, b_n) существует не более одного корня. Отслеживая изменение знака функции на каждом из интервалов, т.е. проверяя неравенство $f(a_n) \cdot f(b_n) < 0$, можно приближенно определить значения корней рассматриваемого уравнения.

Чем меньше значение длины промежутка (a_n, b_n) , тем точнее будут найдены корни λ_l .

Метод перемены знака, предложенный в [5, 6], можно использовать для решения систем нелинейных алгебраических уравнений. Данный метод также может применяться для функции комплексного переменного. Например, если функция $z = f(x_1, x_2)$ зависит от двух переменных, то метод можно применить для функции комплексного переменного, где x_1 — действительная часть комплексного числа, а x_2 — мнимая часть комплексного числа.

Предложенный способ вычисления корней уравнения позволяет находить все неизвестные переменные на некотором интервале. Свое название этот метод получил из-за того, что он основан на изменении знака функции в некоторых точках.

Далее определим собственные функции задачи (9) и получим представление решения $u(x, y)$ в конечной области V_T с неизвестными коэффициентами $b_l^{(1)}$ и $b_l^{(2)}$.

4. Численный метод решения задачи. После того как найдено заданное количество собственных значений λ_l численным методом, описанным в разделе 3, необходимо определить $2M + 2$ неизвестных коэффициентов $b_l^{(1)}$ и $b_l^{(2)}$, где $l = -M/2, \dots, -1, 0, 1, \dots, M/2, M$ — четное положительное число и $M + 1$ — количество найденных собственных значений; тогда из (8) получим:

$$u(x, y) = \sum_{l=-M/2}^{M/2} X_l(x)Y_l(y).$$



Таким образом, имеем систему линейных алгебраических уравнений порядка $2M+2$ для нахождения $b_l^{(1)}, b_l^{(2)}$ [17, 18]:

$$\begin{aligned}
 ik_{0,y}l \int_0^T \exp\left(-i\left(\frac{2\pi l}{T} - k_0 \sin \varphi\right)x\right) \left(\sum_{p=-M/2}^{M/2} X_p(x)Y_p(h) - u_0(x, h)\right) dx &= \\
 &= \int_0^T \exp\left(-i\left(\frac{2\pi l}{T} - k_0 \sin \varphi\right)x\right) \left(\sum_{p=-M/2}^{M/2} X_p(x)Y'_p(h) - u'_0(x, h)\right) dx, \\
 ik_{1,y}l \left(\tilde{p}_l^{(1)} - \tilde{q}_l^{(2)}\right) \int_0^T \exp\left(-i\left(\frac{2\pi l}{T} - k_0 \sin \varphi\right)x\right) \left(\sum_{p=-M/2}^{M/2} X_p(x)Y_p(0)\right) dx &= \\
 &= \left(\tilde{p}_l^{(1)} + \tilde{q}_l^{(2)}\right) \int_0^T \exp\left(-i\left(\frac{2\pi l}{T} - k_0 \sin \varphi\right)x\right) \left(\sum_{p=-M/2}^{M/2} X_p(x)Y'_p(0)\right) dx,
 \end{aligned} \tag{11}$$

где $l = -M/2, \dots, -1, 0, 1, \dots, M/2$.

Все интегралы в системе (11) вычисляются численно с помощью какой-либо квадратурной формулы. Дифракционная эффективность в l -м порядке дифракции определяется выражением

$$DE_l = |r_l|^2 \operatorname{Re}\left(\frac{k_{0,y}l}{k_0 n_0 \cos \varphi}\right) + |t_l|^2 \operatorname{Re}\left(\frac{k_{J+1,y}l}{k_0 n_0 \cos \varphi}\right), \tag{12}$$

где амплитудные коэффициенты отражения и прохождения l -х мод можно найти по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
 t_l &= T^{-1} (\tilde{p}_l + \tilde{q}_l)^{-1} \sum_{p=-M/2}^{M/2} X_{p,l} Y_p(0), & l &= -\frac{M}{2}, \frac{M}{2}, \\
 r_l &= T^{-1} \sum_{p=-M/2}^{M/2} X_{p,l} Y_p(h), & l &= -\frac{M}{2}, \dots, -1, 1, \dots, \frac{M}{2}, \\
 r_0 &= T^{-1} \sum_{p=-M/2}^{M/2} X_{p,0} Y_p(h) - 1.
 \end{aligned} \tag{13}$$

Описание функции $X_{p,l}$, используемой в (13), дано в работе [18].

