



doi 10.26089/NumMet.v25r216

УДК 519.687

Комплекс программ для двумерного моделирования флюидодинамических процессов в гидратосодержащей среде осадочных бассейнов

А. Э. Бакир

Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
Долгопрудный, Российская Федерация

ORCID: 0000-0003-1074-2676, e-mail: bakir.ae@phystech.edu

Аннотация: В настоящее время исследование газогидратных месторождений является весьма актуальным. Изучение содержащих газогидраты осадочных бассейнов затруднено наличием в них сложной геометрии регионов (пропластков, сдвиговых и низкопроницаемых зон и т.д.). Площадные и профильные расчеты обладают пространственной стратиграфической неструктурированностью областей, их произвольным расположением и переменной эффективной толщиной пластов. В данной работе рассматривается задача двумерной фильтрации в зоне трехфазного гидратного равновесия (газ, гидрат, вода) с учетом возможной слабой проницаемости пород. Для решения этой задачи применяется оригинальная фильтрационная модель с неклассической формой закона движения. На основе метода опорных операторов разработаны эффективные вычислительные алгоритмы, выделяющие гиперболическую (для переноса водо- и гидратонасыщенностей) и пьезопроводно-диссипативную части задачи. Выполнена их программная реализация на сетках нерегулярной структуры, позволяющих моделировать процессы диссоциации газовых гидратов в осадочных бассейнах сложного геометрического и литологического строения. Проведены численные расчеты для модельной области с параметрами, соответствующими реальному осадочному бассейну в Южно-Китайском море.

Ключевые слова: математическое моделирование, газовые гидраты, метод опорных операторов, нерегулярные сетки, осадочные бассейны, неклассический закон движения.

Для цитирования: Бакир А.Э. Комплекс программ для двумерного моделирования флюидодинамических процессов в гидратосодержащей среде осадочных бассейнов // Вычислительные методы и программирование. 2024. 25, № 2. 197–213. doi 10.26089/NumMet.v25r216.

Program package for two-dimensional modeling of fluidodynamic processes in hydrate-containing environment of sedimentary basins

Ahmed E. Bakeer

Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University),
Dolgoprudny, Russian Federation

ORCID: 0000-0003-1074-2676, e-mail: bakir.ae@phystech.edu

Abstract: Currently, the investigation of gas hydrate deposits is very relevant. The study of sedimentary basins containing gas hydrates is complicated by the presence of complex geometric regions in them (interlayers, shear and low-permeability zones, etc.). Areal and profile calculations have spatial stratigraphic unstructured areas, their arbitrary location and variable effective thickness of layers. This work focuses on the study of the problem of two-dimensional filtration in a zone



of three-phase hydrate equilibrium (gas, hydrate, water), taking into account the possible low permeability of rocks. To solve this problem, an original filtration model with a non-classical form of the law of motion is used. Based on the support operator method, the effective computational algorithms that distinguish the hyperbolic (for the transfer of water and hydrate saturation) and piezoconductive-dissipative parts of the problem have been developed. Their program implementation on grids of irregular structure, which make it possible to model the processes of dissociation of gas hydrates in sedimentary basins of complex geometric and lithological structure were realized. Numerical calculations for a model domain with parameters corresponding to a real sedimentary basin in the South China Sea were realized.

Keywords: mathematical modeling, gas hydrates, support operator method, irregular grids, sedimentary basins, non-classical law of motion.

For citation: A. E. Bakeer, “Program package for two-dimensional modeling of fluidodynamic processes in hydrate-containing environment of sedimentary basins,” Numerical Methods and Programming, 25 (2), 197–213 (2024). doi 10.26089/NumMet.v25r216.

1. Введение. В последние годы растет интерес к газовым гидратам как к потенциальному источнику углеводородов. Запасы углеводородного газа в гидратах оцениваются по-разному, но, согласно большинству работ, сравнимы с суммарными запасами других источников углеводородов или даже превышают их. Обзор ряда оценок приведен в работах [1–4]. При этом некоторые авторы приводят значительно меньшие значения — порядка нескольких процентов от общего запаса углерода [4]. Данный вопрос является предметом активного изучения.

Для эффективного освоения этих запасов необходимы технологии добычи, созданные на основе глубокого понимания гидродинамики пористых сред и физико-химических свойств газовых гидратов [5, 6], что подчеркивает актуальность исследований в этих направлениях.

Газогидратные залежи представляют собой слоистые пористые структуры, насыщенные гидратами, газом и водой. Достижение максимальной добычи газа требует комплексного учета множества факторов, в том числе связанных с движением пластовых флюидов в процессе разработки месторождений. Для оптимизации методов добычи, обеспечения ее технической и экологической безопасности необходимо проводить компьютерное моделирование неизотермической многофазной фильтрации с учетом фазовых переходов, связанных с газовыми гидратами [7–10].

В данной работе рассматривается двухкомпонентная (H_2O , CH_4) трехфазная (гидрат, свободные вода и газ) флюидодинамика системы в гидратно-равновесной зоне (ГРЗ) пористой среды. Исследование системы производится с помощью оригинальной математической модели, представленной в работах [11, 12]. Упрощение исходной системы квазилинейных уравнений в частных производных смешанного типа достигается путем ее расщепления по физическим процессам с разделением на пьезопроводный и сатурационный блоки, отличающиеся по типу описываемых физических процессов. Это позволило разработать более эффективные вычислительные алгоритмы для решения описанной задачи, которые представлены в данной работе. Аппроксимация пластов со сложной литологией и геометрией производится с помощью нерегулярных сеток, дискретизация уравнений на которых выполнена на основе метода опорных операторов [13–15].

Разработаны инструментальные средства для создания алгебраического представления (в виде разреженной матричной структуры Йельского формата) скалярно-дивергентных структур на нерегулярных сетках, соответствующих геологическому и литологическому строению исследуемой области. Реализована динамическая структура, позволяющая управлять количеством алгебраических переменных в каждом узле сетки. Эти инструменты обеспечивают аппроксимацию векторных операций DIV и GRAD, учитывая кусочно-разрывные фильтрационно-емкостные свойства осадочной среды.

Выполнена программная реализация разработанных автором вычислительных алгоритмов, создан графический пользовательский интерфейс (GUI), предназначенный для визуализации и построения макросеток, а также реализована обработка полученных результатов расчетов и их визуализация. Таким образом, представленное программное обеспечение формирует комплекс программ для решения вышеописанных задач.



В работе представленный комплекс программ использован для расчетов модельной задачи двух-компонентной (H_2O , CH_4) трехфазной фильтрации в гидратно-равновесной зоне для области, близкой по геологическому строению и коллекторским свойствам пород к интенсивно изучаемой в настоящее время залежи газовых гидратов в Южно-Китайском море [16, 17], характеризующейся глинисто-илистыми низкопроницаемыми осадочными слоями. В подобных слоях находится значительная часть мировых запасов газовых гидратов, и отсюда сложно добывать газ. Возможность разработки таких пластов доказана первыми испытаниями на добычу природного газа, проведенными в Южно-Китайском море в 2017 г. и продолженными в 2019–2020 гг. [16].

Цель проведенных в работе расчетов — показать применимость разрабатываемого программного обеспечения к математическому моделированию процессов, связанных с газовыми гидратами в пластах сложного строения, в том числе низкопроницаемых.

2. Постановка пространственной задачи фильтрации с твердофазными гидратными включениями. Уравнения сохранения массового баланса (для воды и газа) при наличии гидратов, а также уравнение сохранения энергии всей системы (включая скелет), имеют вид [11, 12]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ m [S_\nu S_w \rho_w + (1 - S_\nu) \rho_\nu \beta_w] \right\} + \text{div} [\rho_w \mathbf{V}_w] + q_w = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ m [S_\nu (1 - S_w) \rho_g + (1 - S_\nu) \rho_\nu (1 - \beta_w)] \right\} + \text{div} [\rho_g \mathbf{V}_g] + q_g = 0, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ m [S_\nu (S_w \rho_w \varepsilon_w + (1 - S_w) \rho_g \varepsilon_g) + (1 - S_\nu) \rho_\nu \varepsilon_\nu] + (1 - m) \rho_s \varepsilon_s \right\} + \\ + \text{div} \{ \rho_w \varepsilon_w \mathbf{V}_w + \rho_g \varepsilon_g \mathbf{V}_g \} + \text{div} [P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g)] + \text{div} \mathbf{W} + q_\varepsilon = 0, \quad (3) \end{aligned}$$

где $\mathbf{W} = - \{ m [S_\nu (S_w \lambda_w + (1 - S_w) \lambda_g) + (1 - S_\nu) \lambda_\nu] + (1 - m) \lambda_s \} \nabla T$ — тепловой поток; индексы g, w, ν, s относятся к газу, воде, гидрату, скелету пористой среды соответственно; P — давление, T — температура, t — время, $m = m(\mathbf{r}, P)$ — пористость, \mathbf{r} — радиус-вектор, S_w — водонасыщенность, $S_g = 1 - S_w$ — газонасыщенность, $S_\nu = 1 - \nu$ — растепленность порового пространства от гидратов, под которой понимается объемная доля пор с свободными водой и газом, ν — гидратонасыщенность, β_w — массовая доля воды в гидрате, $\rho_l = \rho_l(P, T)$, $\varepsilon_l = \varepsilon_l(P, T)$, $\lambda_l = \lambda_l(P, T)$ — плотности, внутренние энергии, коэффициенты теплопроводности компонент ($l = g, w, \nu, s$), \mathbf{V}_α — скорость фильтрации фазы $\alpha = w, g$; q_w, q_g, q_ε — плотности соответствующих источников.

