



doi 10.26089/NumMet.v27r211

УДК 517.6;
533.9;
532.5

Сопряженное численное моделирование гидродинамических и электромагнитных процессов в горелке спектрометра с индуктивно-связанной плазмой

А. С. Мельников

Казанский национальный исследовательский технический университет имени А. Н. Туполева (КАИ),
кафедра лазерных и аддитивных технологий,
Казань, Российская Федерация

ORCID: 0000-0003-2406-5442, e-mail: ASMelnikov@kai.ru

А. Х. Гильмутдинов

Казанский национальный исследовательский технический университет имени А. Н. Туполева (КАИ),
кафедра лазерных и аддитивных технологий,
Казань, Российская Федерация

ORCID: 0000-0001-9383-6007, e-mail: Albert.Gilmutdinov@kai.ru

Аннотация: В исследовании представлен сопряженный подход к трехмерному численному моделированию индуктивно-связанной плазмы в горелке спектрометра, основанный на совместном решении задач гидродинамики и электродинамики. Для этого в программной среде ANSYS Fluent был разработан пользовательский модуль, осуществляющий расчет электромагнитных полей в терминах магнитного и электрического потенциалов и их сопряжение с уравнениями гидродинамики и теплопереноса. Проведена верификация алгоритма электромагнитного модуля на тестовой задаче, продемонстрировавшая совпадение с аналитическим решением с погрешностью менее 2%. Анализ результатов моделирования позволил установить влияние тангенциальной подачи газа и электромагнитных сил на формирование пространственно-неоднородной структуры плазменного факела и выявить механизм возникновения возвратных вихревых течений. Выявленные эффекты демонстрируют качественное соответствие экспериментальным данным. Разработанный вычислительный модуль открывает возможности для целенаправленной оптимизации конструктивных и режимных параметров плазмотронов, используемых в аналитической химии и материаловедении.

Ключевые слова: численное моделирование, индуктивно-связанная плазма, газовая динамика, турбулентное течение, горелка Фассела, аналитическая спектрометрия, магнитный векторный потенциал.

Для цитирования: Мельников А.С., Гильмутдинов А.Х. Сопряженное численное моделирование гидродинамических и электромагнитных процессов в горелке спектрометра с индуктивно-связанной плазмой // Вычислительные методы и программирование. 2026. 27, № 2. 151–171. doi 10.26089/NumMet.v27r211.



Coupled numerical modeling of gas-dynamic and electromagnetic processes in an inductively coupled plasma spectrometer torch

Anton S. Melnikov

Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev (KAI),
Department of Laser and Additive Technologies,
Kazan, Russia

ORCID: 0000-0003-2406-5442, e-mail: ASMelnikov@kai.ru

Albert Kh. Gilmudtinov

Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev (KAI),
Department of Laser and Additive Technologies,
Kazan, Russia

ORCID: 0000-0001-9383-6007, e-mail: Albert.Gilmudtinov@kai.ru

Abstract: The study presents a coupled approach to three-dimensional numerical modeling of inductively coupled plasma in a spectrometer torch, based on the simultaneous solution of hydrodynamics and electrodynamics problems. For this purpose, a user-defined module was developed in the ANSYS Fluent software environment, which calculates electromagnetic fields in terms of magnetic and electric potentials and couples them with hydrodynamics and heat transfer equations. The electromagnetic module algorithm was verified on a test problem, demonstrating agreement with the analytical solution with an error of less than 2%. Analysis of the simulation results revealed the influence of tangential gas supply and electromagnetic forces on the formation of a spatially inhomogeneous structure of the plasma torch and identified the mechanism of reverse vortex flows. The observed effects demonstrate qualitative agreement with experimental data. The developed computational module opens up opportunities for targeted optimization of the design and operational parameters of plasma torches used in analytical chemistry and materials science.

Keywords: numerical simulation, inductively coupled plasma, gas dynamics, turbulent flow, Fassel torch, analytical spectrometry, magnetic vector potential.

For citation: A. S. Melnikov and A. Kh. Gilmudtinov, “Coupled numerical modeling of gas-dynamic and electromagnetic processes in an inductively coupled plasma spectrometer torch,” *Numerical Methods and Programming*. 27 (2), 151–171 (2026). doi 10.26089/NumMet.v27r211.

1. Введение. Спектральные методы исследования с индуктивно-связанной плазмой (ИСП), такие как масс-спектрометрия (ИСП-МС) и оптическая эмиссионная спектрометрия (ИСП-ОЭС), стали стандартом в элементном анализе веществ благодаря высокой чувствительности и широкому динамическому диапазону измерений [1] и широко применяются в аналитической химии, материаловедении, экологическом мониторинге и других областях.

Одним из важнейших условий получения достоверных и воспроизводимых результатов с помощью данных методов является стабильность горения плазменного факела и характеристики ИСП, которые, в свою очередь, определяются сложным взаимодействием гидродинамических и электромагнитных процессов, происходящих в горелке спектрометра. В ИСП-плазмотронах такой характер подачи защитного газового потока применяется прежде всего для эффективного охлаждения стенок горелки и стабилизации разряда. В осесимметричном приближении закрутка может способствовать упорядочиванию течения, однако в условиях сильного радиального градиента температуры она приводит к формированию вихревых структур и локальных зон рециркуляции. Одновременно с этим высокочастотное электромагнитное поле порождает в ИСП вихревые токи, которые вызывают джоулев нагрев и силу Лоренца, меняющую структуру течения.

Исследованию гидродинамических и электромагнитных процессов в ИСП посвящено значительное количество работ. В работах Линднера и др. [2, 3] представлена численная модель ИСП-ОЭС, с помо-



пью которой выявлено наличие вихревых структур в области индуктора, влияющих на эффективность переноса аналита в плазме.

В обзорной статье Богартс и Агаи [4] обобщены результаты многолетних исследований по моделированию ИСП–МС. В основе подходов лежит двумерная осесимметричная модель, реализованная в программном комплексе ANSYS Fluent, с помощью которой исследовано влияние расходов газа, мощности, диаметров инжектора и сэмплера, а также размера частиц на испарение, ионизацию и эффективность переноса ионов меди к сэмплеру, что позволило определить оптимальные условия для аналитических применений.

В работе Ниу и др. [5] выполнено трехмерное численное моделирование плазмотрона ИСП в программном комплексе COMSOL. Результаты исследования демонстрируют тороидальный характер распределения температурного поля, который объясняется скин-эффектом.

Значительный интерес представляет работа Алави и Мостагами [6], посвященная разработке конической горелки для ИСП. С использованием осесимметричной 2D-модели в ANSYS Fluent, учитывающей уравнения Навье–Стокса, тепло- и массопереноса, и уравнений электромагнетизма, а также экспериментальных методов авторами показано, что коническая геометрия кварцевой горелки позволяет существенно снизить расход аргона при сохранении эффективности охлаждения стенок.

Большинство существующих математических моделей ИСП, как правило, либо ограничены только гидродинамическим описанием, либо используют упрощенные осесимметричные или двумерные приближения для электромагнитных процессов, что не позволяет корректно описать пространственную структуру электромагнитного поля и ее влияние на плазменный факел. Основная причина ограничений состоит в высокой вычислительной сложности совместного решения уравнений Максвелла и Навье–Стокса в трехмерной постановке, особенно с учетом турбулентности и нелинейных свойств плазмы. В частности, нелинейная зависимость электропроводности плазмы от температуры и обратное влияние силы Лоренца на гидродинамику делают такое совместное решение необходимым для корректного описания процессов в ИСП.

Целью данной работы является разработка и верификация математической модели гидродинамических и электромагнитных процессов в горелке ИСП, а также ее применение для исследования пространственной асимметрии и оценки стабильности плазменного факела, а также механизмов формирования возвратных вихревых течений под действием электромагнитного поля. Для этого предлагается сопряженный подход, сочетающий трехмерную модель газовой динамики с оригинальным электромагнитным решателем на основе пользовательских функций в ANSYS Fluent (лицензия КНИТУ–КАИ). Новизна предлагаемого подхода заключается в трехмерной постановке задачи с учетом реальной геометрии индукционной катушки без симметричных упрощений, реализации двусторонней связи электромагнитного поля и гидродинамики (джоулев нагрев, сила Лоренца) в рамках разработанного модуля, а также в выявлении на основе этой модели пространственной асимметрии плазменного факела и механизма возвратных вихревых течений под действием электромагнитного поля. Данная работа является развитием предыдущего исследования авторов [7], в котором на основе гидродинамической модели были исследованы структура течений и механизмы формирования вихрей. В данной работе с использованием разработанной модели выявлена пространственная асимметрия плазменного факела и определен механизм возвратных вихревых течений под действием электромагнитного поля.

2. Методология и описание модели.

2.1. Физическая модель и основные уравнения.

§ 2.1.1. Уравнения электродинамики. Моделирование электромагнитных процессов в ИСП основано на решении системы уравнений Максвелла, описывающих взаимосвязь электрического и магнитного полей с зарядами и токами. В дифференциальной форме уравнения записываются следующим образом:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (1)$$

где ∇ — оператор набла, \mathbf{H} — напряженность магнитного поля (А/м), \mathbf{J} — плотность электрического тока, связанного со свободными зарядами (А/м²), \mathbf{D} — вектор электрической индукции (Кл/м²), t — переменная времени (с),

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2)$$

где \mathbf{E} — напряженность электрического поля (В/м), \mathbf{B} — магнитная индукция (Тл),

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_c, \quad (4)$$

где ρ_c — объемная плотность электрического заряда (Кл/м³).

Для замыкания системы уравнений (1)–(4) необходимы материальные уравнения, связывающие электромагнитное поле со свойствами среды:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}, \quad (5)$$

где μ_0 — магнитная постоянная (Гн/м), μ — магнитная проницаемость,

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E},$$

где ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), ε — диэлектрическая проницаемость.

Обобщенный закон Ома в дифференциальной форме описывает связь плотности тока с напряженностью электрического поля:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \quad (6)$$

где σ — электропроводность (См).