5. Численные результаты. Данная задача решалась при помощи метода разделения переменных для нахождения собственных значений. Результаты вычислений, проведенных предложенным в работе методом, при аналогичных параметрах совпали с результатами, приведенными в работе [19]. Для конструирования многослойной диэлектрической решетки выбраны два материала: легированный кремний (Si:H), диоксид кремния (SiO₂). Считаем, что многослойное покрытие нанесено на подложку из стекла. Расчеты проводились для двух модельных задач с разным количеством порошков в каждой. Структуры многослойных дифракционных решеток показаны на рис. 2. Результаты расчетов представлены в виде графиков на рис. 3 и 4, где красные кривые соответствуют случаям с одним порошком, а зеленые кривые — случаям с тремя порошками. Дифракционная эффективность на рис. 3 и 4 вычислялась по формуле (12) при $l = 1$. Для расчетов были использованы приведенные ниже данные.

Индексы преломления $\{n_0, n_1, n_2, n_3\} = \{1.0, 3.52, 1.48, 1.458\}$.

Количество слоев многослойного покрытия $J = 16$.

Толщины слоев в нм $d_j - d_{j+1} = \{140; 76; 189.2; 75.6; 189.2; 75.6; 189.2; 75.6; 189.2; 75.6; 189.2; 75.6; 189.2; 75.6; 189.2; 75.6\}$, $j = 0, J - 1$.

Высота порошка $h = 85$ нм.

Период дифракционной решетки $T = 900$ нм.

Угол $\theta = 45^\circ$, угол падения φ определяется по формуле (1).

На рис. 3 и 4 можно заметить, что при выбранных параметрах на определенных длинах волн значение дифракционной эффективности в первом порядке дифракции в случае трех порошков выше, чем для

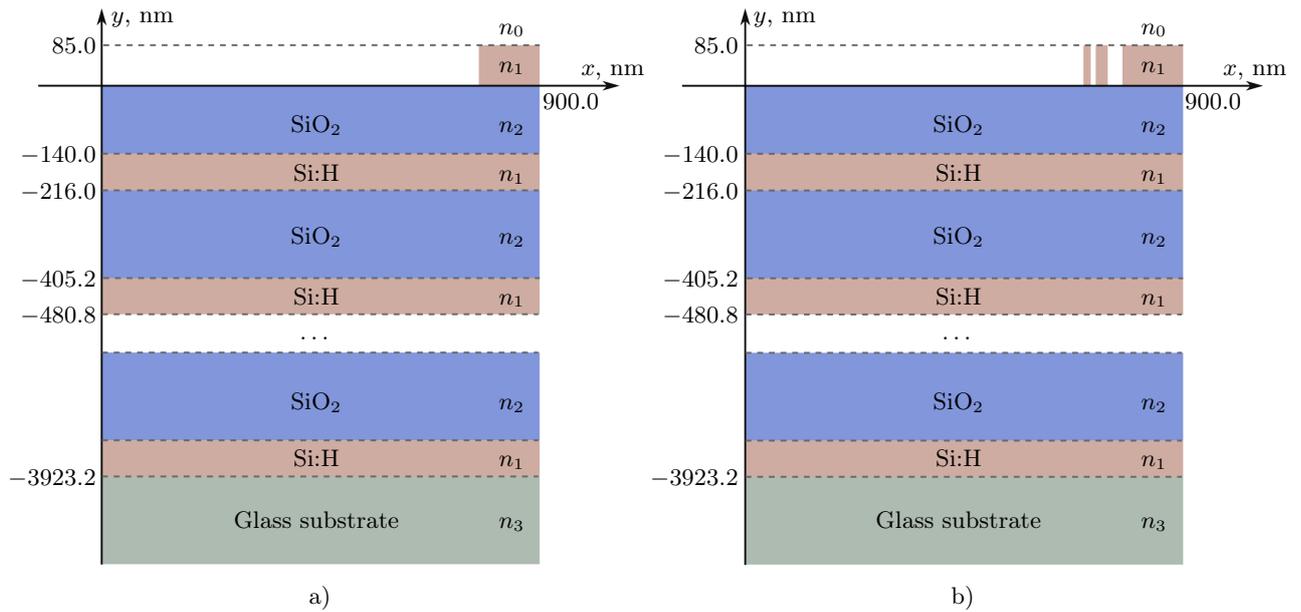


Рис. 2. Структуры дифракционных решеток для первой и второй модельных задач: а) дифракционная решетка с одним порошком в периоде; б) дифракционная решетка с тремя порошками в периоде