Для исследования течения многофазного и многокомпонентного флюида при наличии газовых гидратов в пористой среде с низкой проницаемостью используется неклассический закон движения [11, 12, 18]:

$$\mathbf{V}_\alpha = \begin{cases} -\frac{k \cdot k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \left(\frac{|\nabla P| - G_{\min, \alpha}}{|\nabla P| + c_\alpha} \right) \nabla P, & |\nabla P| > G_{\min, \alpha}, \\ 0, & |\nabla P| \leq G_{\min, \alpha}, \end{cases} \quad (4)$$

$$c_\alpha = \frac{G_{\text{pseudo}, \alpha} - G_{\min, \alpha}}{G_{\max, \alpha} - G_{\text{pseudo}, \alpha}} G_{\max, \alpha}.$$

где $\alpha = w, g$; $k = k(\mathbf{r}, S_\nu, P)$ — абсолютная проницаемость, $k_{r\alpha} = k_{r\alpha}(S_w)$ — относительные фазовые проницаемости, $\mu_\alpha = \mu_\alpha(P, T)$ — динамические вязкости воды и газа, $G_{\min, \alpha}$ и $G_{\max, \alpha}$ — минимальный и максимальный стартовый градиент давления, который должен преодолеть флюид при прохождении через пористую среду; $G_{\text{pseudo}, \alpha}$ — псевдоначальный (квазиначальный) градиент давления. Данные константы определяются из экспериментов и могут быть различными для воды и газа. В случае, когда $c_\alpha = 0$ и $G_{\min, \alpha} = 0$, уравнение (4) представляет собой классическую модель течения Дарси.

В зоне фазового равновесия давление и температура связаны соотношением [19]:

$$T = T_{\text{dis}}(P), \quad (5)$$

где зависимость $T_{\text{dis}}(P)$ определяется теоретически или экспериментально.

Уравнения состояния для газа, воды и гидрата имеют вид:

$$\rho_g = \frac{PM}{z_g RT}, \quad \rho_w = \text{const}, \quad \rho_\nu = \text{const}. \quad (6)$$

Здесь R — универсальная газовая постоянная, M — молярная масса газа, $z_g(P, T)$ — коэффициент сверхсжимаемости газа.

Для численного решения исходной системы уравнений (1)–(6) производится ее расщепление по физическим процессам. В результате преобразований данная система представляется в виде двух блоков [7–12]: первый состоит из гиперболических уравнений для определения водо- и гидратонасыщенности при фиксированном давлении (сатурационный блок), а второй — из уравнения пьезопроводности при фиксированных насыщенностях для определения давления.

Таким образом, диссипативно-пьезопроводные процессы при фиксированных насыщенностях описываются следующим блоком уравнений:

$$m\delta_\varepsilon \left\{ S_\nu \left[S_w \frac{(\rho_w)_t}{\rho_w} + (1 - S_w) \frac{(\rho_g)_t}{\rho_g} \right] + (1 - S_\nu) \frac{(\rho_\nu)_t}{\rho_\nu} + \frac{(m)_t}{m} \right\} + \frac{\psi}{m\rho_\nu} \left\{ m \left\{ S_\nu \left[S_w \rho_w (\varepsilon_w)_t + (1 - S_w) \rho_g (\varepsilon_g)_t \right] + (1 - S_\nu) \rho_\nu (\varepsilon_\nu)_t \right\} + [(1 - m) \rho_s \varepsilon_s]_t \right\} + \delta_\varepsilon \text{DIG} + \frac{\psi}{m\rho_\nu} \text{DIG}_\varepsilon = 0, \quad (7)$$

где

$$\text{DIG} = \frac{1}{\rho_w} \text{div}[\rho_w \mathbf{V}_w] + \frac{1}{\rho_g} \text{div}[\rho_g \mathbf{V}_g] + \frac{q_w}{\rho_w} + \frac{q_g}{\rho_g}, \quad (8)$$

$$\text{DIG}_\varepsilon = [\text{div}(\rho_w \varepsilon_w \mathbf{V}_w) - \varepsilon_w \text{div}(\rho_w \mathbf{V}_w)] + [\text{div}(\rho_g \varepsilon_g \mathbf{V}_g) - \varepsilon_g \text{div}(\rho_g \mathbf{V}_g)] + \text{div}[P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g)] + (q_\varepsilon - \varepsilon_w q_w - \varepsilon_g q_g), \quad (9)$$

$$\frac{\psi}{m\rho_\nu} = \left(\varphi - \frac{1}{\rho_\nu} \right) \geq 0, \quad \varphi = \frac{\beta_w}{\rho_w} + \frac{(1 - \beta_w)}{\rho_g}. \quad (10)$$

Величины $\psi/m\rho_\nu$ и φ определяют скачок удельного объема (на единицу массы) и суммарный объем гидратных фаз после разложения соответственно. Скачок удельной внутренней энергии δ_ε (на единицу массы) равен

$$\delta_\varepsilon = \beta_w \varepsilon_w + (1 - \beta_w) \varepsilon_g - \varepsilon_\nu \geq 0. \quad (11)$$

Произведенное расщепление по физическим процессам позволяет использовать вычислительную схему, обобщающую метод IMPES (неявный по давлению, явный по насыщенности) [20] на задачи фильтрации, учитывающие наличие газовых гидратов [7–12]. Это повышает производительность вычислений, что важно при обобщении метода на многомерный случай.

3. Дискретные алгоритмы пространственных задач фильтрации, содержащих газогидратные включения, на основе нерегулярных сеток. Для двумерных метрических сеток метода опорных операторов (МОО) [13–17], состоящих из четырехугольных и треугольных ячеек (Ω) (рис. 1), образованных узлами (ω) и ребрами (λ) с соответствующими им ориентированными векторами $e(\lambda)$, характерно наличие замкнутой центроидной “сдвинутой” сетки, состоящей из доменов $d(\omega)$ вокруг узлов (ω).

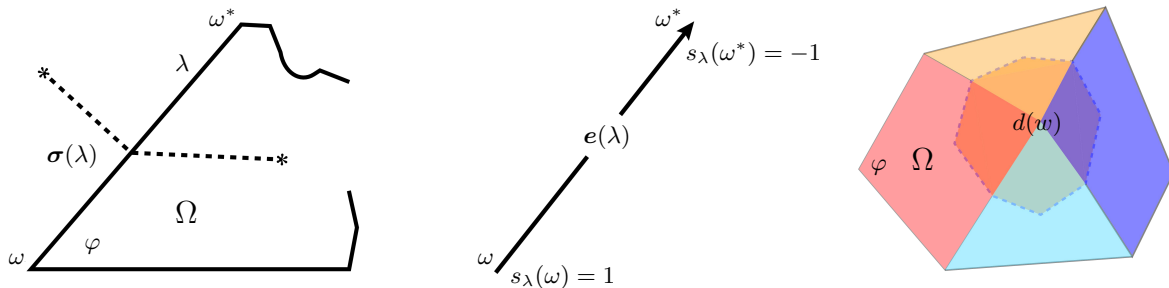


Рис. 1. Метрические сетки метода опорных операторов и их элементы
 Fig. 1. Metric grids of the support operator method and their elements



Объем внутри такого балансного домена является барицентрическим контрольным объемом. Центроидные точки ячеек (Ω) определяются как средние арифметические радиус-векторов узлов, образующих эти ячейки. Ячейки двумерной сетки фактически являются упрощением трехмерных призматических ячеек с единичными высотами и основаниями.

Рассмотрим сетку $(\lambda) \cdot (\varphi)$, состоящую из ребер λ с соответствующими ориентированными векторами $e(\lambda)$, упорядоченными в систему локальных базисов φ (рис. 1).

Уравнения сохранения массы для водной и газовой компонент в разностном виде представляются следующим образом:

$$\{\bar{m} [S_\nu S_w \rho_w + (1 - S_\nu) \rho_\nu \beta_w]\}_t + \text{DIN}(\rho_w \mathbf{V}_w)^\sim + q_w^\sim = 0, \quad (12)$$

$$\{\bar{m} [S_\nu (1 - S_w) \rho_g + (1 - S_\nu) \rho_\nu (1 - \beta_w)]\}_t + \text{DIN}(\rho_g \mathbf{V}_g)^\sim + q_g^\sim = 0. \quad (13)$$

Здесь символом $[]^\sim$ обозначается возможная интерполяция по времени. Величина \bar{m} представляет собой объем порового домена $d(w)$ (рис. 1). Потоки воды $(\rho_w \mathbf{V}_w)^\sim$ и газа $(\rho_g \mathbf{V}_g)^\sim$ аппроксимируются в базисах сетки φ при помощи оператора GRAD. Операции DIN и GRAD являются некоторыми разностными аппроксимациями дифференциальных операторов div и grad. Их явный вид можно найти, например, в [7, 8]. С учетом дискретизации закон движения (4) на неявном слое по времени принимает следующий вид:

$$(\rho_\alpha \mathbf{V}_\alpha)_{\varphi}^{P^\sim} = - \left(\rho_\alpha \frac{k \cdot k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \right)_{\Delta\varphi}^\sim \left(\frac{|\text{GRAD } P^\sim|_{\Delta\varphi} - G_{\min,\alpha}}{|\text{GRAD } P^\sim|_{\Delta\varphi} + c_\alpha} \right) \text{GRAD } P^\sim, \quad \alpha = w, g. \quad (14)$$

Здесь под символами $()_{\Delta\varphi}^\sim$ понимаются аппроксимации соответствующих выражений на сетке с применением некоторой временной интерполяции.