Используя теорему Гельмгольца о разложении векторного поля на сумму вихревого и потенциального полей, плотность магнитного потока и напряженность электрического поля можно выразить через магнитный векторный потенциал \mathbf{A} (Тл·м) и электрический скалярный потенциал φ (В) соответственно следующим образом:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (7)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi. \quad (8)$$

Используя выражение (8), перепишем закон Ома (6) для полного тока в системе через введенные потенциалы:

$$\mathbf{J} = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \nabla \varphi. \quad (9)$$

Здесь правую часть можно представить как сумму отдельных компонент: $\mathbf{J}_e = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$ — плотность вихревого (индукционного) тока в проводящей среде (А/м²), а $\mathbf{J}_p = -\nabla \varphi$ — плотность потенциального тока (тока источника), создаваемого напряжением, приложенным к концам индуктора (А/м²) [8]. В выражении для \mathbf{J}_e пренебрегаем влиянием движения плазмы на электромагнитное поле, что справедливо при малом магнитном числе Рейнольдса и является общепринятым упрощением в магнитогидродинамике [9]. Также важно отметить допущение о слабом изменении проводимости σ в пространстве, что справедливо для плазмы, где градиенты σ не превышают характерных масштабов изменения поля, и однородного материала внутри индуктора.

Выразим напряженность магнитного поля через потенциал \mathbf{A} , подставив материальное уравнение (5) в выражение (7):

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0 \mu} (\nabla \times \mathbf{A}).$$

Поскольку ток смещения пренебрежимо мал по сравнению с током проводимости, слагаемым $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ в правой части уравнения (1) можно пренебречь [10]. Подставим выражение (7) в (1), где в правой части останется только плотность полного тока (9):

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0 \mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \nabla \varphi. \quad (10)$$

Используя векторное тождество $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$, преобразуем левую часть уравнения (10):

$$\frac{1}{\mu_0 \mu} (\nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}) = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \nabla \varphi. \quad (11)$$



В соответствии с кулоновской калибровкой векторного потенциала для обеспечения единственности решения вводится дополнительное условие $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ [11], и тогда уравнение (11) принимает вид

$$-\frac{1}{\mu_0\mu}\Delta\mathbf{A} = -\sigma\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} - \sigma\nabla\varphi$$

или

$$\Delta\mathbf{A} = \mu_0\mu\sigma\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} + \mu_0\mu\sigma\nabla\varphi, \quad (12)$$

где Δ — оператор Лапласа. Уравнение (12) представляет собой основное дифференциальное уравнение для магнитного векторного потенциала в проводящей среде.

§ 2.1.2. *Переход к частотному представлению.* Ток в индукторе меняется гармонически с угловой частотой $\omega = 2\pi f$ (рад/с):

$$\mathbf{J}_s(x, y, z, t) = \mathbf{J}_0(x, y, z) \cdot \cos(\omega t),$$

где \mathbf{J}_0 — амплитуда плотности тока (А/м²), f — частота колебаний тока (Гц). При частоте $f = 5.28$ МГц период колебаний тока составит примерно $1.9 \cdot 10^{-7}$ с, тогда как время установления течения плазмы может составлять несколько секунд. Рассмотрение каждого колебания по отдельности потребует значительных вычислительных ресурсов, поэтому целесообразно перейти к амплитудному описанию гармонического тока [12], т.е. перейти в частотную область. Введем комплексную амплитуду $\tilde{\mathbf{J}}_s(x, y, z)$ такую, что

$$\mathbf{J}_s(x, y, z, t) = \text{Re} \left(\tilde{\mathbf{J}}_s(x, y, z) e^{i\omega t} \right),$$

где $e^{i\omega t}$ — комплексная экспонента, i — мнимая единица. В случае нулевой начальной фазы ψ комплексная амплитуда $\tilde{\mathbf{J}}_s$ будет вещественной и равной \mathbf{J}_0 .

В силу линейности уравнений Максвелла поля \mathbf{A} , φ , \mathbf{E} и \mathbf{B} будут колебаться с той же частотой ω , что и ток. Таким образом, учитывая комплексные значения амплитуд, можно рассмотреть изменения электромагнитного поля и связанных с ним величин за период колебаний:

$$\mathbf{A}(x, y, z, t) = \text{Re} \left(\tilde{\mathbf{A}}(x, y, z) e^{i\omega t} \right), \quad (13)$$

$$\varphi(x, y, z, t) = \text{Re} \left(\tilde{\varphi}(x, y, z) e^{i\omega t} \right), \quad (14)$$

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \text{Re} \left(\tilde{\mathbf{E}}(x, y, z) e^{i\omega t} \right), \quad (15)$$

$$\mathbf{B}(x, y, z, t) = \text{Re} \left(\tilde{\mathbf{B}}(x, y, z) e^{i\omega t} \right),$$

где $\tilde{\mathbf{A}}$ — комплексная амплитуда магнитного потенциала, $\tilde{\varphi}$ — комплексная амплитуда электрического потенциала, $\tilde{\mathbf{E}}$ — комплексная амплитуда напряженности электрического поля, $\tilde{\mathbf{B}}$ — комплексная амплитуда магнитной индукции.

Ключевое преимущество перехода в частотную область — упрощение операции дифференцирования по времени: $\frac{\partial}{\partial t}[e^{i\omega t}] = i\omega e^{i\omega t}$, т.е. в частотной области операция $\frac{\partial}{\partial t}$ сводится к умножению на $i\omega$. Таким образом, уравнение на магнитный векторный потенциал (12) примет следующий вид:

$$\Delta\tilde{\mathbf{A}} = i\omega\mu_0\mu\sigma\tilde{\mathbf{A}} + \mu_0\mu\sigma\nabla\tilde{\varphi}. \quad (16)$$

Полученное уравнение (16) уже не содержит переменной времени, а определяется только пространственными производными и комплексным параметром. Его решение для комплексной амплитуды $\tilde{\mathbf{A}}$ позволяет восстановить мгновенные значения всех электромагнитных величин, а также оценить усредненные за период источники для уравнений газодинамики и энергии.

§ 2.1.3. *Выражение полей через комплексные амплитуды.* Используя введенные комплексные амплитуды $\tilde{\mathbf{A}}$ и $\tilde{\varphi}$, можно выразить основные электромагнитные величины в частотной области.

- Магнитная индукция.

Из определения магнитного векторного потенциала (7) и свойства линейности операции ротора непосредственно следует, что в частотной области

$$\tilde{\mathbf{B}} = \nabla \times \tilde{\mathbf{A}}. \quad (17)$$

- Напряженность электрического поля.

Подставив гармонические представления (13), (14) и (15) в выражение (8), получим:

$$\tilde{\mathbf{E}} = -i\omega\tilde{\mathbf{A}} - \nabla\tilde{\varphi}. \quad (18)$$

- Плотность полного тока.

Закон Ома (6) в частотной области примет вид

$$\tilde{\mathbf{J}} = -i\omega\sigma\tilde{\mathbf{A}} - \sigma\tilde{\varphi}. \quad (19)$$

Из правой части выражения (19) можно выделить две компоненты, связанные с различной физической природой тока: комплексную амплитуду вихревого тока

$$\tilde{\mathbf{J}}_e = -i\omega\sigma\tilde{\mathbf{A}}, \quad (20)$$

обусловленную явлением электромагнитной индукции и существующую в любой проводящей среде, где присутствует переменное магнитное поле, и комплексную амплитуду потенциального тока

$$\tilde{\mathbf{J}}_p = -\sigma\tilde{\varphi}, \quad (21)$$

которую можно интерпретировать как ток источника $\tilde{\mathbf{J}}_s$.

В этом предположении распределение тока в материале индуктора соответствует потенциальному электрическому полю ($\tilde{\mathbf{E}} = -\nabla\tilde{\varphi}$) и может рассматриваться как статическое. Тогда для скалярного потенциала внутри индуктора будет решаться уравнение Лапласа:

$$\Delta\tilde{\varphi} = 0. \quad (22)$$

§ 2.1.4. Уравнение энергии. При моделировании ИСП атмосферного давления стандартным и обоснованным допущением является приближение локального термодинамического равновесия (ЛТР). В этом состоянии температура всех компонентов плазмы — нейтральных атомов, ионов и электронов — принимается одинаковой и описывается единой скалярной функцией [13]. Уравнение баланса энергии, выраженное через температуру, с учетом конвективного и излучательного механизмов теплопередачи, а также джоулева нагрева в плазме имеет следующий вид:

$$\frac{\partial(\rho c_P T)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho c_P \mathbf{u} T) = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q_J - Q_{\text{rad}},$$

где ρ — плотность газа (плазмы) (кг/м³), c_P — удельная теплоемкость (Дж/(кг·К)), T — температура (К), \mathbf{u} — скорость (м/с), k — теплопроводность (Вт/(м·К)), Q_J — объемная мощность джоулева тепловыделения (Вт/м³), Q_{rad} — излучательные потери (Вт/м³).

Источник джоулева нагрева запишется согласно закону Джоуля–Ленца следующим образом:

$$p_J = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = \sigma |\mathbf{E}|^2.$$

Для установившегося гармонического процесса представляет интерес мощность $\langle p_J \rangle$, усредненная за период колебаний:

$$Q_J = \langle p_J \rangle = \frac{1}{2} \sigma \cdot \text{Re} \left(\tilde{\mathbf{E}} \cdot \tilde{\mathbf{E}}^* \right), \quad (23)$$

где $\tilde{\mathbf{E}}^*$ — комплексно-сопряженное значение $\tilde{\mathbf{E}}$. Множитель 1/2 возникает при усреднении квадрата гармонически осциллирующей величины за период.

Для учета радиационных потерь энергии в ИСП используется подход, основанный на коэффициенте полного излучения ε_N (Вт/(м³·ср)), который определяет мощность, излучаемую единицей объема изотермической плазмы с учетом самопоглощения излучения в пределах характерного размера плазмы. Таким образом, объемные потери за счет теплового излучения (Вт/м³) можно оценить по формуле

$$Q_{\text{rad}} = 4\pi \cdot \varepsilon_N, \quad (24)$$

а сами значения коэффициента ε_N берутся из табличных данных [14].