Fig. 2. Structures of diffraction gratings for the first and second model problems: a) diffraction grating with one threshold per period; b) diffraction grating with three thresholds per period

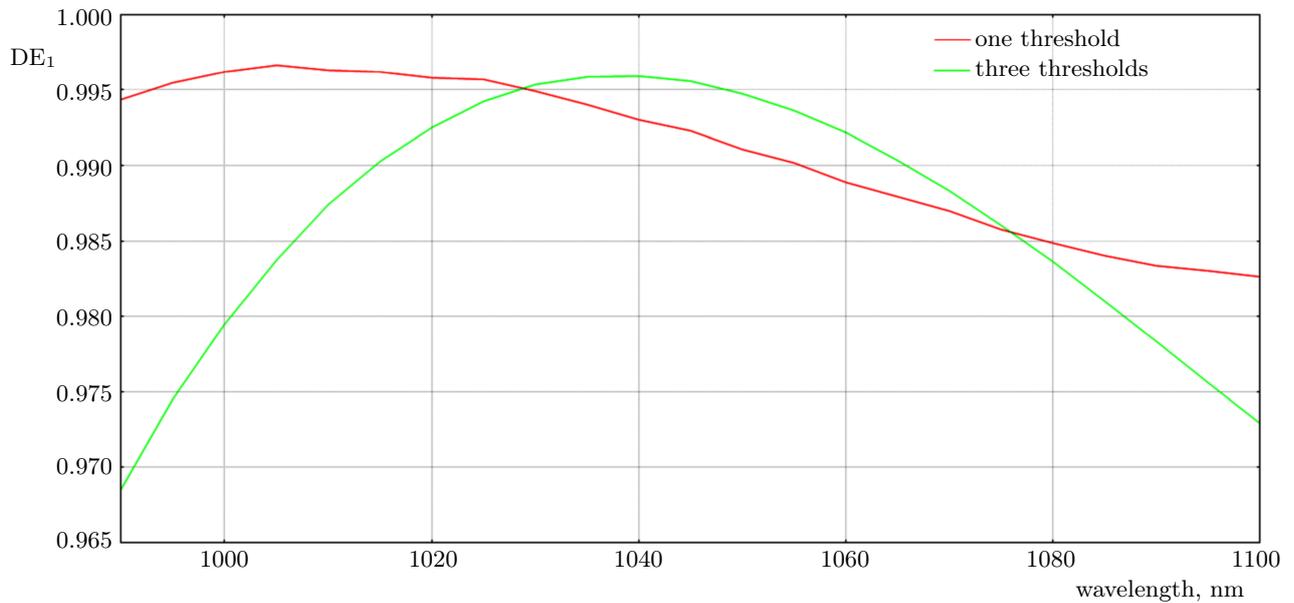


Рис. 3. Графики зависимости дифракционной эффективности в первом порядке дифракции от длины волны. Красная кривая соответствует случаю одного порошка (рис. 2 а, $a_{m+1} - a_m = \{795; 105\}$, $m = 0, 1$). Зеленая кривая соответствует случаю трех порошков (рис. 2 б, $a_{m+1} - a_m = \{700; 15; 15; 25; 40; 105\}$, $m = \overline{0, 5}$)

Fig. 3. The graphs show the dependence of diffraction efficiency in the first order of diffraction on the wavelength. The red curve corresponds to the case of one threshold (fig. 2 a, $a_{m+1} - a_m = \{795; 105\}$, $m = 0, 1$). The green curve corresponds to the case of three thresholds (fig. 2 b, $a_{m+1} - a_m = \{700; 15; 15; 25; 40; 105\}$, $m = \overline{0, 5}$)

одного порошка при прочих равных параметрах. При этом на рис. 3 данное явление можно наблюдать в диапазоне примерно от 1030 нм до 1075 нм. Для набора толщин промежутков в периоде решетки во втором случае данный диапазон значительно шире. Зеленая кривая на рис. 4 располагается выше красной кривой при длинах волн от 1020 нм.