Дискретный аналог пьезопроводно-диссипативного уравнения (7), разделенный по физическим процессам с блоком насыщенности (12)–(13), представляется в виде:

$$\begin{aligned} \delta_\varepsilon^{(\delta_\nu)} \left\{ [(\bar{m} S_\nu) S_w]^{(1-\delta_\nu)} \frac{(\rho_w)_t}{(\rho_w)^{(\delta_\nu)}} + [(\bar{m} S_\nu) (1 - S_w)]^{(1-\delta_\nu)} \frac{(\rho_g)_t}{(\rho_g)^{(\delta_\nu)}} + \right. \\ \left. + [\bar{m} (1 - S_\nu)]^{(1-\delta_\nu)} \frac{(\rho_\nu)_t}{(\rho_\nu)^{(\delta_\nu)}} + (\bar{m})_t \right\} + \left[\frac{\psi}{m \rho_\nu} \right]^\sim \left\{ [(\bar{m} S_\nu) S_w \rho_w]^{(1-\delta_\nu)} (\varepsilon_w)_t + \right. \\ \left. + [(\bar{m} S_\nu) (1 - S_w) \rho_g]^{(1-\delta_\nu)} (\varepsilon_g)_t + [\bar{m} (1 - S_\nu) \rho_\nu]^{(1-\delta_\nu)} (\varepsilon_\nu)_t + \left[\overline{(1 - m)} \rho_s \varepsilon_s \right]_t \right\} + \\ + \delta_\varepsilon^{(\delta_\nu)} \text{DIG}^\sim + \left[\frac{\psi}{m \rho_\nu} \right]^\sim \text{DIG}_\varepsilon^\sim = 0, \quad (15) \end{aligned}$$

$$\delta_\varepsilon = [\beta_w \varepsilon_w + (1 - \beta_w) \varepsilon_g] - \varepsilon_\nu, \quad (16)$$

$$[\psi / (m \rho_\nu)]^\sim = \left[\beta_w / (\rho_w)^{(\delta_\nu)} + (1 - \beta_w) / (\rho_g)^{(\delta_\nu)} \right] - 1 / (\rho_\nu)^{(\delta_\nu)}, \quad (17)$$

$$\text{DIG}^\sim = \frac{\text{DIN}(\rho_w \mathbf{V}_w)^\sim}{(\rho_w)^{(\delta_\nu)}} + \frac{\text{DIN}(\rho_g \mathbf{V}_g)^\sim}{(\rho_g)^{(\delta_\nu)}} + \frac{q_w^\sim}{(\rho_w)^{(\delta_\nu)}} + \frac{q_g^\sim}{(\rho_g)^{(\delta_\nu)}}, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \text{DIG}_\varepsilon^\sim = \left[\text{DIN} \left\{ (\varepsilon_w^{(\delta_\nu)})_{\text{up}} (\rho_w \mathbf{V}_w)^\sim \right\} - (\varepsilon_w)^{(\delta_\nu)} \text{DIN}(\rho_w \mathbf{V}_w)^\sim \right] + \\ + \left[\text{DIN} \left\{ (\varepsilon_g^{(\delta_\nu)})_{\text{up}} (\rho_g \mathbf{V}_g)^\sim \right\} - (\varepsilon_g)^{(\delta_\nu)} \text{DIN}(\rho_g \mathbf{V}_g)^\sim \right] + \text{DIN} \{ [P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g)]^\sim \} + \\ + \text{DIN } \mathbf{W}^\sim + \left(q_\varepsilon^\sim - \varepsilon_w^{(\delta_\nu)} q_w^\sim - \varepsilon_g^{(\delta_\nu)} q_g^\sim \right). \quad (19) \end{aligned}$$

В выражении $\text{DIG}_\varepsilon^\sim$, которое входит в (19), используется монотонное вверх по потоку энергетическое приближение для $\varepsilon_w^{(\delta_\nu)}$ и $\varepsilon_g^{(\delta_\nu)}$ в соответствующих комбинациях дивергентных выражений с этими величинами. Здесь под разностной производной по времени и интерполяцией с весом δ понимаются $a_t = (\hat{a} - a) / \tau$, $a^{(\delta)} = \delta \hat{a} + (1 - \delta) a$ при

$$\delta = \delta_\nu = \sqrt{(\bar{m} S_\nu)^\sim} / \left(\sqrt{(\bar{m} S_\nu)^\sim} + \sqrt{(\bar{m} S_\nu)} \right), \quad 0 < S_\nu < 1.$$

Здесь символ $\hat{}$ обозначает значение на временном слое $\hat{t} = t + \tau$ (τ – временной шаг).

Таким образом, рассматриваемая разностная система уравнений состоит из двух частей: гиперболический блок (12)–(13) и параболический блок (15). Гиперболическая часть отвечает за распространение величин водонасыщенности S_w и растепленности S_ν , причем в выражениях для относительных проницаемостей S_w берется вверх по потоку, а S_ν при аппроксимации абсолютной проницаемости — вниз по потоку. Параболическая часть — это уравнение пьезопроводности относительно давления, учитывающее конвективный перенос массы, внутренних энергий, работу сил давления и диссипацию тепловой энергии.

После разностной аппроксимации на нерегулярной сетке с помощью метода опорных операторов производится линеаризация соответствующей нелинейной алгебраической системы уравнений одной из модификаций метода Ньютона. Элементы разреженной матрицы линеаризованной системы уравнений представляются в Йельском формате (сжатое хранение строкой, CSR — Compressed Sparse Row). Обращение алгебраической матрицы производится методом сопряженных градиентов с предобуславливанием для несимметричных задач ORTOMIN [21].

Алгоритм решения системы уравнений (5)–(6), (12)–(15) проиллюстрирован в виде блок-схемы, представленной на рис. 2. Здесь n и Δt — номер временного слоя и шаг по времени, r — номер внутренних итераций, t_{\max} — момент окончания расчета.

4. Программное обеспечение для задачи фильтрации с твердофазными гидратными включениями.

4.1. Основные технологии программирования и разработанные инструментальные средства.

Для того чтобы в известной степени автоматизировать решение указанных проблем, реализованы инструментальные средства, позволяющие на своей основе создавать проблемно-ориентированные программные комплексы для моделирования процессов фильтрации в осадочных бассейнах. Эти средства оперируют тензорными (ко- и контравариантными) и циркуляционно-потокowymi преобразованиями физических полей посредством метрических операторов сеточной среды. При этом метрический оператор G нерегулярной сетки, состоящий из матриц Грама в ее локальных базисах, переводит циркуляционно-ковариантное представление сеточного физического поля в его потоково-контравариантное центроидное представление в узловых доменах сетки.

В работе также созданы и программно реализованы инструментальные средства, формирующие алгебраическое представление (в виде матричной разреженной структуры Йельского формата) скалярно-дивергентных задач на нерегулярных сетках осадочного бассейна. Созданы динамические структуры ко-

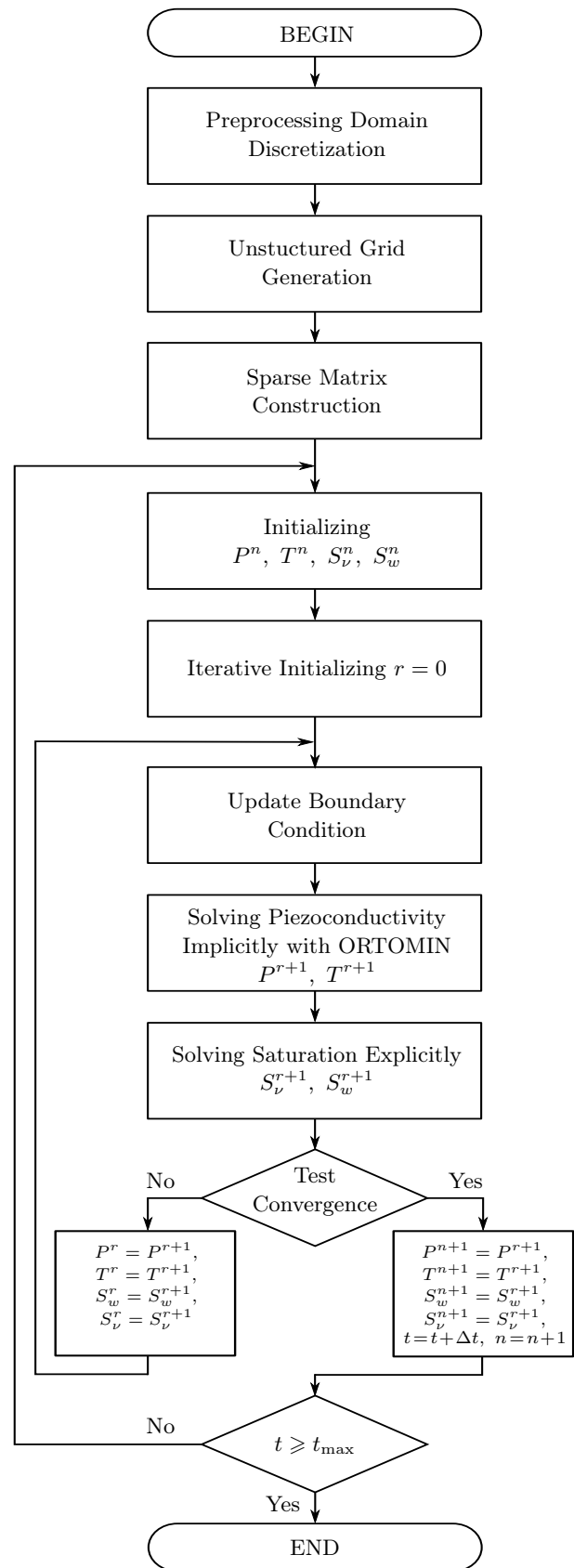


Рис. 2. Блок-схема алгоритма решения задачи

Fig. 2. Block diagram of the problem solving algorithm



личества алгебраических переменных в узлах сетки. Эти инструментальные средства в совокупности реализуют сеточные аппроксимации операций векторного анализа DIV и GRAD с учетом разноматериальных кусочно-разрывных фильтрационно-емкостных свойств осадочного бассейна.

Разработана структурно-динамическая технология формирования операций векторного анализа на нерегулярных сетках. Данная технология дает возможность не формировать семейство разностных операторов дивергентно-градиентного типа, присутствующих в численной модели в явном виде, выписывая формулы для матричных элементов, а собирать его по частям, используя реализованные в пакете структурно-динамические средства системы. Смысл этого подхода сводится к следующему. Инструментальными средствами системы организуются циклы по элементарным объектам сетки (ячейкам, узлам, базисам и т.д.). При этом на каждом конкретном элементарном объекте делается вклад сразу в несколько строк и столбцов формируемой матрицы разреженной структуры Йельского формата. Но матричные элементы формируются не до конца, и на каждом следующем элементарном объекте происходит прибавление вклада. Таким образом, лишь после завершения цикла по элементарным объектам сетки формируется оператор системы разностных уравнений.