§ 2.1.5. *Уравнения гидродинамики.* Движение газа или плазмы как сплошной среды описывается системой уравнений сохранения массы и импульса, связывающих поле скорости и давление при заданных плотности и внешних силах. В отсутствие фазовых переходов и источников массы уравнение неразрывности, выражающее закон сохранения массы, записывается в стандартном виде [15]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0.$$

Закон сохранения импульса для вязкой сжимаемой жидкости с учетом действия внешних сил записывается в форме уравнения Навье–Стокса:

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}_L,$$

где p — давление (Па), τ — тензор вязких напряжений (Па), \mathbf{g} — ускорение свободного падения (м/с^2), \mathbf{F}_L — плотность силы Лоренца (Н/м^3).

Для замыкания системы уравнений используется уравнение состояния идеального газа:

$$p = \rho R T,$$

где R — удельная газовая постоянная ($\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$).

§ 2.1.6. *Сила Лоренца.* Для описания воздействия электромагнитного поля на плазму как проводящую среду рассчитывается объемная сила Лоренца, которая для непрерывного распределения заряда запишется выражением

$$\mathbf{f}_L = \mathbf{J}_e \times \mathbf{B}. \quad (25)$$

Объемная сила Лоренца \mathbf{f}_L является источником в уравнении переноса импульса. В приближении полностью перемешанной проводящей среды, когда длина пробега частиц мала, а частота столкновений ионов с нейтралами достаточно высока для мгновенной передачи импульса, предполагается, что объемная сила Лоренца применяется ко всей массе газа как к единому целому. Поскольку ИСП квазинейтральна, пренебрегаем влиянием электрического поля на свободные заряды. Следует отметить, что данное приближение неприменимо в пристеночных слоях или в областях с резкими градиентами параметров. Однако для моделирования установившегося объемного течения в факеле ИСП, представляющего основной интерес в данном исследовании, такое приближение является общепринятым и физически обоснованным.

Усредненная за период объемная плотность силы Лоренца (25) выражается через комплексные амплитуды:

$$\mathbf{F}_L = \langle \mathbf{f}_L \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\tilde{\mathbf{J}}_e \times \tilde{\mathbf{B}}^* \right), \quad (26)$$

где $\tilde{\mathbf{B}}^*$ — комплексно-сопряженное значение $\tilde{\mathbf{B}}$.

2.2. Особенности программной реализации электромагнитного модуля. Численное моделирование было выполнено в программном пакете ANSYS Fluent 2023 R1. Поскольку стандартный функционал решателя не предполагает расчета электромагнитных процессов, для решения задачи комплексного моделирования был разработан пользовательский модуль (User-Defined Function, UDF) на языке C [16]. Реализация выполнена с использованием стандартных макросов ANSYS Fluent (DEFINE_ADJUST, DEFINE_SOURCE, DEFINE_PROFILE), что обеспечивает интеграцию модуля в вычислительный процесс.

Так как ANSYS Fluent не поддерживает операции с комплексными числами, для численного решения в UDF и нахождения физических величин и источников уравнения (16) и (22), записанные через комплексные амплитуды, должны быть разложены на связанные уравнения для вещественных переменных, каждое из которых по отдельности соответствует действительной и мнимой части исходных уравнений. Потенциалы представим как $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A}_R + i\mathbf{A}_I$ и $\tilde{\varphi} = \varphi_R + i\varphi_I$, где индекс R соответствует действительной компоненте, а индекс I — мнимой компоненте. После разделения получим следующую систему уравнений для магнитного потенциала:

$$\Delta \mathbf{A}_R = \mu_0 \mu \sigma (-\omega \mathbf{A}_I + \nabla \varphi_R), \quad (27)$$

$$\Delta \mathbf{A}_I = \mu_0 \mu \sigma (\omega \mathbf{A}_R + \nabla \varphi_I); \quad (28)$$

по аналогии получим систему для электрического потенциала:

$$\Delta\varphi_R = 0, \tag{29}$$

$$\Delta\varphi_I = 0. \tag{30}$$

Для решения уравнений (27)–(30) может быть адаптирован решатель ANSYS Fluent для уравнения переноса скалярного поля ϕ [15]:

$$\frac{\partial\rho\phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho u_i\phi - \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x_i} \right) = S_\phi, \tag{31}$$

где x_i — декартова координата, Γ — коэффициент диффузии, S_ϕ — источниковый член. Представив каждую из трех пространственных компонент для вещественной и мнимой части магнитного векторного потенциала, а также вещественную и мнимую части электрического скалярного потенциала в виде определяемых пользователем скаляров (User-Defined Scalar, UDS), получим 8 уравнений, которые необходимо привести к виду (31). Уравнения в частотной области не содержат явно переменную времени, поэтому первое слагаемое в левой части уравнения (31) можно опустить. По той же причине исключается слагаемое конвективного переноса скаляров, т.е. $\rho u_i\phi = 0$. Коэффициент диффузии устанавливается как $\Gamma = 1$. Источник S_ϕ в правой части уравнения (31) будет соответствовать правым частям уравнений (27) и (28), а для уравнений на электрический потенциал источниковый член отсутствует ($S_\phi = 0$).

На рис. 1 представлена схема алгоритма, включающая следующие этапы:

- инициализация модели (загрузка UDF, задание параметров);
- цикл по времени при условии $t < t_{\max}$:
 - шаг по времени $t = t + \Delta t$;
 - вызов и выполнение кода UDF (модуль для расчета электромагнитных процессов);
 - итерации решателя ANSYS Fluent;
 - проверка сходимости;
- завершение расчета и вывод результатов.

Внутри UDF выполняются следующие операции:

1. На основе мощности (джоулев нагрев и радиационные потери), выделившейся на предыдущем шаге, производится коррекция амплитуды тока J_0 в индукторе для стабилизации величины тепловыделения в плазме на заданном целевом уровне;
2. Для всех пользовательских скаляров UDS вычисляются пространственные градиенты, необходимые для последующего расчета полей;
3. По температуре T и массовой доле аргона в каждой ячейке расчетной области определяются электропроводность $\sigma(T)$ и радиационные потери $\varepsilon_N(T)$ (24);
4. В домене индуктора по градиенту электрического скалярного потенциала $\tilde{\varphi}$ рассчитывается плотность тока источника \tilde{J}_s (21) и нормируется к значению J_0 ;
5. Из UDS считываются значения магнитного векторного потенциала \tilde{A} (макрос C_UDSI), по которым вычисляются магнитная индукция \tilde{B} и напряженность электрического поля \tilde{E} по уравнениям (17) и (18) соответственно;

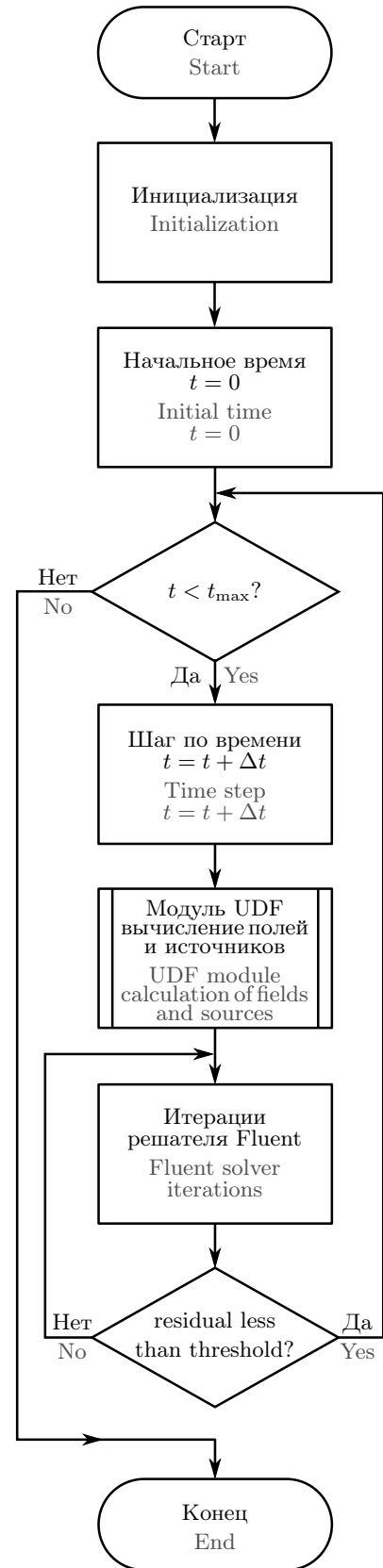


Рис. 1. Схема алгоритма
 Fig. 1. Flowchart of the algorithm



6. По выражению (20) рассчитывается индукционный ток \tilde{J}_e , а также усредненные за период объемные источники: джоулев нагрев Q_J (23) и сила Лоренца F_L (26);
7. Все вычисленные величины сохраняются в пользовательские ячейки памяти (User-Defined Memory, UDM) с помощью макроса C_UDMI для последующего использования;
8. Вычисляются источниковые члены (макрос DEFINE_SOURCE) для уравнений переноса (31) компонент магнитного векторного потенциала \tilde{A} в соответствии с уравнениями (27) и (28).

После завершения работы UDF управление возвращается основному решателю ANSYS Fluent, где выполняются итерации по уравнениям гидродинамики, энергии, переноса и турбулентности. Вычисленные в UDF источниковые члены (сила Лоренца, джоулев нагрев, радиационные потери) подключаются через макрос DEFINE_SOURCE, используя данные, сохраненные в UDM. По достижении сходимости (невязки ниже заданных порогов) итерации завершаются, и цикл повторяется на следующем временном шаге.

Уравнения для UDS решаются итерационным методом с использованием алгебраического многосеточного решателя (AMG) с неявной формулировкой [15]. Такой подход обеспечивает разделение физических процессов и использование специализированных методов для каждой подзадачи.

2.3. Геометрия и расчетная сетка. Расчетная область представляет собой трехмерную модель горелки Фассела, геометрические размеры которой (внутренние диаметры трех концентрических кварцевых трубок составляют 2 мм, 14 мм и 18 мм) полностью соответствуют модели, использованной в предыдущих работах авторов [7, 17], что обеспечивает прямую сопоставимость результатов гидродинамического моделирования. Для реализации моделирования электромагнитных процессов геометрия дополнена трехвитковой индукционной катушкой (соленоидом). Кроме того, расширена область окружающего воздуха, необходимого для обеспечения непрерывности распространения электромагнитного поля в пространстве. По этой же причине кварцевая горелка задается явно, а не в виде внутренней полости, как было в предыдущих работах.