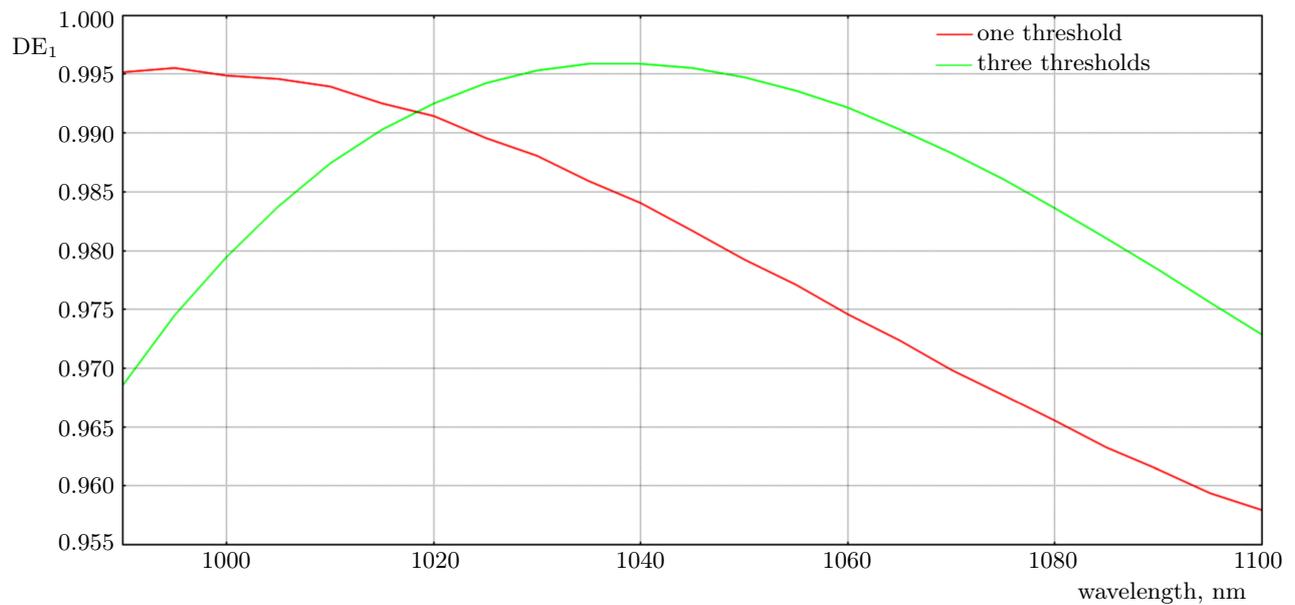


Рис. 4. Графики зависимости дифракционной эффективности в первом порядке дифракции от длины волны. Красная кривая соответствует случаю одного порожка (рис. 2 а, $a_{m+1} - a_m = \{775; 125\}, m = 0, 1$). Зеленая кривая соответствует случаю трех порожков (рис. 2 б, $a_{m+1} - a_m = \{695; 15; 10; 25; 30; 125\}, m = 0, 5$)

Fig. 4. The graphs show the dependence of diffraction efficiency in the first order of diffraction on the wavelength. The red curve corresponds to the case of one threshold (fig. 2 a, $a_{m+1} - a_m = \{775; 125\}, m = 0, 1$). The green curve corresponds to the case of three thresholds (fig. 2 b, $a_{m+1} - a_m = \{695; 15; 10; 25; 30; 125\}, m = 0, 5$)

6. Заключение. В данной работе предложена усовершенствованная математическая модель расчета дифракционной эффективности для дифракционной решетки с применением метода перемены знака. Все ранее проводимые расчеты производились для случаев одного и двух порожков. Рассматриваемая модель является усовершенствованием модели, изученной в работе [18], и включает в себя наличие трех порожков в периоде дифракционной решетки. Разработан вычислительный алгоритм для расчета дифракционной эффективности в предложенной модели. Показана эффективность данной модели в определенном диапазоне длин волн.

На практике добавление одного слоя порожков в периоде увеличивает вычислительную сложность задачи более чем в два раза. Кроме того, сильно возрастает амплитуда колебаний функции, описывающей левую часть уравнения (10). Основным преимуществом применения метода перемены знака для поиска собственных значений задачи является минимизация риска потери корней при уменьшении шага разбиения интервала, на котором ищутся корни. Таким образом, применение данного метода позволяет корректировать время работы программы без потери корней и точности, с которой они найдены. Использование метода, который применялся в работе [18], для расчета структуры с тремя порожками в периоде может приводить к потере собственных значений, а следовательно, к некорректным расчетам дифракционной эффективности.