Осуществлена программная реализация разработанных вычислительных алгоритмов, для чего используется язык Фортран. Проблемно-ориентированное приложение оснащено графическим пользовательским интерфейсом (GUI), предназначенным для визуализации и построения макросеток и реализованным на языках JavaScript, HyperText Markup Language (HTML) и формальном языке Cascading Style Sheets (CSS). Обработка полученных результатов расчетов и их визуализация осуществляется с применением языка программирования Python. Таким образом, представленное программное обеспечение формирует комплекс программ для решения вышеописанных задач.

GUI-интерфейс прост и интуитивно понятен в использовании. Он предоставляет следующие возможности: загрузка карты, создание и редактирование узлов на карте, выделение трех или четырех узлов в отдельные области (возможны общие ребра) с заданным материалом, создание и редактирование материалов, интерактивный режим увеличения и уменьшения карты, ребер и узлов, интерактивный режим перемещения узлов, возможность управления функциональностью посредством клавиатуры, выгрузка полученных данных в заданном формате, сохранение и загрузка работы. Отрисовка сетки происходит в векторном формате, что позволяет, не теряя качество, значительно приближать элементы сетки.

4.2. Проекты программного комплекса. Программный комплекс состоит из 4 проектов: Go1, Go2, Go3, Go4.

В Go1 строится нерегулярная сетка, определяются типы узлов (граничные, внутренние), материал ячейки. Происходит последующее дробление сетки с получением микроузлов. Затем целочисленное (пиксельное) представление геометрических объектов сетки переводится в его вещественный аналог для дальнейшего численного моделирования. Происходит дробление макросетки. Переопределяются данные новых внутренних узлов. Тип микроузлов выбирается начиная от минимального типа макроузлов на текущем ребре (если внутренняя часть попадает на границу). Далее на готовой сетке вычисляется метрический оператор, предполагающий расчет базисных объемов и матриц Грама в локальных базисах сетки с учетом анизотропии фильтрационных потоков в пористой среде.

В Go2 формируется физическая матрица задачи, включающая расчетные переменные модели (P , T , S_v и т.д.) в сеточных массивах начальных данных. Все данные записываются в файл, называемый управляющим блоком, где указывается время, шаг по времени, номер записи, число неизвестных, частота записи.

В Go3 располагается основной блок расчета физической задачи: пошаговый эволюционный расчет с расщеплением полной задачи по физическим процессам.

Проект Go4 отвечает за построение графиков и сопутствующих изображений.

4.3. Обозначения компонентов и структурное описание сетки. Сетка, состоящая из нерегулярных множеств треугольников и четырехугольников, описывается с помощью набора обозначений, определяющих ее структуру. На рис. 3 представлен пример с двумя треугольными и двумя четырехугольными ячейками, иллюстрирующий определения сокращений ее атрибутов. Различные цвета ячеек обо-

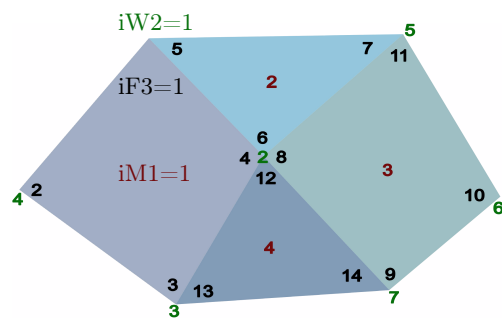


Рис. 3. Репрезентативный пример двумерной неструктурированной сетки

Fig. 3. A representative example of a two-dimensional unstructured grid

значают различные материалы внутри сеточной структуры. Эти материалы соответствуют различным фильтрационно-емкостным свойствам изучаемой среды. На рис. 3 зеленый цвет соответствует нумерации узлов iW2 (узлы с 1 по 7), красный — ячеек iM1 (ячейки с 1 по 4), черный — базисов iF3 (основания с 1 по 14).

4.4. Сжатая разреженная строка (матричный формат Йельского университета). Формат Compressed Sparse Row (CSR) [22] выделяется как высокоэффективный и предпочтительный метод представления разреженных матриц, демонстрирующий преимущества перед другими форматами, такими как Coordinate (COO) и Skyline [23]. CSR отличается эффективностью использования памяти, сохраняя только ненулевые элементы вместе с соответствующими индексами строк и столбцов. Этот подход радикально снижает требования к хранению по сравнению с COO, который хранит всю матрицу, включая нулевые значения. Кроме того, CSR способствует более быстрому умножению матрицы на вектор благодаря последовательному хранению ненулевых элементов, оптимизируя эффективность вычислений. Напротив, COO требует более сложных операций индексации. Формат CSR особенно выгоден в сценариях, где матрицы большие и разреженные, что способствует значительному увеличению использования памяти и скорости вычислений. По сравнению с форматом Skyline, CSR предлагает более универсальное и широко применимое решение, что делает его предпочтительным методом для представлений разреженных матриц в различных вычислительных задачах.

5. Численные расчеты. Построение нерегулярной сетки, аппроксимирующей сложную геологическую структуру и проведение вычислений на этой сетке. В качестве расчетного примера использована область, близкая по геологическому строению и коллекторским свойствам пород к залежи газовых гидратов в Южно-Китайском море, распределение проницаемостей для которой по вертикальному разрезу представлено на рис. 4, взятом из работы [16].

При этом предполагается, что в направлении, ортогональном разрезу, размеры области постоянны. С учетом анализа, проведенного в [16, 17], в данной работе исследуемая область делится на три слоя (верхний, средний и нижний), которые далее разбиваются на 35 более мелких сегментов с базовыми значениями проницаемостей (рис. 5. и табл. 1), в соответствии с которыми проводится математическое моделирование. Проницаемости верхнего, среднего и нижнего слоев имеют значения порядка 2.8, 1.8 и 5.8 соответственно. На рис. 5 пунктирная линия среднего слоя иллюстрирует начальное распределение газа в верхней части области (сегменты 1–18) и воды в ее нижней части (сегменты 19–35).

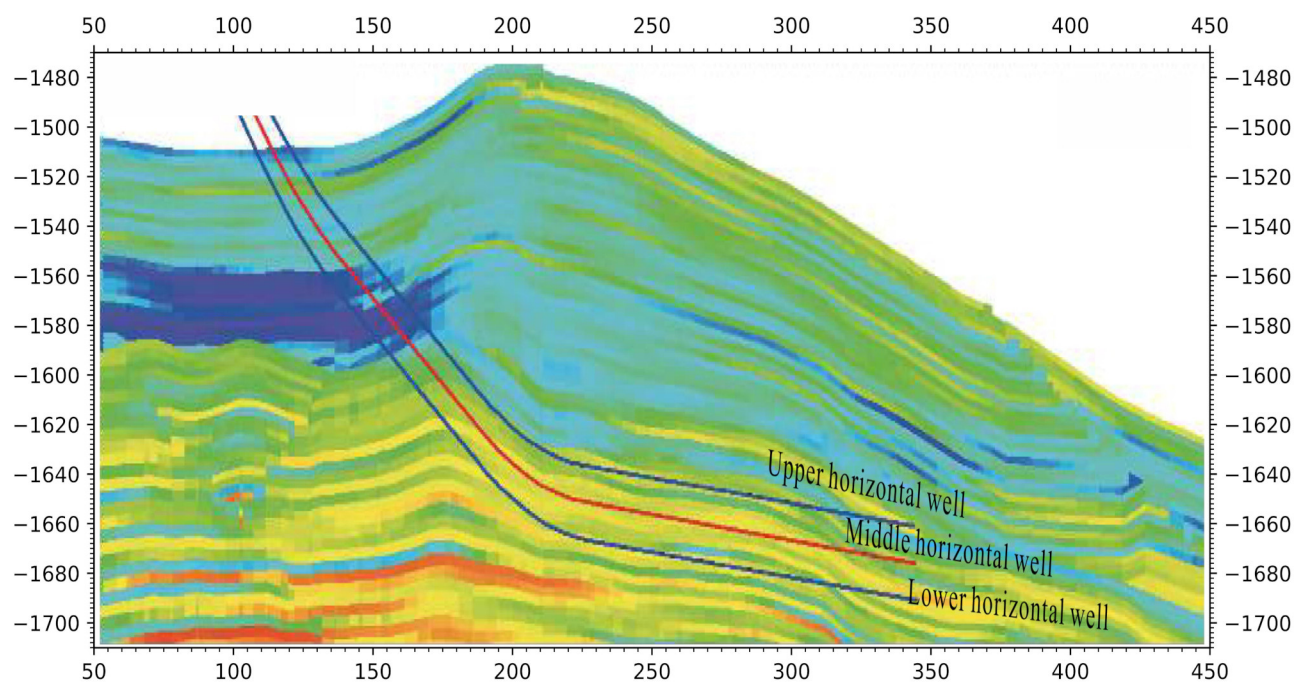


Рис. 4. Распределение проницаемостей по вертикальному разрезу [16]

Fig. 4. Permeability distribution along a vertical section [16]

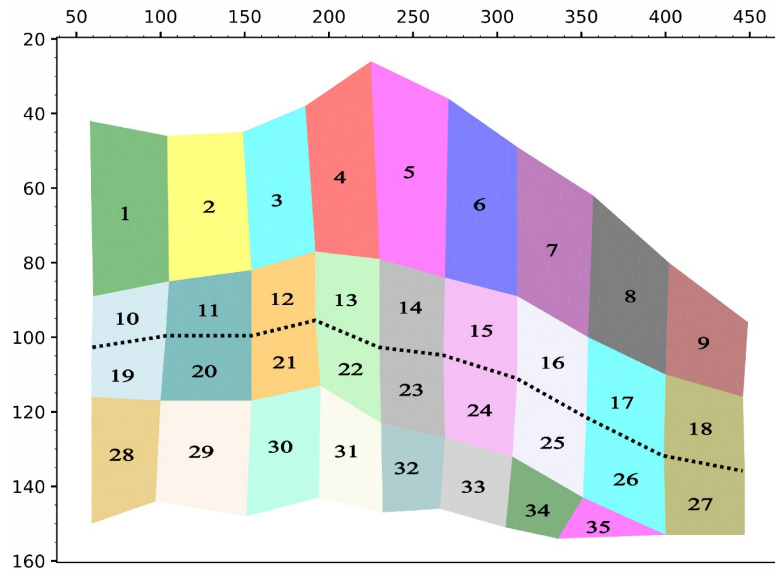


Рис. 5. Область с тремя слоями
 Fig. 5. Area with three layers

Таблица 1. Значения проницаемостей для ячеек
 Table 1. Permeability values for cells