Медная индукционная катушка с внутренним диаметром 21 мм расположена коаксиально горелке с шагом между витками 4.7 мм. Расстояние от крайнего витка катушки до среза горелки составляет 7.5 мм. Диаметр поперечного сечения проводника 2.5 мм. Геометрия индукционной катушки построена методом протягивания круглого поперечного сечения вдоль винтовой линии. Это позволило применить метод “Sweep” для построения структурированной сетки из призматических элементов в направлении, перпендикулярном поверхности проводника, со сгущением у поверхности, что важно для корректного учета скин-эффекта.

Кроме того, с помощью метода “Inflation” было реализовано локальное сгущение призматических элементов в пристеночных слоях вокруг горелки для обеспечения требуемого значения параметра y^+ , что важно для корректного моделирования турбулентного пограничного слоя, где скорость течения газа вблизи стенки значительно ниже, чем в основной части потока. Данный параметр, характеризующий разрешение пристеночной области, определяется как

$$y^+ = \frac{y \cdot u_\tau}{\nu},$$

где y — расстояние от стенки до центра пристеночной ячейки (м), u_τ — динамическая скорость (м/с), ν — кинематическая вязкость (м²/с) [15]. Размер первого призматического слоя определялся исходя из целевого значения $y^+ < 5$ для используемой гибридной модели турбулентности DES и характерных параметров потока. Так, вблизи стенок было построено 4 призматических слоя с высотой первого слоя $6 \cdot 10^{-5}$ м и коэффициентом роста слоев 1.1.

Для дискретизации остальной расчетной области была построена базовая тетраэдрическая сетка, преобразованная впоследствии в полиэдрическую средствами ANSYS Fluent, как показано на рис. 2. В результате преобразования количество ячеек сократилось примерно на 40%; итоговая полиэдрическая сетка содержала 0.49 млн ячеек и 1.75 млн узлов.

2.4. Параметры моделирования. Численное моделирование выполнялось в ANSYS Fluent 2023 R1 с использованием решателя “Pressure-Based”. Выбор данного решателя обусловлен малыми числами Маха (которые не превышают 0.1), что характерно для течений в горелке ИСП. Для связывания полей давления и скорости применялся алгоритм “SIMPLE”, позволяющий гибко управлять сходимостью через коэффициенты релаксации. Все уравнения (неразрывности, импульса, энергии, турбулентности, пользовательских скаляров) дискретизировались по схеме второго порядка точности для минимизации влияния численной диффузии.

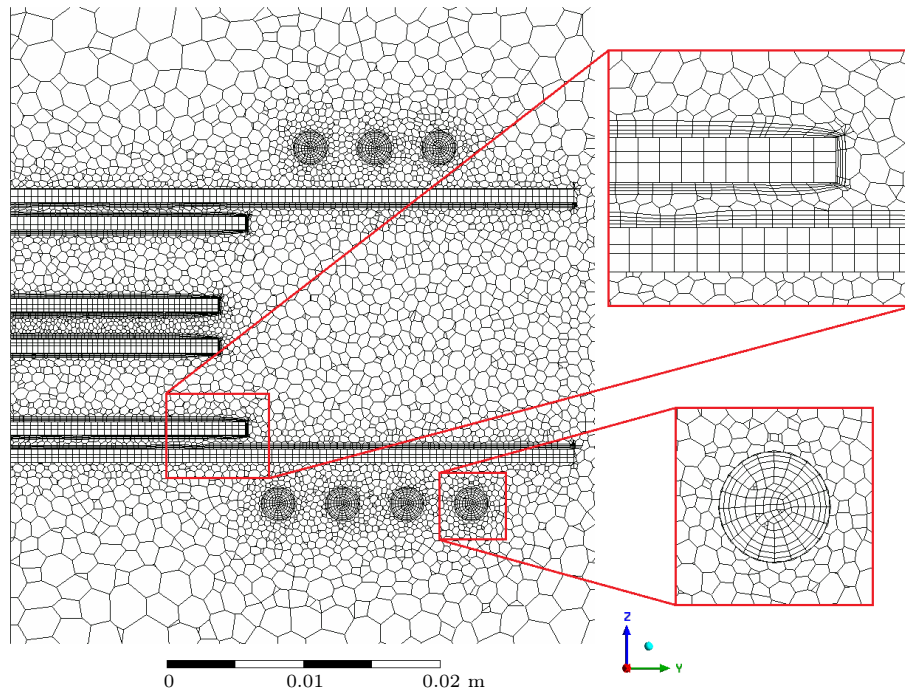


Рис. 2. Полиэдрическая расчетная сетка в области горелки и индуктора. Выделены зоны сгущения сетки на стенках и на поверхности индуктора

Fig. 2. Polyhedral computational mesh in the torch and inductor region. Mesh refinement zones are highlighted on the walls and on the surface of the inductor

§ 2.4.1. *Модель многофазной среды и свойства материалов.* Для учета смешения аргона с окружающим воздухом использовалась многофазная модель переноса (“Species Transport”). Воздух — основная фаза смеси, аргон — вторичная фаза. На входных границах каналов горелки задана массовая доля аргона $Y_{Ar} = 1$. В остальной расчетной области в начальный момент времени $Y_{Ar} = 0$ (т.е. домен заполнен чистым воздухом, $Y_{air} = 1$).

Теплофизические свойства смеси (плотность, удельная теплоемкость, теплопроводность, динамическая вязкость) рассчитывались по формуле [15]

$$\phi_{mix} = Y_{air}\phi_{air}(T) + Y_{Ar}\phi_{Ar}(T),$$

где Y_{air} и Y_{Ar} — массовые доли воздуха и аргона соответственно, $\phi_{air}(T)$ и $\phi_{Ar}(T)$ — свойства чистых компонентов (плотность, удельная теплоемкость, теплопроводность, динамическая вязкость), заданные в зависимости от температуры по данным из библиотеки ANSYS Fluent.

Электропроводность $\sigma(T)$ и излучательные потери $\epsilon_N(T)$ аргоновой плазмы задавались в зависимости от локальной температуры на основе кусочно-линейной интерполяции табличных данных [14, 18] в рамках UDF.

§ 2.4.2. *Модель турбулентности.* Турбулентность учитывалась с помощью гибридной модели DES (Detached Eddy Simulation), сочетающей подходы RANS вблизи стенок и LES в основном потоке [15], что позволяет как разрешать крупномасштабные вихри в основной области потока, так и моделировать пристеночные течения. Для холодных газовых потоков оценочные значения числа Рейнольдса на входах каналов горелки составляют от 150 до 11400, что соответствует как ламинарному (центральный и средний каналы), так и турбулентному (внешний канал) режимам течения. Однако в рабочем режиме с электромагнитным нагревом температура в центральной области плазменного факела достигает значений выше 5000 К. В этих условиях вязкость аргона значительно возрастает, а локальное число Рейнольдса снижается, что приводит к подавлению турбулентности в высокотемпературном ядре [19]. На периферии факела, где газ остается относительно холодным, турбулентность сохраняется и играет важную роль в теплообмене со стенками. Кроме того, на выходе из горелки происходит интенсивное турбулентное пере-



мешивание высокотемпературной плазменной струи с окружающим холодным воздухом [20]. Характерное число Рейнольдса в зоне смешения достигает значений порядка 10^4 , что обосновывает применение гибридной модели DES, способной разрешать турбулентную структуру струи при сохранении эффективности в пристеночных областях.

§ 2.4.3. *Начальные и граничные условия.* На входных границах каналов подачи газа (рис. 3) задавались условия типа “Massflow Inlet” с массовыми расходами, указанными в табл. 1. Для канала транспортного газа поток направлен нормально к границе; для плазмообразующего и защитного газов направления потоков помимо осевой имеют также тангенциальную составляющую, что обеспечивает закрутку потока. На внешних границах газового домена установлено условие “Pressure Outlet” с давлением 1 атм.

На стенках кварцевой горелки и индукционной катушки задано условие прилипания и постоянная температура 300 К. На всех внешних границах расчетной области температура также задана фиксированной и равной 300 К.

Для магнитного векторного потенциала \mathbf{A} на всех внешних границах расчетной области задано условие Дирихле: $\mathbf{A} = 0$. На внутренних поверхностях (стенки каналов, поверхность катушки) задано условие Неймана: $\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial n} = 0$.

Для иницирования протекания тока через индуктор в разработанном подходе решалась задача на скалярный электрический потенциал φ . Для действительной части электрического скалярного потенциала φ_R на торцевых гранях выводов индуктора (как показано на рис. 3) заданы граничные условия Дирихле: на одном из контактов установлено значение 1 В, на противоположном -1 В. Конкретные абсолютные значения потенциала здесь не имеют физического смысла, так как ток определяется градиентом потенциала (см. уравнение (22)); заданная разность потенциалов служит исключительно для указания направления и создания ненулевой плотности тока источника \mathbf{J}_s в проводнике. Для мнимой части φ_I значения на торцах заданы равными 0. На всех остальных внешних границах для электрического потенциала также задано условие Дирихле: $\varphi = 0$. На внутренних поверхностях (стенки каналов, поверхность катушки) для электрического потенциала задано условие Неймана: $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$.

Начальные условия во всей области: скорость 0 м/с, температура 300 К, давление 1 атм. Величины массовых расходов газа и параметры тока приведены в табл. 1.