В данной работе произведены расчеты и сравнение численных значений дифракционной эффективности в первом порядке дифракции для различного числа порожков. Графически показано, что в некоторых случаях применение трех порожков является более эффективным (рис. 3 и 4). Отметим, что при подобранных параметрах эта эффективность близка к единице. Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод, что при длинах волн от 1030 нм до 1075 нм в первом случае (рис. 3) и начиная с длин волн свыше 1020 нм во втором случае (рис. 4), значение дифракционной эффективности в первом порядке дифракции для трех порожков выше, чем для одного при прочих равных параметрах.

Список литературы

1. Петухов А.А. Синтез высокоэффективных многослойных диэлектрических дифракционных решеток для спектрального сложения лазерных пучков // Вычислительные методы и программирование. 2021. 22, № 3. 201–210. doi 10.26089/NumMet.v22r312.
2. Cho H.-J., Lee K.-H., Kim S.-I., et al. Analysis on design and fabrication of high-diffraction-efficiency multilayer dielectric gratings // Current Optics and Photonics. 2018. 2, N 2. 125–133. doi 10.3807/COPP.2018.2.2.125.
3. Kemme S.A., Scrymgeour D.A., Peters D.W. High efficiency diffractive optical elements for spectral beam combining // Proc. SPIE 8381, Laser Technology for Defense and Security, 2012. doi 10.1117/12.919593.
4. Cho H.-J., Kim H.-T., Lee Y.-S. Design and fabrication of multilayer dielectric gratings for spectral beam combining // Proc. SPIE 9556, Nanoengineering: Fabrication, Properties, Optics, and Devices. 2015. doi 10.1117/12.2186076.
5. Медведев М.Ю., Барышева А.Д., Демидова А.П., Мекаева В.А., Акашкина Ю.А. Нахождение собственных значений матрицы с помощью метода перемены знака // Вестник Пензенского гос. ун-та. 2023. № 2. 92–98.
6. Медведев М.Ю., Дюньдяева А.А., Поплевина В.Н., Давыдова Э.М. Метод перемены знака для решения нелинейных систем алгебраических уравнений // Вестник Пензенского гос. ун-та. 2023. № 2. 84–91.
7. Qi H., Xie L., Zhu J., et al. High-efficiency, polarization-insensitive 1400-lines/mm retroreflective metagrating with cascaded nano-optical modes // Optics Letters. 2022. 47, N 16. 3972–3975. doi 10.1364/OL.463672.
8. Smirnov Yu.G., Martynova V.Yu., Wei Z., et al. Computationally efficient algorithm for designing multilayer dielectric gratings // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2022. 43, № 5. 1277–1284. doi 10.1134/S1995080222080303.
9. Nguyen H.T., Britten J.A., Carlson T.C., et al. Gratings for high-energy petawatt-class lasers // Proc. SPIE 5991, Laser-Induced Damage in Optical Materials. 2005. doi 10.1117/12.633689.
10. Шестопалов В.П., Кириленко А.А., Масалов С.А., Сириенко Ю.К. Резонансное рассеяние волн. Том 1. Дифракционные решетки. Киев: Наукова думка, 1986.
11. Медведев М.Ю. Субиерархический метод решения интегрального уравнения на плоских экранах произвольной формы // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2009. № 4. 48–53.
12. Moharam M.G., Grann E.B., Pommet D.A., Gaylord T.K. Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings // Journal of the Optical Society of America A. 1995. 12, N 5. 1068–1076. doi 10.1364/JOSAA.12.001068.
13. Popov E. Gratings: theory and numeric applications. Marseille: Institute Fresnel, 2014.
14. Цупак А.А. Анализ дифракционной эффективности одномерно-периодической дифракционной решетки методом плоских волн (случай ТЕ-поляризации) // Пенза гос. университет. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2020. № 3. 3–14. doi 10.21685/2072-3040-2020-3-1.
15. Смирнов Ю.Г., Мартынова В.Ю., Москалева М.А., Цупак А.А. Анализ дифракционной эффективности дифракционных решеток модифицированным методом разделения переменных // Пенза гос. университет. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2021. № 4. 57–70. doi 10.21685/2072-3040-2021-4-5.
16. Smirnov Yu.G., Martynova V.Yu., Moskaleva M.A., Tikhonravov A.V. Modified method of separation of variables for solving diffraction problems on multilayer dielectric gratings // Eurasian J. Math. Comput. Appl. 2021. 9 (4). 76–88. doi 10.32523/2306-6172-2021-9-4-76-88.
17. Мартынова В.Ю., Смирнов Ю.Г., Тихонравов А.В. Численный метод оптимизации дифракционной эффективности тонкослойных покрытий с дифракционными решётками // Дифференциальные уравнения. 2023. 59, № 3. 400–408. doi 10.31857/S0374064123030111.
18. Мартынова В.Ю., Смирнов Ю.Г., Тихонравов А.В. Оптимизация параметров многослойных дифракционных решеток с использованием игольчатых вариаций // Пенза гос. университет. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2022. № 4. 56–68. doi 10.21685/2072-3040-2022-4-6.
19. He T., Zhang J., Jiao H., et al. Near-infrared broadband Si:H/SiO₂ multilayer gratings with high tolerance to fabrication errors // Nanotechnology. 2020. 31, N 31. Article Number 315203. doi 10.1088/1361-6528/ab8768.