Номер ячейки Cell number	Пористость Porosity	Абсолютная проницаемость Absolute permeability	Номер ячейки Cell number	Пористость Porosity	Абсолютная проницаемость Absolute permeability
1	0.35	2.60	14, 23	0.33	2.00
2	0.35	2.65	15, 24	0.33	1.95
3	0.35	2.70	16, 25	0.33	1.90
4	0.35	2.80	17, 26	0.33	1.85
5	0.35	3.00	18, 27	0.33	1.80
6	0.35	2.95	28	0.32	5.60
7	0.35	2.90	29	0.32	5.65
8	0.35	2.85	30	0.32	5.70
9	0.35	2.80	31	0.32	5.80
10, 19	0.33	1.60	32	0.32	6.00
11, 20	0.33	1.65	33	0.32	5.95
12, 21	0.33	1.70	34	0.32	5.90
13, 22	0.33	1.80	35	0.32	5.85

Вдоль каждого слоя наблюдается плавное изменение проницаемости. Для этой области в работе проведено численное моделирование трехфазной флюидодинамики осадочного бассейна с учетом газовых гидратов.

Функция $T_{dis}(P)$, определяющая условие фазового равновесия (5), задается в следующем виде (см. [24], где, однако, использовалась другая система единиц физических величин):

$$T = A(1 + \lg(10^{-6}P)) + B + 273.15, \tag{20}$$

где A, B — эмпирические параметры [24].

С помощью созданного программного комплекса построена нерегулярная расчетная сетка, аппроксимирующая исходную область. Выделены три слоя, каждый из которых разбит на большое количество яче-

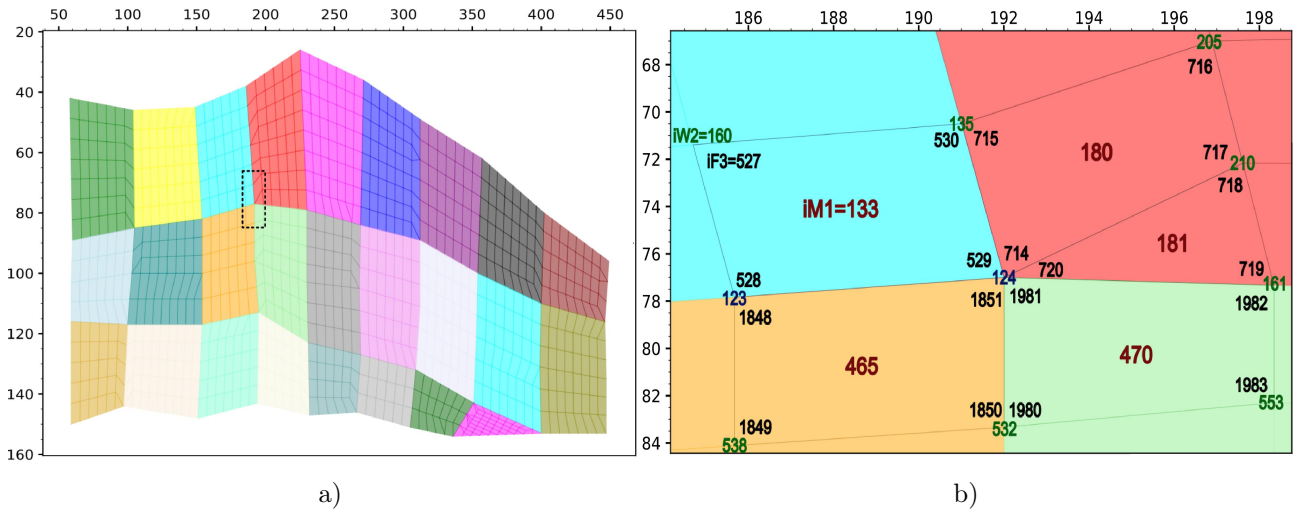


Рис. 6. Сеточная аппроксимация расчетной области: а) исходный размер; б) увеличенное изображение пунктирного прямоугольника

Fig. 6. Grid approximation of the computational domain: a) original size; б) the enlarged image of the dotted rectangle

ек (рис. 6 а). Цвета соответствуют кусочно-постоянной аппроксимации фильтрационно-емкостных свойств пород (пористости, типу материала, проницаемости). На рис. 6 б представлен увеличенный вид пунктирного прямоугольника из общей сетки. Эта визуализация крупным планом более подробно отображает геометрическую дискретизацию сеточных объектов. На ней показаны ячейки $iM1$ — красным, узлы $iW2$ — зеленым и базисы $iF3$ — черным цветами.

Поскольку разработанный программный комплекс учитывает много параметров, их включение должно проходить в несколько этапов. Существует ряд задач, в которых гравитация не учитывается или учитывается косвенно, например площадные задачи при слабой искривленности пласта [20]. В настоящей работе также производится расчет в пренебрежении силой тяжести. Моделируется сложный двумерный процесс, являющийся наложением двух квазиодномерных с физически ясными итогами, что позволяет оценить правильность получаемых результатов. В качестве начального условия берется неоднородное по оси y распределение давления, формально аналогичное гравитационному и охватывающее весь пласт. При этом в уравнениях гравитация не учитывается. Отбор задается на левой границе, что физически соответствует разлому. Это вызывает поток в направлении, близком к оси x .

В формализованном виде начальные и граничные условия представлены ниже.

1. Начальные условия.

Давление задается гидростатически во всей области:

$$P = P_0 + \rho_w g(y + \Delta h),$$

где P_0 — атмосферное давление, g — ускорение свободного падения, y — вертикальная координата узлов, Δh — расстояние от морского дна до поверхности водоема. Водонасыщенность зависит от вертикального положения в области относительно пунктирной линии, пересекающей ее среднюю часть (рис. 5). Таким образом

$$S_w = \begin{cases} S_{w0up}, & \text{сегменты} \in [1; 18], \\ S_{w0down}, & \text{сегменты} \in [19; 35], \end{cases}$$

где S_{w0up} , S_{w0down} — верхнее и нижнее начальные значения водонасыщенности. Растепленность равномерно распределена по всей области:

$$S_\nu = S_{\nu 0},$$

где $S_{\nu 0}$ — начальное значение растепленности.



2. Граничные условия.

На границах области (рис. 5) кроме ее правой нижней части заданы условия непротекания. В правом нижнем углу (сегменты 27 и 35) задается “водяная подошва” в виде фиксированных значений гидростатического давления P , температуры ($T_{\text{dis}}(P)$), водонасыщенности ($S_w = S_{w\text{max}}$) и растепленности ($S_\nu = S_{\nu 0}$). Вблизи левой границы области источниками q_w и q_g моделировалось наличие вертикальной трещины, осуществляющей отбор воды и газа в следующем виде: $q_w = \alpha \rho_w S_w (P - P_0)$, $q_g = \beta \rho_g (1 - S_w) (P - P_0)$, где α, β – некоторые константы, отражающие интенсивность воздействия трещины на среду осадочного бассейна.

Приняты следующие значения параметров задачи:

$$\begin{aligned} \rho_w &= 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, & \rho_\nu &= 910 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, & \rho_s &= 2800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, & \beta_w &= 0.9, & m &= 0.35, \\ \mu_w &= 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}, & \mu_g &= 1.4 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}, & M &= 0.016 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}, & R &= 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}, & A &= 19.9 \text{ К}, \\ B &= -28.5 \text{ К}, & S_{\nu 0} &= 0.3, & S_{w0\text{up}} &= 0.5, & S_{w0\text{down}} &= 0.8, & \alpha = \beta &= 10^{-10}, \\ P_0 &= 10^5 \text{ Па}, & \Delta h &= 1550.0 \text{ м}, & k(S_\nu) &= k_0 \cdot (S_\nu)^3, & k_0 &= 10 \text{ мД} = 10^{-14} \text{ м}^2, \\ & & & & k_{rw}(S_w) &= 1.477S_w^5 - 1.587S_w^6 + 1.11S_w^7 - 0.0473, & k_{rg}(S_w) &= 1.044 - 1.7S_w + 0.6S_w^2. \end{aligned}$$

Минимальное значение водонасыщенности составляет $S_{w\text{min}} = 0.55$:

$$k_{rw}(S_w) = 0, \quad k_{rg}(S_w) = k_{rg}(S_{w\text{min}}) \quad \text{для } S_w \leq S_{w\text{min}}.$$

Максимальное значение водонасыщенности составляет $S_{w\text{max}} = 0.9$:

$$k_{rw}(S_w) = k_{rw}(S_{w\text{max}}), \quad k_{rg}(S_w) = 0 \quad \text{для } S_w \geq S_{w\text{max}}.$$

Расчет проводился с переменным шагом по времени до моментов времени $t = 887437$ с. Начальный шаг составлял $\tau = 100$ с и изменялся в соответствии с количеством итераций в методе Ньютона. На рис. 7 и 8 показаны области P и S_w в начальный момент. На рис. 9–12 показано развитие процесса.