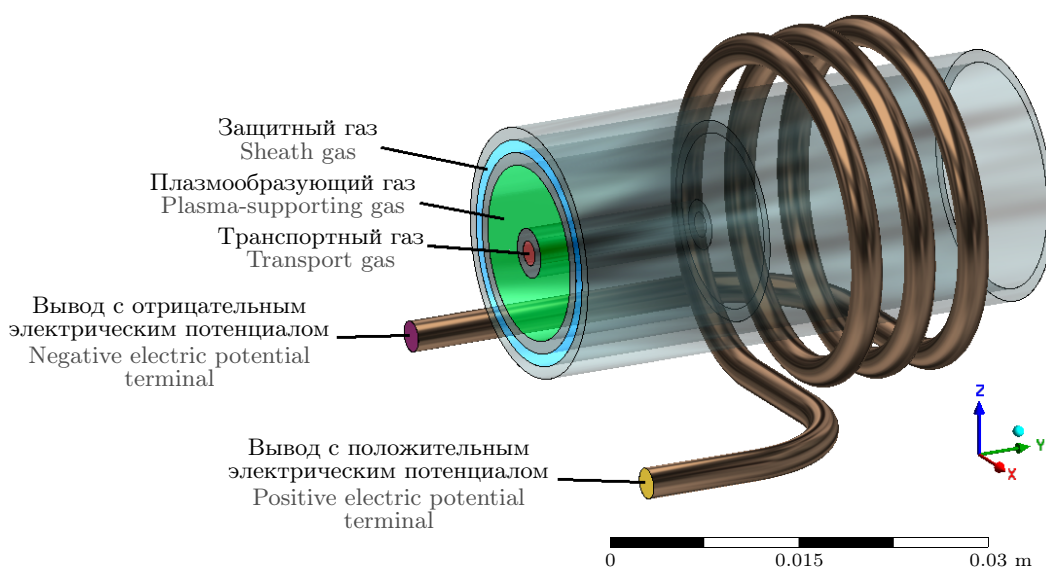


Рис. 3. 3D-модель расчетной области с граничными условиями. Отмечены входные отверстия для газовых потоков и выводы индуктора для задания скалярного электрического потенциала

Fig. 3. 3D model of the computational domain with boundary conditions. Inlet openings for gas flows the inductor terminals for setting the scalar electric potential are indicated

Таблица 1. Параметры режима работы плазматрона

Table 1. Operating parameters of the plasmatron

Параметр Parameter	Значение Value
Массовый расход транспортного газа, кг/с Carrier gas mass flow rate, kg/s	$2.705 \cdot 10^{-5}$
Массовый расход плазмообразующего газа, кг/с Plasma-forming gas mass flow rate, kg/s	$2.705 \cdot 10^{-5}$
Массовый расход защитного газа, кг/с Auxiliary gas mass flow rate, kg/s	$4.05 \cdot 10^{-4}$
Частота тока, МГц Current frequency, MHz	27.12
Целевая мощность, Вт Target power, W	1000
Максимальный ток, А Maximum current, A	38

Таблица 2. Коэффициенты релаксации

Table 2. Relaxation factors

Переменная Variable	Значение Value
Давление Pressure	0.3
Плотность Density	1.0
Импульс Momentum	0.2–0.4
Кинетическая энергия турбулентности Turbulent kinetic energy	0.8
Диссипация турбулентности Turbulent dissipation rate	0.8
Энергия Energy	0.8
Магнитный векторный потенциал (UDS) Magnetic vector potential (UDS)	0.5–0.6
Электрический скалярный потенциал (UDS) Electric scalar potential (UDS)	1.0

§ 2.4.4. Коэффициенты релаксации и ограничения переменных. Для обеспечения устойчивости сходимости использовались коэффициенты релаксации, представленные в табл. 2. Значения подбирались эмпирически в ходе серии тестовых расчетов с учетом жесткости системы уравнений, обусловленной сильной нелинейностью электропроводности плазмы $\sigma(T)$ и мощными источниками джоулева нагрева. Для предотвращения нефизических значений переменных диапазон температур был ограничен снизу значением 300 К (комнатная температура), сверху — 10000 К (характерное значение для аргоновой плазмы при атмосферном давлении).

§ 2.4.5. Шаг по времени и критерии сходимости. Нестационарный расчет проводился с шагом по времени $\Delta t = 5 \cdot 10^{-5}$ с, который подбирался эмпирически на основе серии тестовых расчетов: при шаге больше $5 \cdot 10^{-4}$ с наблюдались осцилляции источников членов и неустойчивость сходимости, а уменьшение шага до $1 \cdot 10^{-6}$ с приводило к неоправданному росту вычислительных затрат без заметного изменения результатов. Таким образом, выбранное значение обеспечивает устойчивость численного интегрирования и достаточное разрешение характерных временных масштабов турбулентности при наличии мощных ис-



точниковых членов (джоулев нагрев, сила Лоренца). На каждом временном шаге выполнялось до 50 итераций. Критерием сходимости на итерации служило снижение невязок всех уравнений ниже 10^{-4} , для уравнения энергии — ниже 10^{-6} .

3. Верификация и результаты моделирования.

3.1. Верификация электромагнитного модуля. Для верификации разработанного электромагнитного модуля была рассмотрена задача о распределении магнитного поля тонкого кольцевого проводника с гармоническим током. Геометрия в данном случае представляет собой замкнутый контур с внутренним диаметром 200 мм (радиусом $R = 100$ мм) и, в отличие от аналитической постановки, в модели проводник имеет конечное поперечное сечение (круг радиусом $r = 2.5$ мм), что необходимо для конечно-объемного расчета. Поскольку контур замкнут и не имеет контактных выводов, направление тока в нем задавалось вручную посредством UDF в виде распределенного источника тока, т.е. плотность тока задавалась как завихренное поле вида $\mathbf{J}_s = (z, 0, -x)$ в локальной системе координат проводника и затем нормировалась на заданное значение амплитуды J_0 , соответствующее току $I = 20$ А в проводнике. Такой подход позволил обойтись без использования UDS для скалярного электрического потенциала.

На рис. 4 а приведена тестовая геометрия замкнутого кольца. Вдоль линии, перпендикулярной кольцу (ось симметрии), рассчитывалось распределение магнитной индукции B и сравнивалось с аналитическим решением, полученным по закону Био–Савара–Лапласа (рис. 4 б):

$$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I \cdot R^2}{(R^2 + y^2)^{3/2}},$$

где $I = J_0 \cdot \pi r^2$ — ток в проводнике (А), y — координата вдоль оси симметрии кольца (м).

Относительная погрешность численного решения меняется по мере удаления от центра кольца вдоль его оси (рис. 4 с). В центральной области ($|y| \leq 0.06$ м) погрешность не превышает 2.015%, что свидетельствует о хорошем соответствии результатов моделирования аналитическому решению. Однако вблизи границ расчетной области ($y = \pm 0.1$ м) погрешность возрастает до 37.05%. Основным источником расхождений в данном случае является идеализация геометрии — в модели проводник имеет сечение малой, но конечной толщины вместо теоретического абсолютно тонкого контура, — а также влияние конечно-объемной сетки и численной диффузии. Определенное влияние оказывает и краевой эффект от внешних границ расчетной области.

На рис. 5 показано распределение магнитной индукции B вдоль радиального направления (ось z), проходящего через центр кольца. Модель корректно воспроизводит формирование скин-слоя на поверхностях кольца (пики) с характерным экспоненциальным спадом величины поля внутри индуктора.

3.2. Вычислительная эффективность. Все вычисления выполнялись на рабочей станции с 32 ГБ оперативной памяти с использованием 30 вычислительных потоков в параллельном режиме. Для оценки масштабируемости разработанного электромагнитного модуля были проведены тестовые расчеты на задаче о кольцевом проводнике (раздел 3.1) с использованием семи сеток разного размера — от 105 тыс. до 6.7 млн ячеек. Все расчеты выполнялись при одинаковых условиях (50 итераций на временной шаг, $\Delta t = 5 \cdot 10^{-5}$ с, 1000 временных шагов). Результаты представлены в табл. 3.

На рис. 6 представлена зависимость длительности одного временного шага от количества ячеек N в логарифмических осях. Аппроксимация полученных данных степенной функцией $t_{\text{step}} = \alpha N^\beta$ при $\alpha = 1.5 \cdot 10^{-6}$, $\beta = 1.122$ будет близка к линейной сложности $O(N)$.

Для оценки сеточной сходимости решения были построены распределения магнитной индукции B вдоль оси симметрии кольца для всех семи сеток, как представлено на рис. 7 а. Распределение стабилизируется начиная с сетки размером в 841 тыс. элементов (относительный размер 1.0). При дальнейшем измельчении сетки наблюдается возникновение приграничных артефактов, обусловленных несоразмерным шагом по времени относительно размера элемента. На рис. 7 б показана зависимость максимального значения магнитной индукции B_{max} от количества элементов: выход на плато наблюдается также начиная с сетки размером в 841 тыс. элементов.

3.3. Ключевые результаты моделирования. На рис. 8 представлены распределения температуры и амплитуды скорости в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, проходящих через ось горелки. Качественный анализ полей показывает наличие выраженной пространственной асимметрии. Температурное поле демонстрирует характерный тороидальный профиль с максимальными значениями до 8000–