Информация об авторах

Елена Васильевна Гусарова — аспирант, Пензенский государственный университет, ул. Красная, 40, к. 8, 440026, Пенза, Российская Федерация.

Валерия Юрьевна Мартынова — к.ф.-м.н., доцент; Пензенский государственный университет, ул. Красная, 40, к. 8, 440026, Пенза, Российская Федерация.

Михаил Юрьевич Медведик — к.ф.-м.н., доцент; Пензенский государственный университет, ул. Красная, 40, к. 8, 440026, Пенза, Российская Федерация.

References

1. A. A. Petukhov, “Synthesis of Highly Efficient Multilayer Dielectric Diffraction Gratings for Spectral Combining of Laser Beams,” *Numerical Methods and Programming (Vychislitel'nye Metody i Programirovanie)*. **22** (3), 201–210 (2021). doi [10.26089/NumMet.v22r312](https://doi.org/10.26089/NumMet.v22r312).
2. H.-J. Cho, K.-H. Lee, S.-I. Kim, et al., “Analysis on Design and Fabrication of High-Diffraction-Efficiency Multilayer Dielectric Gratings,” *Curr. Opt. Photon.* **2** (2), 125–133 (2018). doi [10.3807/COPP.2018.2.2.125](https://doi.org/10.3807/COPP.2018.2.2.125).
3. S. A. Kemme, D. A. Scrymgeour, and D. W. Peters, “High Efficiency Diffractive Optical Elements for Spectral Beam Combining,” in *Proc. SPIE 8381, Laser Technology for Defense and Security, 2012*. doi [10.1117/12.919593](https://doi.org/10.1117/12.919593).
4. H.-J. Cho, H.-T. Kim, and Y.-S. Lee, “Design and Fabrication of Multilayer Dielectric Gratings for Spectral Beam Combining,” in *Proc. SPIE 9556, Nanoengineering: Fabrication, Properties, Optics, and Devices, 2015*. doi [10.1117/12.2186076](https://doi.org/10.1117/12.2186076).
5. M. Yu. Medvedik, A. D. Barysheva, A. P. Demidova, et al., “Solving the Eigenvalue Problem for a Matrix by the Sign Change Method,” *Vestn. Penza Gos. Univ.*, No. 2, 92–98 (2023).
6. M. Yu. Medvedik, A. A. Dyundyaeva, V. N. Poplevina, and E. M. Davydova, “The Sign Change Method for Solving Nonlinear Systems of Algebraic Equations,” *Vestn. Penza Gos. Univ.*, No. 2, 84–91 (2023).
7. H. Qi, L. Xie, J. Zhu, et al., “High-Efficiency, Polarization-Insensitive 1400-Lines/mm Retroreflective Metagrating with Cascaded Nano-Optical Modes,” *Opt. Lett.* **47** (16), 3972–3975 (2022). doi [10.1364/OL.463672](https://doi.org/10.1364/OL.463672).
8. Yu. G. Smirnov, V. Yu. Martynova, Z. Wei, et al., “Computationally Efficient Algorithm for Designing Multilayer Dielectric Gratings,” *Lobachevskii J. Math.* **43** (5), 1277–1284 (2022). doi [10.1134/S1995080222080303](https://doi.org/10.1134/S1995080222080303).
9. H. T. Nguyen, J. A. Britten, T. C. Carlson, et al., “Gratings for High-Energy Petawatt-Class Lasers,” in *Proc. SPIE 5991, Laser-Induced Damage in Optical Materials, 2005*. doi [10.1117/12.633689](https://doi.org/10.1117/12.633689).
10. V. P. Shestopalov, A. A. Kirilenko, S. A. Masalov, and Yu. K. Sirienko, *Resonance Scattering of Waves, Vol. 1: Diffraction Gratings* (Naukova Dumka, Kiev, 1986) [in Russian].