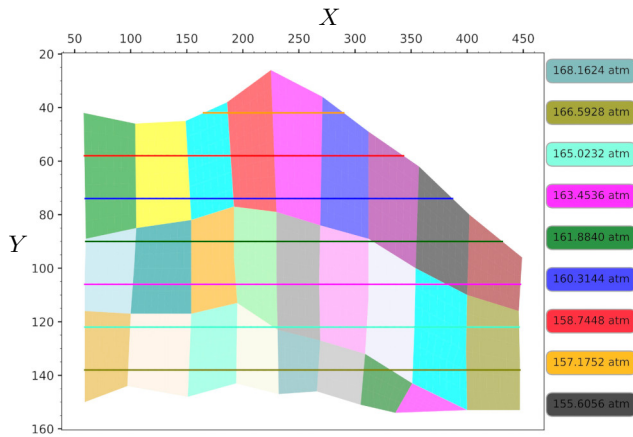


Рис. 7. Давление P в начальный момент (1 atm = 101325 Па). Контурные линии отражают распределение гидростатического давления

Fig. 7. Pressure P at the initial moment (1 atm = 101325 Pa). The contour lines demonstrate the distribution of hydrostatic pressure

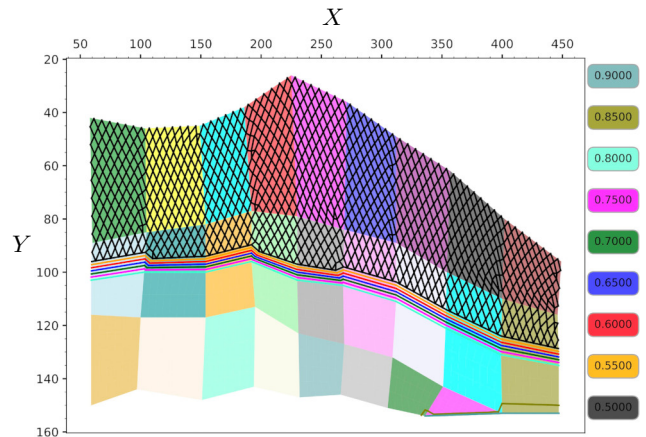


Рис. 8. Водонасыщенность S_w в начальный момент.

В верхней части области, представленной с использованием сетки в виде параллелограммов, значение водонасыщенности составляет 0.5000. В нижнем правом углу показана линия уровня с фиксированным значением $S_w = 0.8500$

Fig. 8. Water saturation S_w at the initial moment. At the top of the area, represented using a parallelogram grid, the water saturation value is 0.5000. In the lower right corner there is a level line with the fixed value $S_w = 0.8500$

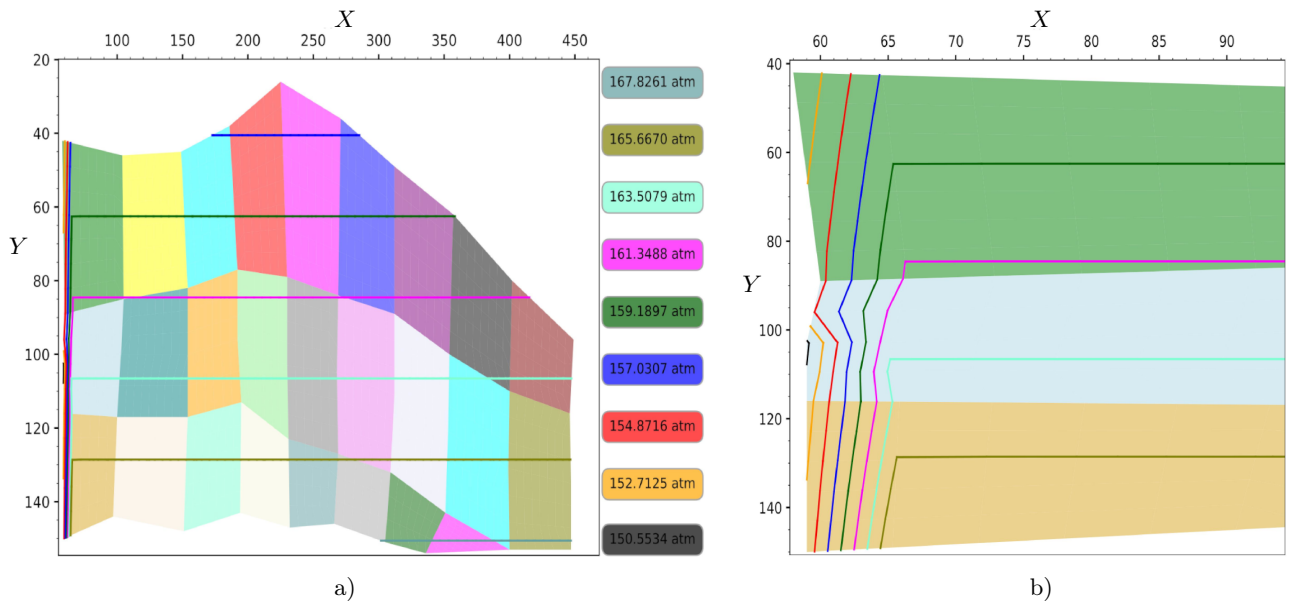


Рис. 9. Давление, отражающее депрессионный отбор воды и газа вертикальной трещиной вблизи левой границы в момент времени $t = 6.25$ с ($1 \text{ atm} = 101325 \text{ Па}$): а) исходный размер; б) увеличенное изображение вблизи левой границы

Fig. 9. Pressure reflecting depressional withdrawal of water and gas by a vertical crack near the left boundary at time $t = 6.25$ s ($1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$): a) original size; b) the enlarged image near the left boundary

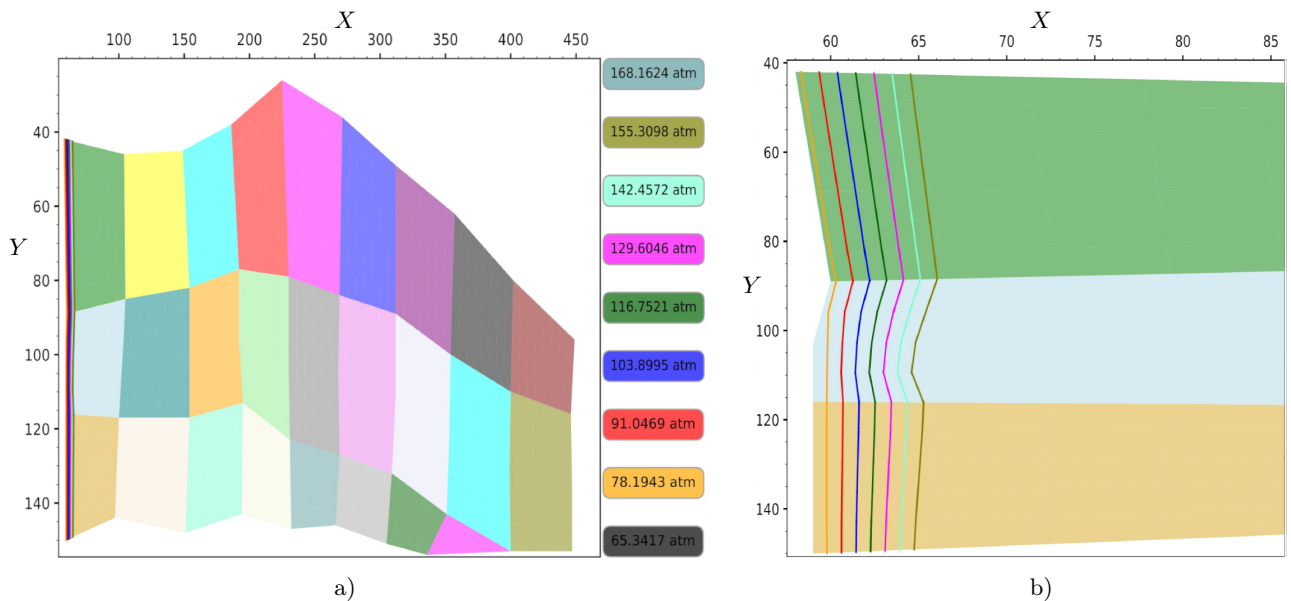


Рис. 10. Депрессионное давление в момент времени $t = 250$ с ($1 \text{ atm} = 101325 \text{ Па}$): а) исходный размер; б) увеличенное изображение вблизи левой границы

Fig. 10. Depression pressure at the moment $t = 250$ s ($1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$): a) original size; b) the enlarged image near the left boundary

Поскольку интенсивность отбора задана высокой, а проницаемость мала, вблизи стока возникают сильные перепады давления по оси X , которые уже в начальные моменты времени становятся значительно больше перепадов давления по оси Y , обусловленных начальными условиями. Изменение давления при малых временах показано на рис. 9 и 10.

Дальнейшее развитие процесса представлено на рис. 11 и 12, где изображены распределения давления (рис. 11 а), температуры (рис. 11 б), водонасыщенности (рис. 12 а) и растепленности (рис. 12 б) для моментов времени $t = 12437, 124937, 887437$ с.