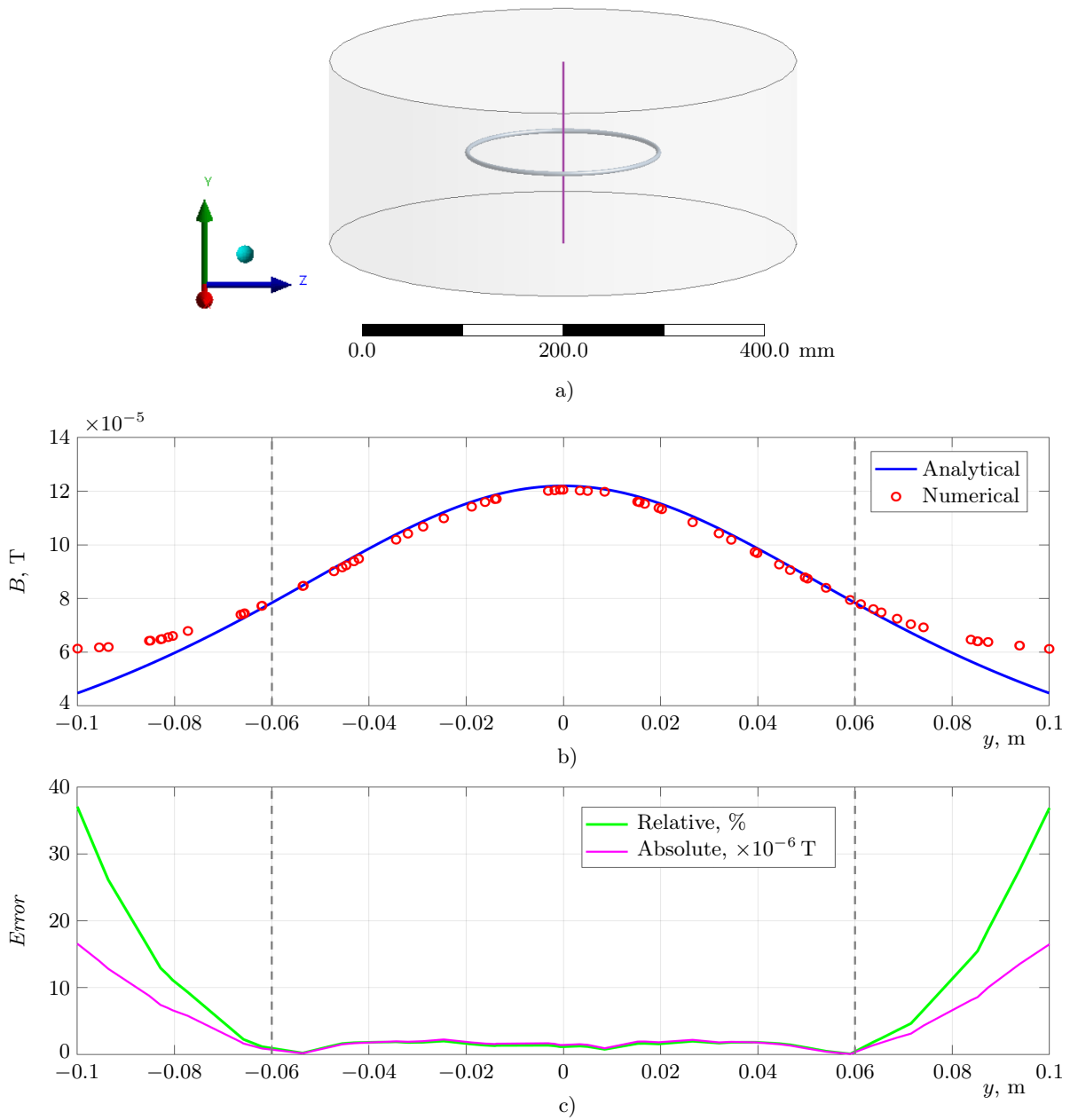


Рис. 4. Верификация электромагнитного модуля на задаче о кольцевом проводнике: а) геометрия модели, фиолетовой линией указана ось симметрии (ось y); б) сравнение рассчитанного распределения магнитной индукции B (Тл) вдоль оси симметрии с аналитическим решением; в) относительная и абсолютная погрешности численного решения

Fig. 4. Verification of the electromagnetic module on the circular conductor problem: a) model geometry, the symmetry axis (y -axis) is indicated by a purple line; b) comparison of the calculated magnetic induction B (T) distribution along the symmetry axis with the analytical solution; c) relative and absolute errors of numerical solution

10000 К. Однако, в отличие от осесимметричных моделей, в данном случае наблюдается смещение центра плазменного факела относительно геометрической оси горелки, что согласуется с экспериментальными наблюдениями.

На рис. 9 показано отклонение плазменного факела от геометрической оси горелки, полученное в результате моделирования, в сравнении с соответствующим экспериментальным изображением с высокоскоростной камеры. В данном случае отклонение факела обусловлено совместным действием тангенциального характера подачи газов, конвекции и силы Лоренца, приводящей к возникновению поперечной составляющей импульса и неоднородному распределению скорости. В отличие от течения аргона в “холод-



Таблица 3. Масштабирование вычислительных затрат электромагнитного модуля
 Table 3. Scaling of computational cost of the electromagnetic module

Относительный размер Relative size	Количество ячеек Number of cells	Среднее время на шаг, с Average time per step, s	Общее время моделирования, ч Total simulation time, h
0.125	105450	0.67	0.19
0.25	210394	1.37	0.36
0.5	419121	3.0	0.83
1.0	841142	7.0	1.94
2.0	1696501	14.3	3.96
4.0	3363126	33.0	9.15
8.0	6728587	68.0	18.84

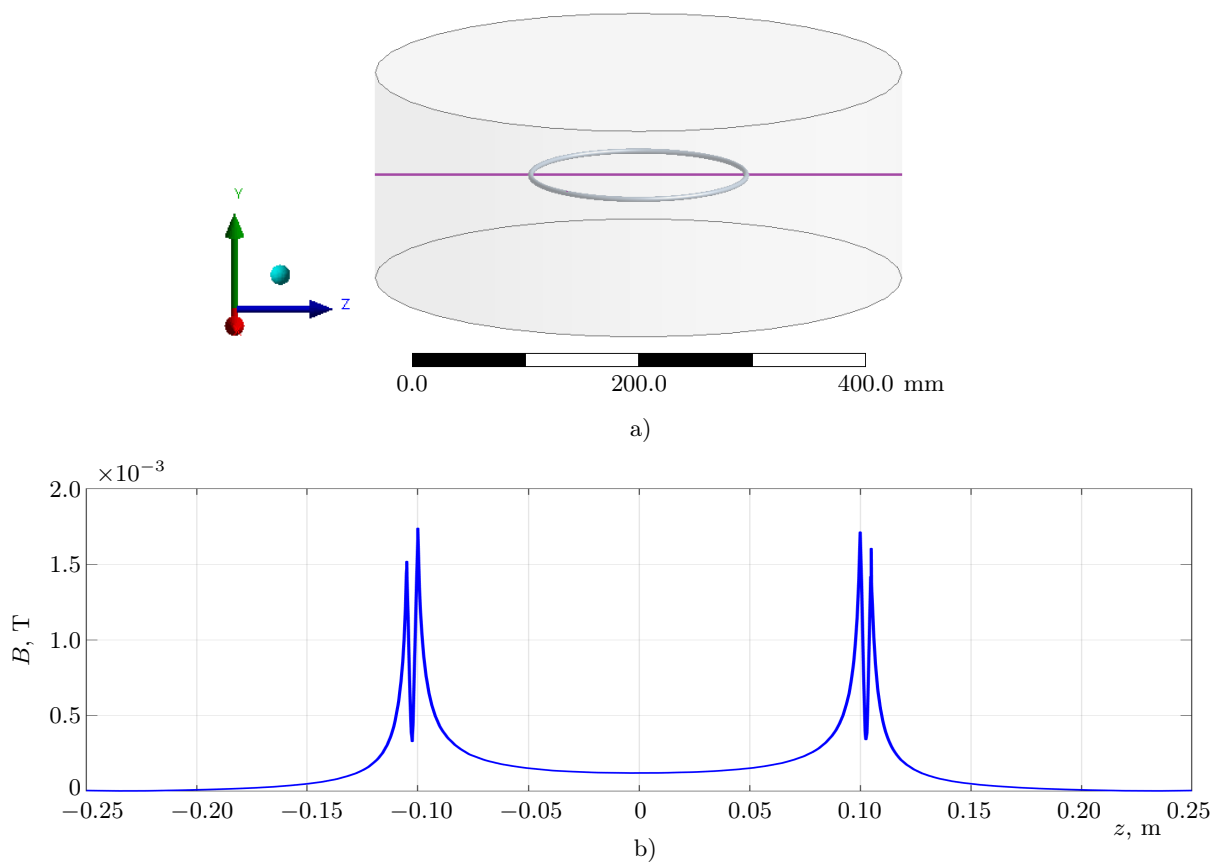


Рис. 5. Исследование скин-эффекта в кольцевом проводнике: а) геометрия модели, фиолетовой линией указана поперечная ось (ось z); б) распределение магнитной индукции B (Тл) по сечению проводника

Fig. 5. Study of the skin effect in a circular conductor: a) model geometry, the transverse axis (z -axis) is indicated by a purple line; b) magnetic induction B (T) distribution across the conductor cross-section

ном” режиме [7, 17] направление потока горячей плазмы в электромагнитном поле для данной конфигурации отклоняется преимущественно вверх (по направлению оси z), а не вниз. Угол отклонения составляет примерно $1.3\text{--}2^\circ$.

Важным результатом моделирования стало выявление сложной трехмерной структуры течения транспортно-газового потока. Как показано на рис. 10, линии тока, исходящие из центрального канала, подвергаются сильному влиянию закрученного потока плазмообразующего газа. Это приводит к образованию вихревых возвратных течений: часть транспортного газа не проходит напрямую через зону горячей плазмы, а вовлекается в вихри и движется в обратном направлении, к основанию горелки.