11. M. Yu. Medvedik, “Subhierarchical Method for Solving Integral Equations on Plane Screens of Arbitrary Shape,” *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Povolzh. Region. Fiz. Mat. Sci.* No. 4, 48–53. 2009.
12. M. G. Moharam, E. B. Grann, D. A. Pommet, and T. K. Gaylord, “Formulation for Stable and Efficient Implementation of the Rigorous Coupled-Wave Analysis of Binary Gratings,” *J. Opt. Soc. Am. A* **12** (5), 1068–1076 (1995). doi [10.1364/JOSAA.12.001068](https://doi.org/10.1364/JOSAA.12.001068).
13. E. Popov (ed.), *Gratings: Theory and Numeric Applications* (Institute Fresnel, Marseille, 2014).
14. A. A. Tsupak, “Analysis of the Diffraction Efficiency of One-Dimensional Binary Diffraction Grating by the Plane Wave Expansion Method (the TE-Polarization Case),” *Penza Gos. Univ. Proc. Volga Region. Phys. Math. Sci.* № 3, 3–14 (2020). doi [10.21685/2072-3040-2020-3-1](https://doi.org/10.21685/2072-3040-2020-3-1).
15. Yu. G. Smirnov, V. Yu. Martynova, M. A. Moskaleva, and A. A. Tsupak, “Study of Diffraction Efficiency of Diffraction Gratings by the Modified Method of Variables Separation,” *Penza Gos. Univ. Proc. Volga Region. Phys. Math. Sci.* № 4, 57–70 (2021). doi [10.21685/2072-3040-2021-4-5](https://doi.org/10.21685/2072-3040-2021-4-5).
16. Yu. G. Smirnov, V. Yu. Martynova, M. A. Moskaleva, and A. V. Tikhonravov, “Modified Method of Separation of Variables for Solving Diffraction Problems on Multilayer Dielectric Gratings,” *Eurasian J. Math. Comput. Appl.* **9** (4), 76–88 (2021). doi [10.32523/2306-6172-2021-9-4-76-88](https://doi.org/10.32523/2306-6172-2021-9-4-76-88).
17. V. Yu. Martynova, Yu. G. Smirnov, and A. V. Tikhonravov, “A Numerical Method for the Optimization of the Diffraction Efficiency of Thin-Layer Coatings with Diffraction Gratings,” *Differ. Uravn.* **59** (3), 400–408 (2023). doi [10.31857/S0374064123030111](https://doi.org/10.31857/S0374064123030111).



18. V. Yu. Martynova, Yu. G. Smirnov, and A. V. Tikhonravov, “Optimization of Parameters of Multilayer Diffraction Gratings Using Needle Variations,” *Penza Gos. Univ. Proc. Volga Region. Phys. Math. Sci.* No. 4, 56–68 (2022). doi [10.21685/2072-3040-2022-4-6](https://doi.org/10.21685/2072-3040-2022-4-6).
19. T. He, J. Zhang, H. Jiao, et al., “Near-Infrared Broadband Si:H/SiO₂ Multilayer Gratings with High Tolerance to Fabrication Errors,” *Nanotechnology* **31** (31), Article Number 315203 (2020). doi [10.1088/1361-6528/ab8768](https://doi.org/10.1088/1361-6528/ab8768).

Received
April 11, 2024

Accepted for publication
August 20, 2024

Information about the authors

Elena V. Gusarova – postgraduate student, Penza State University, Krasnya ulitsa, 40, building 8, 440026, Penza, Russia.

Valeria Yu. Martynova – Ph.D., Associate Professor; Penza State University, Krasnya ulitsa, 40, building 8, 440026, Penza, Russia.

Mikhail Yu. Medvedik – Ph.D., Associate Professor; Penza State University, Krasnya ulitsa, 40, building 8, 440026, Penza, Russia.