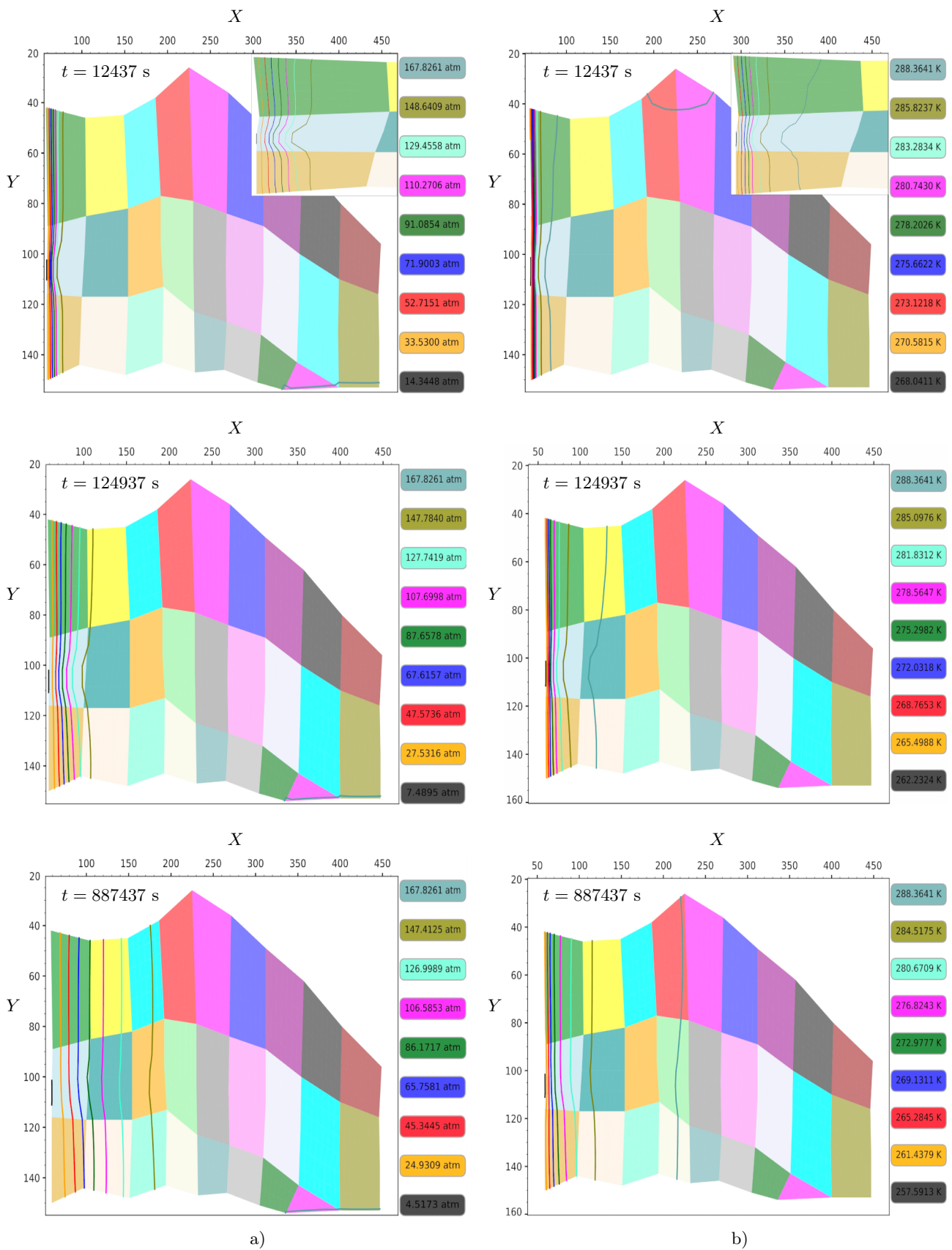


Рис. 11. Распределение а) давления P ($1 \text{ atm} = 101325 \text{ Па}$) и б) температуры T в моменты времени 12437, 124937, 887437 с

Fig. 11. a) Pressure P ($1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$) and b) temperature T distributions at times 12437, 124937, 887437 s

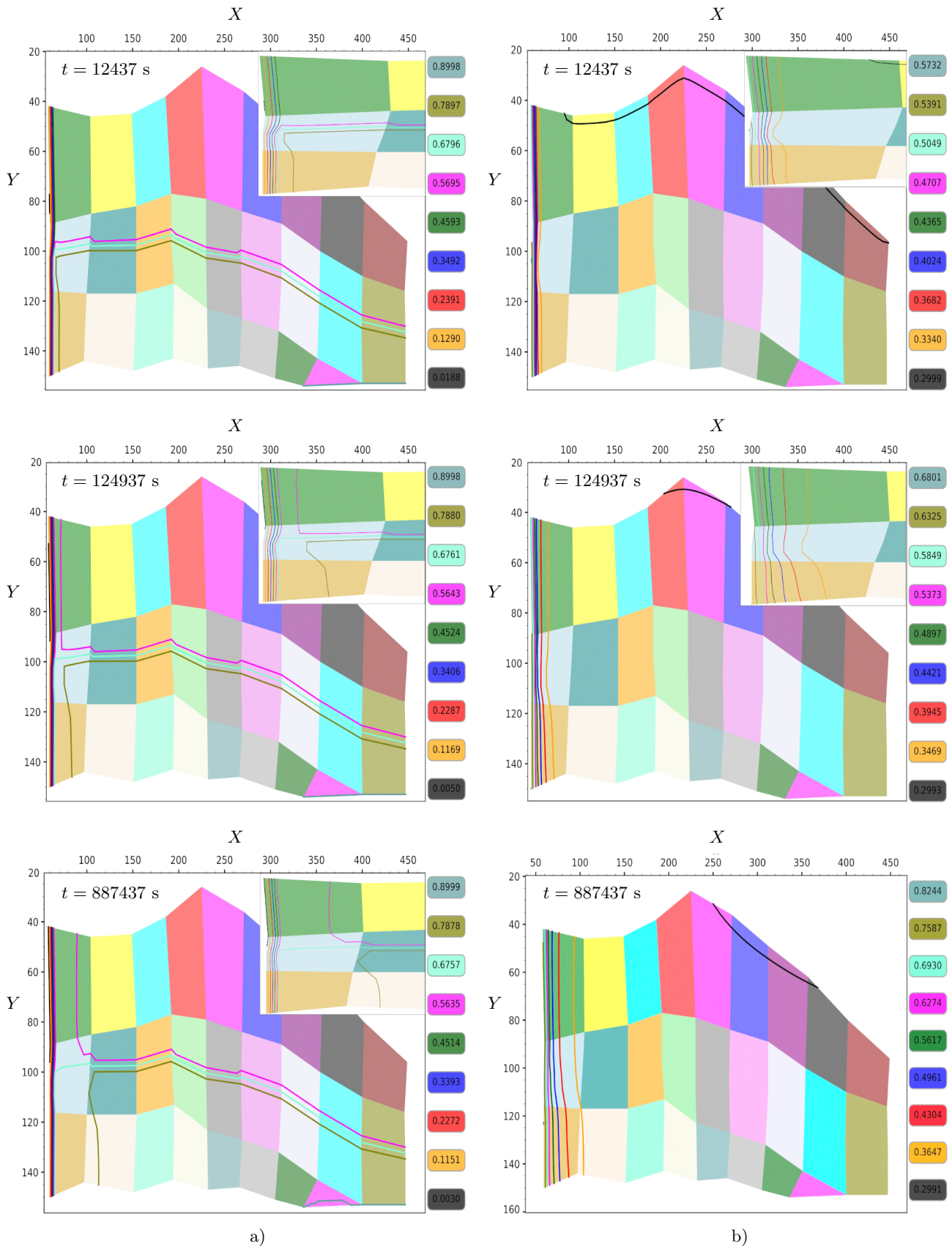


Рис. 12. Распределение а) водонасыщенности S_w и б) растепленности S_v в моменты времени 12437, 124937, 887437 с

Fig. 12. a) Water saturation S_w and b) thawing S_v distributions at times 12437, 124937, 887437 s



Из рисунков видно, что происходит значительное общее падение пластового давления. Течение в основном направлено вдоль оси X . Высокие градиенты давления и связанной с ним функциональной зависимостью (7) температуры сначала концентрируются в окрестности стока, а затем постепенно распространяются вглубь пласта. То же самое, с несколько меньшей скоростью, происходит с водонасыщенностью и растепленностью.

6. Заключение. В работе представлено численное моделирование флюидодинамического процесса двухкомпонентной трехфазной диссоциации газовых гидратов в пористой среде осадочных бассейнов литологически сложной структуры. Для решения рассматриваемой задачи на основе метода опорных операторов были разработаны и программно реализованы эффективные вычислительные алгоритмы, выделяющие гиперболическую (для переноса водо- и гидратонасыщенностей) и пьезопроводно-диссипативную части задачи. В работе представлен оригинальный комплекс программ, инструментальные средства которого предназначены для решения поставленной задачи с помощью метода опорных операторов на сетках нерегулярной структуры. Численное решение модельной задачи с осадочным бассейном в Южно-Китайском море демонстрирует применимость разработанного алгоритма в практически значимом диапазоне пластовых параметров. Результаты этого исследования позволяют решать сложные задачи математической физики, используя разработанные алгоритмы на основе явных и неявных схем численного решения, хорошо адаптируемые и применимые для вычислений с крупным временным шагом.

Список литературы

1. Гудзенко В.Т., Вареничев А.А., Громова М.П. Газогидраты. Информационно-аналитический обзор // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. 2016. № 5. 39–68.
2. Матвеева Т.В. Образование гидратов углеводородных газов в субаквальных обстановках // Мировой океан. Т. 3: Твердые полезные ископаемые и газовые гидраты в океане (глава 10). М.: Научный мир, 2018. 586–697.
3. Chong Z.R., Yang S.H.B., Babu P., et al. Review of natural gas hydrates as an energy resource: prospects and challenges // Applied Energy. 2016. 162. 1633–1652. doi 10.1016/j.apenergy.2014.12.061.
4. Pang X.-Q., Jia C.-Z., Chen Z.-X., et al. Reduction of global natural gas hydrate (NGH) resource estimation and implications for the NGH development in the South China Sea // Petroleum Science. 2022. 19, N 1. 3–12. doi 10.1016/j.petsci.2021.12.006.
5. Бых С.Ш., Макогон Ю.Ф., Фомина В.И. Газовые гидраты. М.: Химия, 1980.
6. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. М.: Недра, 1993.
7. Повещенко О.Ю., Гасилова И.В., Галигузова И.И., Дорофеева Е.Ю., Ольховская О.Г., Казакевич Г.И. Об одной модели флюидодинамики в пористой среде, содержащей газогидраты // Математическое моделирование. 2013. 25, № 10. 32–42.
8. Poveshchenko Yu., Rahimly P., Rahimly O., Podryga V., Gasilova I. A numerical approach to study the thermal influence on gas hydrates by physical process splitting // International Journal of Numerical Analysis and Modeling. 2020. 17, N 3. 404–433.
9. Alekseeva N., Podryga V., Rahimly P., Coffin R., Pecher I. Mathematical modeling of gas hydrates dissociation in porous media with water–ice phase transformations using differential constraints // Mathematics. 2022. 10, N 19. 3470–3489. doi 10.3390/math10193470.
10. Рагимли П.И., Повещенко Ю.А., Рагимли О.Р., Подрыга В.О., Казакевич Г.И., Гасилова И.В. Использование расщепления по физическим процессам для моделирования диссоциации газовых гидратов // Математическое моделирование. 2017. 29, № 7. 133–144.
11. Бакир А.Э., Повещенко Ю.А., Подрыга В.О., Рагимли П.И. Пространственная фильтрационная модель гидратосодержащих сред с неклассическим законом движения. Препринт № 10. М.: ИПМ им. М.В.Келдыша, 2024. doi 10.20948/prepr-2024-10.
12. Бакир А.Э., Повещенко Ю.А., Подрыга В.О., Рагимли П.И. Об одной пространственной фильтрационной модели с неклассическим законом движения в гидратосодержащей среде // Математическое моделирование. 2024. 36, № 2. 77–98. doi 10.20948/mm-2024-02-05.
13. Самарский А.А., Тишкин В.Ф., Фаворский А.П., Шашков М.Ю. Использование метода опорных операторов для построения разностных аналогов операций тензорного анализа // Дифференц. уравнения. 1982. 18, № 7. 1251–1256.
14. Lipnikov K., Manzini G., Shashkov M. Mimetic finite difference method // Journal of Computational Physics. 2014. 257, Part B. 1163–1227. doi 10.1016/j.jcp.2013.07.031.