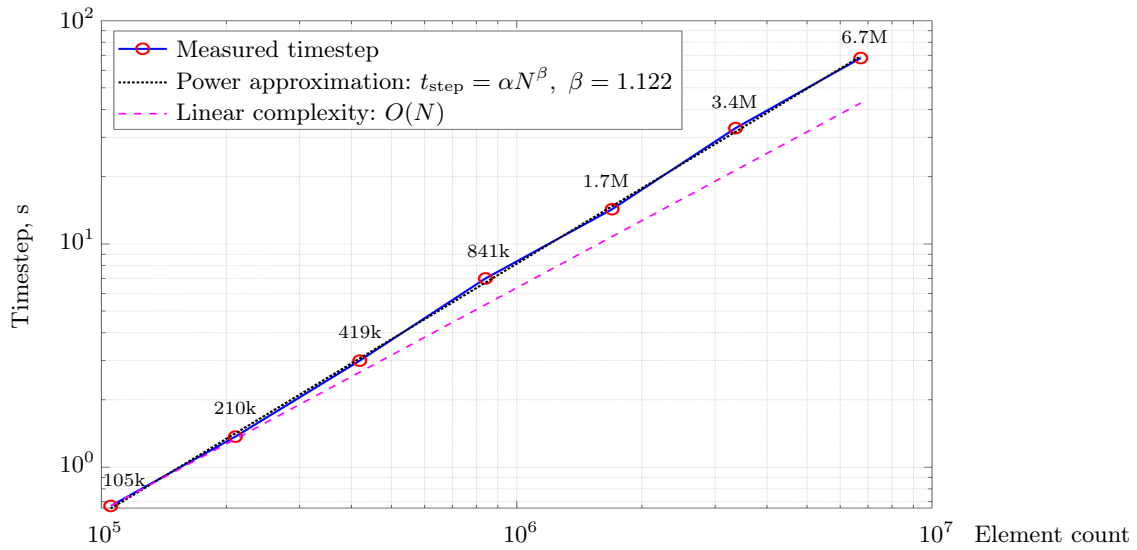


Рис. 6. Зависимость длительности одного временного шага от количества ячеек

Fig. 6. Dependence of duration per time step on the number of cells

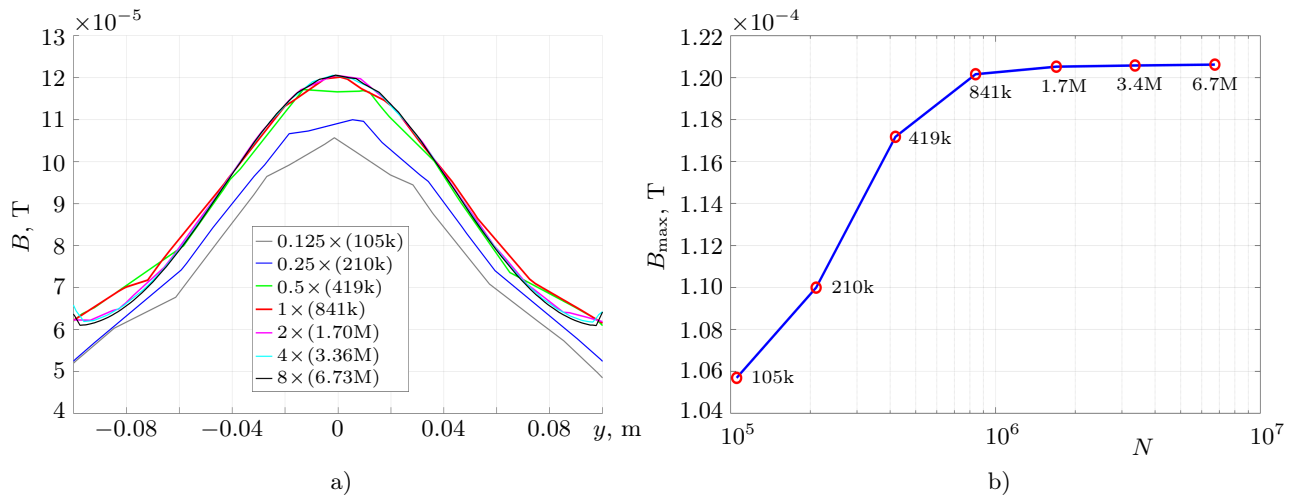


Рис. 7. Сеточная сходимость электромагнитного модуля: а) распределение магнитной индукции B (Тл) вдоль оси симметрии кольца для сеток разного размера; б) зависимость максимальной магнитной индукции B_{\max} (Тл) от количества элементов N

Fig. 7. Mesh convergence of the electromagnetic module: a) distribution of magnetic induction B (T) along the symmetry axis of the ring for different mesh sizes; b) dependence of maximum magnetic induction B_{\max} (T) on the number of elements N

Физической причиной возникновения возвратных течений является локальное падение статического давления при взаимодействии центрального потока с закрученным потоком защитного газа, а также окружающим воздухом (рис. 11). Это создает обратный градиент давления, способствующий рециркуляции (эффект Вентури) [7]. Аналогичные вихревые структуры наблюдались в численных исследованиях плазмотронов при тангенциальной подаче внешнего газового потока [20], а также за счет сдвиговых напряжений между потоками с разными скоростями даже без тангенциальной подачи газа [21].

Данное явление дает дополнительное объяснение наблюдаемой в экспериментах дестабилизации и осцилляции факела и является ключевым фактором, влияющим на эффективность испарения и атомизации анализируемого вещества. Пространственная неоднородность этих возвратных течений вносит дополнительный вклад в общую картину отклонения плазменного факела.

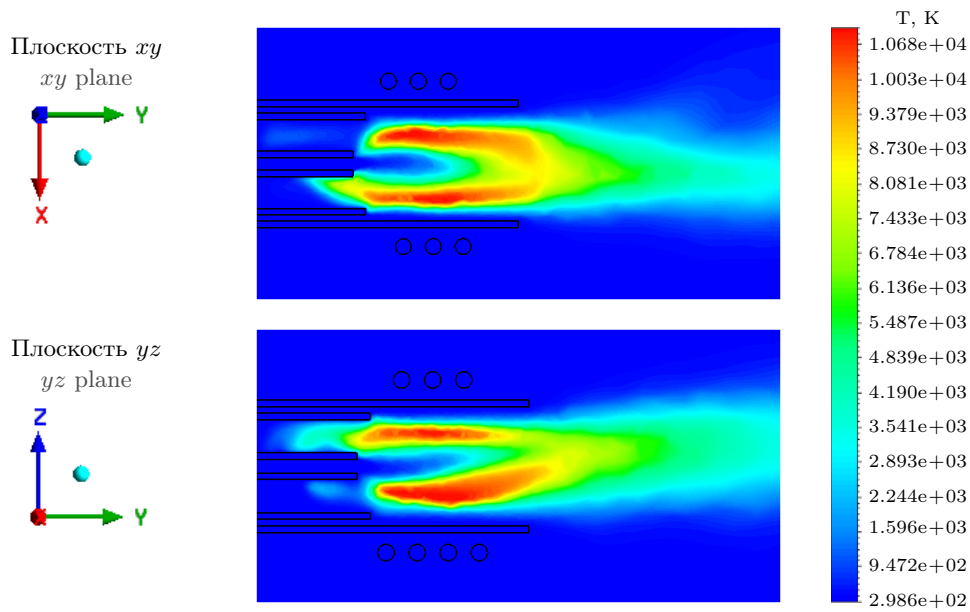
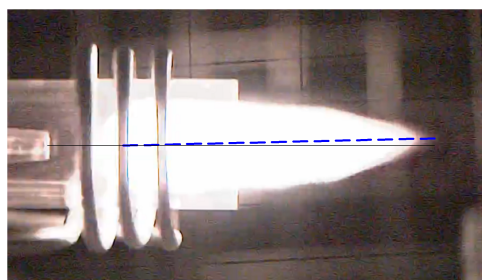
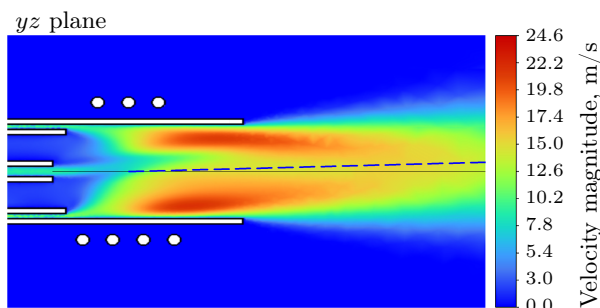


Рис. 8. Поле температуры в двух поперечных сечениях горелки
 Fig. 8. Temperature field in two transverse cross-sections of the torch



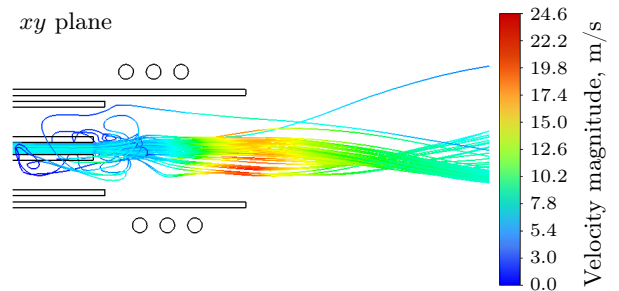
a)



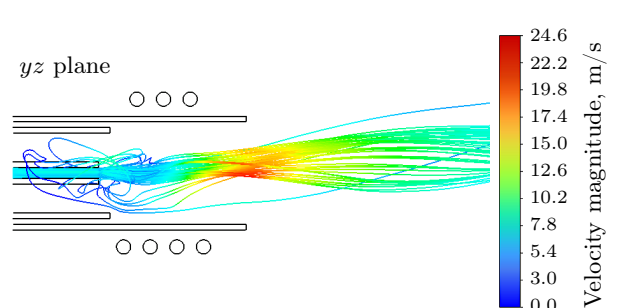
b)

Рис. 9. Сравнение отклонения плазменного факела от геометрической оси горелки: а) изображение с высокоскоростной камеры; б) поле амплитуды скорости в плоскости yz

Fig. 9. Comparison of plasma jet deviation from the torch geometric axis: a) image from a high-speed camera; b) velocity magnitude field in the yz -plane



a)



b)

Рис. 10. 3D-линии тока транспортного газа, демонстрирующие завихрения и возвратные течения ИСП внутри горелки плазмотрона

Fig. 10. 3D streamlines of the carrier gas showing vortices and reverse flows of the inductively coupled plasma inside the plasma torch

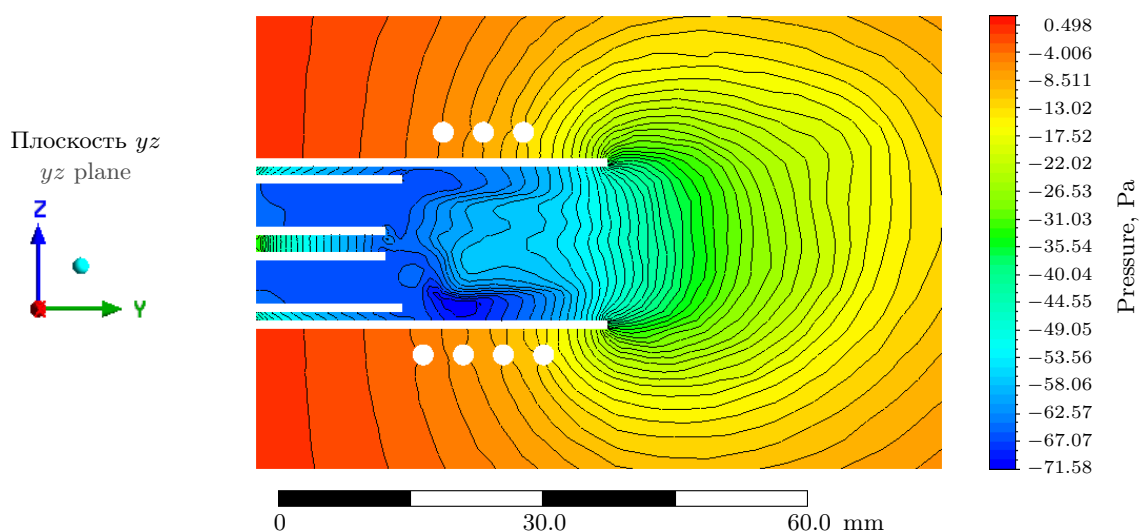


Рис. 11. Распределение статического давления в осевом сечении горелки. Область пониженного давления в зоне индуктора способствует возникновению возвратных течений

Fig. 11. Static pressure distribution in the axial cross-section of the torch. The low-pressure region in the inductor zone promotes the formation of reverse flows

Разработанная численная модель позволила в рамках сопряженного вычислительного подхода воспроизвести комплексное взаимодействие гидродинамических и электромагнитных процессов в горелке ИСП-спектрометра. Полученные результаты верифицированы аналитически и хорошо согласуются с экспериментальными данными, что подтверждает адекватность выбранного подхода и корректность программной реализации.