15. Самарский А.А., Колдоба А.В., Повещенко Ю.А., Тишкин В.Ф., Фаворский А.П. Разностные схемы на нерегулярных сетках. Минск: Критерий, 1996.
16. Ye J.-L., Qin X.-W., Xie W.-W., et al. The second natural gas hydrate production test in the South China Sea // *China Geol.* 2020. **3**, N 2. 197–209. doi 10.31035/cg2020043.
17. Ma X., Sun Y., Liu B., et al. Numerical study of depressurization and hot water injection for gas hydrate production in China's first offshore test site // *Journal of Natural Gas Science and Engineering.* 2020. **83**. Article ID 103530. doi 10.1016/j.jngse.2020.103530.
18. Su H., Wang D., Zhang P., et al. A new method to calculate the relative permeability of oil and water in tight oil reservoirs by considering the nonlinear flow // *Geofluids.* 2022. **2022**. Article ID 9450967. doi 10.1155/2022/9450967.
19. Бондарев Э.А., Бабе Г.Д., Гройсман А.Г., Каниболотский М.А. Механика образования гидратов в газовых потоках. Новосибирск: Наука, 1976.
20. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004.
21. Хейгеман Л., Янг Д. Прикладные итерационные методы. М.: Мир, 1986.
22. Buluç A., Fineman J.T., Frigo M., et al. Parallel sparse matrix-vector and matrix-transpose-vector multiplication using compressed sparse blocks // *Proc. 21st Annual ACM Symposium on Parallelism in Algorithms and Architectures.* Calgary, Canada, August 11, 2009. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:2762299>. Cited May 1, 2024.
23. Саад Ю. Итерационные методы для разреженных линейных систем. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2013.
24. Гриценко А.И., Алиев З.С., Ермилов О.М., Ремизов В.В., Зотов Г.А. Руководство по исследованию скважин. М.: Наука, 1995.

Поступила в редакцию
16 апреля 2024 г.

Принята к публикации
22 апреля 2024 г.

Информация об авторе

Ахмед Эльсаид Бакир — аспирант; Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Институтский пер., 9, 141701, Долгопрудный, Российская Федерация.

References

1. V. T. Gudzenko, A. A. Varenichev, and M. P. Gromova, “Gas Hydrates. Information and Analytical Review,” *Geology, Geophysics and Development of Oil and Gas Fields.* No. 5, 39–68 (2016) [in Russian].
2. T. V. Matveeva, *Formation of Hydrocarbon Gas Hydrates in Subaquatic Environments.* in *World Ocean*, Vol. 3: *Solid Minerals and Gas Hydrates in the Ocean* (Nauchnyi Mir, Moscow, 2018), pp. 586–697 [in Russian].
3. Z. R. Chong, S. H. B. Yang, P. Babu, et al., “Review of Natural Gas Hydrates as an Energy Resource: Prospects and Challenges,” *App. Energy* **162**, 1633–1652 (2016). doi 10.1016/j.apenergy.2014.12.061.
4. X.-Q. Pang, C.-Z. Jia, Z.-X. Chen, et al., “Reduction of Global Natural Gas Hydrate (NGH) Resource Estimation and Implications for the NGH Development in the South China Sea,” *Pet. Sci.* **19** (1), 3–12 (2022). doi 10.1016/j.petsci.2021.12.006.
5. S. Sh. Byk, Yu. F. Makogon, and V. I. Fomina, *Gas Hydrates* (Khimiya, Moscow, 1980) [in Russian].
6. K. S. Basniev, I. N. Kochina, and V. M. Maksimov, *Underground Hydromechanics* (Nedra, Moscow, 1993) [in Russian].
7. O. Ju. Poveschenko, I. V. Gasilova, I. I. Galiguzova, et al., “A Fluid Dynamics Model for a Porous Media, Containing Gas Hydrate Deposits,” *Mat. Model.* **25** (10), 32–42 (2013).
8. Yu. Poveshchenko, P. Rahimly, O. Rahimly, et al., “A Numerical Approach to Study the Thermal Influence on Gas Hydrates by Physical Process Splitting,” *Int. J. Numer. Anal. Model.* **17** (3), 404–433 (2020).
9. N. Alekseeva, V. Podryga, P. Rahimly, et al., “Mathematical Modeling of Gas Hydrates Dissociation in Porous Media with Water–Ice Phase Transformations Using Differential Constrains,” *Mathematics.* **10** (19), 3470–3489 (2022). doi 10.3390/math10193470.
10. P. I. Rahimly, Yu. A. Poveshchenko, O. R. Rahimly, et al., “The Use of Splitting with Respect to Physical Processes for Modeling the Dissociation of Gas Hydrates,” *Mat. Model.* **29** (7), 133–144 (2017) [Math. Models Comput. Simul. **10** (1), 69–78 (2018)]. doi 10.1134/S2070048218010118.



11. A. E. Bakeer, Yu. A. Poveshchenko, V. O. Podryga, and P. I. Rahimly, *Spatial Filtration Model of Hydrate-containing Media with a Non-classical Law of Motion*, Preprint No. 10 (Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, 2024) [in Russian]. https://keldysh.ru/papers/2024/prep2024_10.pdf. Cited May 1, 2024. doi 10.20948/prep-r-2024-10.
12. A. E. Bakeer, Yu. A. Poveshchenko, V. O. Podryga, and P. I. Rahimly, “About One Spatial Filtration Model with a Non-classical Law of Motion in a Hydrate-containing Medium,” *Mat. Model.* **36** (2), 77–98 (2024). doi 10.20948/mm-2024-02-05.
13. A. A. Samarskii, V. F. Tishkin, A. P. Favorsky, and M. Yu. Shashkov, “Use of the Support Operator Method for Constructing Difference Analogues of Operations of Tensor Analysis,” *Differ. Uravn.* **18** (7), 1251–1256 (1982).
14. K. Lipnikov, G. Manzini, and M. Shashkov, “Mimetic Finite Difference Method,” *J. Comput. Phys.* **257**, Part B, 1163–1227 (2014). doi 10.1016/j.jcp.2013.07.031.
15. A. A. Samarskii, A. V. Koldoba, Yu. A. Poveshchenko, et al., *Difference Schemes on Irregular Grids* (Kriterii, Minsk, 1996) [in Russian].
16. J.-L. Ye, X.-W. Qin, W.-W. Xie, et al., “The Second Natural Gas Hydrate Production Test in the South China Sea,” *China Geol.* **3** (2), 197–209 (2020). doi 10.31035/cg2020043.
17. X. Ma, Y. Sun, B. Liu, et al., “Numerical Study of Depressurization and Hot Water Injection for Gas Hydrate Production in China’s First Offshore Test Site,” *J. Nat. Gas Sci. Eng.* **83**, Article ID 103530 (2020). doi 10.1016/j.jngse.2020.103530.
18. H. Su, D. Wang, P. Zhang, et al., “A New Method to Calculate the Relative Permeability of Oil and Water in Tight Oil Reservoirs by Considering the Nonlinear Flow,” *Geofluids.* **2022**, Article ID 9450967 (2022). doi 10.1155/2022/9450967.
19. E. A. Bondarev, G. D. Babe, A. G. Groysman, and M. A. Kanibolotskiy, *Mechanics of Hydrate Formation in Gas Flows* (Nauka, Novosibirsk, 1976) [in Russian].
20. K. Aziz and A. Settari, *Petroleum Reservoir Simulation* (Applied Science Publ., London, 1979; Inst. Komp’yut. Issled., Moscow–Izhevsk, 2004).
21. L. A. Hageman and D. M. Young, *Applied Iterative Methods* (Academic Press, New York, 1981; Mir, Moscow, 1986).
22. A. Buluç, J. T. Fineman, M. Frigo, et al., “Parallel Sparse Matrix-Vector and Matrix-Transpose-Vector Multiplication Using Compressed Sparse Blocks,” in *Proc. 21st Annual ACM Symposium on Parallelism in Algorithms and Architectures, Calgary, Canada, August 11, 2009*. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:2762299> Cited May 1, 2024.
23. Y. Saad, *Iterative Methods for Sparse Linear Systems* (SIAM, Philadelphia, 2003; Mosk. Gos. Univ., Moscow, 2013). doi 10.1137/1.9780898718003.
24. A. I. Gritsenko, Z. S. Aliev, O. M. Ermilov, et al., *Well Testing Guide* (Nauka, Moscow, 1995) [in Russian].

Received
 April 16, 2024

Accepted for publication
 April 22, 2024

Information about the author

Ahmed E. Bakeer — postgraduate; Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Institutskiy pereulok, 9, 141701, Dolgoprudny, Russian Federation.