4. Заключение. Разработана и аналитически верифицирована трехмерная сопряженная численная модель гидродинамических и электромагнитных процессов в горелке ИСП-спектрометра. Модель реализована в ANSYS Fluent с использованием пользовательского модуля на языке С, обеспечивающего двустороннюю связь соответствующих уравнений.

Основные результаты работы следующие:

1. Разработан сопряженный вычислительный подход, сочетающий расчет турбулентного течения с решением уравнений электродинамики в терминах магнитного векторного и электрического скалярного потенциалов.
2. Проведена верификация модели на тестовой задаче о магнитном поле тонкого кольцевого проводника с гармоническим током. Показано совпадение с аналитическим решением с погрешностью менее 2% в центральной области. Модель адекватно описывает формирование скин-слоя на поверхностях проводника с характерным экспоненциальным спадом поля в его объеме. Также подтверждена сеточная сходимость: начиная с 841 тыс. элементов решение стабилизируется, а вычислительная сложность близка к линейной ($\beta = 1.122$).
3. В трехмерной постановке для горелки ИСП-спектрометра получены согласованные поля температуры и скорости. Модель позволила выявить и объяснить ключевые эффекты:
 - пространственную асимметрию плазменного факела и его отклонение от геометрической оси (на $1.3\text{--}2^\circ$), обусловленное совместным действием тангенциальной подачи газов, конвекции и силы Лоренца;
 - формирование вихревых возвратных течений транспортного газа, которые могут захватывать часть анализируемого вещества в обратное движение к основанию горелки, что является физической причиной дестабилизации центральной струи.
4. Результаты моделирования демонстрируют качественное согласие с экспериментальными данными высокоскоростной съемки, что подтверждает адекватность модели для анализа реальных процессов в горелке ИСП.



Перспективным является использование разработанной модели в качестве инструмента для оптимизации конструкции горелки и режимов ее работы с целью повышения стабильности плазмы и эффективности атомизации. Предложенный сопряженный подход не ограничивается применением для аналитической ИСП, а может быть также распространен на моделирование технологических плазмотронов и реакторов, например для нанесения покрытий, синтеза и обработки порошковых материалов, где управление гидродинамикой и тепловыми потоками имеет критическое значение.

Список литературы

1. *Wilschefska S.C., Baxter M.R.* Inductively coupled plasma mass spectrometry: introduction to analytical aspects // *The Clinical Biochemistry Reviews*. 2019. **40**, N 3. 115–133. doi 10.33176/AACB-19-00024.
2. *Lindner H., Bogaerts A.* Multi-element model for the simulation of inductively coupled plasmas: effects of helium addition to the central gas stream // *Spectrochimica Acta Part B: Atomic Spectroscopy*. 2011. **66**, N 6. 421–431. doi 10.1016/j.sab.2011.04.007.
3. *Lindner H., Murtazin A., Groh S., et al.* Simulation and experimental studies on plasma temperature, flow velocity, and injector diameter effects for an inductively coupled plasma // *Analytical Chemistry*. 2011. **83**, N 24. 9260–9266. doi 10.1021/ac201699q.
4. *Bogaerts A., Aghaei M.* Inductively coupled plasma-mass spectrometry: insights through computer modeling // *Journal of Analytical Atomic Spectrometry*. 2017. **32**, N 2. 233–261. doi 10.1039/c6ja00408c.
5. *Niu Y., Bao W., Liu D., et al.* Three-dimensional numerical simulation of inductively coupled plasma generator // 2020 Cross Strait Radio Science & Wireless Technology Conference (CSRSWTC), Fuzhou, China, December 13–16, 2020. IEEE Press, 2020. pp. 1–3. doi 10.1109/csrswtc50769.2020.9372569.
6. *Alavi S., Mostaghimi J.* A novel ICP torch with conical geometry // *Plasma Chemistry and Plasma Processing*. 2019. **39**, N 2. 359–376. doi 10.1007/s11090-018-9948-5.
7. *Мельников А.С., Бабина С.В., Гильмутдинов А.Х.* Численное моделирование газовой динамики в горелке спектрометра с индуктивно-связанной плазмой // *Вестник НИЯУ МИФИ*. 2026. **15**, № 1. 3–12. doi 10.26583/vestnik.2026.1.1.
8. *Elaissi S., Trabelsi A.B.G., Alkallas F.H., et al.* Energy efficiency enhancement of inductively coupled plasma torch: computational study // *Materials*. 2022. **15**, N 15. Article Number 5213. doi 10.3390/ma15155213.
9. *Davidson P.A.* An introduction to magnetohydrodynamics. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. doi 10.1017/CB09780511626333.
10. *Sun R., Shi Y., Bing Z., et al.* Metal transfer and thermal characteristics in drop-on-demand deposition using ultra-high frequency induction heating technology // *Applied Thermal Engineering*. 2019. **149**. 731–744. doi 10.1016/j.applthermaleng.2018.12.095.
11. *Egan L.R., Furlani E.P.* A computer simulation of an induction heating system // *IEEE Transactions on Magnetics*. 1991. **27**, N 5. 4343–4354. doi 10.1109/20.105060.
12. *Вепринцев В.И., Былкова Г.К., Тюрнев В.В. и др.* Основы теории цепей. Красноярск: ИПК СФУ, 2008.
13. *Котельников И.А.* Лекции по физике плазмы. Т. 2. Магнитная гидродинамика. СПб.: Лань, 2021.
14. *Cressault Y., Gleizes A.* Thermal plasma properties for Ar–Al, Ar–Fe and Ar–Cu mixtures used in welding plasmas processes: I. Net emission coefficients at atmospheric pressure // *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2013. **46**, N 41. Article Number 415206. doi 10.1088/0022-3727/46/41/415206.
15. ANSYS Fluent User’s Guide. Release 2023 R1. <https://archive.org/details/ANSYSFluentUsersGuide/mode/2up>. Cited April 12, 2026.
16. *Мельников А.С., Гильмутдинов А.Х.* Программный модуль для моделирования индуктивно-связанной плазмы в ANSYS Fluent: Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025689985. Дата регистрации 01.11.2025. https://new.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet?DB=EVM&DocNumber=2025689985&TypeFile=html. Дата обращения: 15 апреля 2026 г.
17. *Мельников А.С., Никифоров С.А., Нагулин К.Ю., Гильмутдинов А.Х.* Исследование газовой динамики в плазмотроне для спектрального анализа с использованием численного моделирования // *Физика.СПб: тезисы докладов международной конференции*. Санкт-Петербург, октябрь 20–24, 2025 г., СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2025. 92–94. <https://physica.spb.ru/data/uploads/2025/theses2025.pdf>. Дата обращения: 8 апреля 2026.
18. *Boulos M.I., Fauchais P.L., Pfender E.* Handbook of thermal plasmas. Cham: Springer Nature, 2023. doi 10.1007/978-3-030-84936-8.
19. *Ye R., Proulx P., Boulos M.I.* Turbulence phenomena in the radio frequency induction plasma torch // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1999. **42**, N 9. 1585–1595. doi 10.1016/s0017-9310(98)00260-9.

20. Punjabi S.B., Sahasrabudhe S.N., Joshi N.K., et al. Comparative study of laminar and turbulent flow model with different operating parameters for radio frequency-inductively coupled plasma torch working at 3 MHz frequency at atmospheric pressure // *Physics of Plasmas*. 2014. **21**, N 1. Article Number 013506. doi [10.1063/1.4862238](https://doi.org/10.1063/1.4862238).
21. Aghaei M., Flamigni L., Lindner H., et al. Occurrence of gas flow rotational motion inside the ICP torch: a computational and experimental study // *Journal of Analytical Atomic Spectrometry*. 2014. **29**, N 2. 249–261. doi [10.1039/c3ja50302j](https://doi.org/10.1039/c3ja50302j).

Получена
10 марта 2026 г.

Принята
1 апреля 2026 г.

Опубликована
16 апреля 2026 г.

Информация об авторах

Антон Сергеевич Мельников — вед. инженер; Казанский национальный исследовательский технический университет имени А. Н. Туполева (КАИ), кафедра лазерных и аддитивных технологий, ул. Карла Маркса, 10, 420111, Казань, Российская Федерация.

Альберт Харисович Гильмутдинов — д. ф.-м. н., профессор; Казанский национальный исследовательский технический университет имени А. Н. Туполева (КАИ), кафедра лазерных и аддитивных технологий, ул. Карла Маркса, 10, 420111, Казань, Российская Федерация.

References

1. S. C. Wilschefski and M. R. Baxter, “Inductively Coupled Plasma Mass Spectrometry: Introduction to Analytical Aspects,” *The Clinical Biochemistry Reviews* **40** (3), 115–133 (2019). doi [10.33176/AACB-19-00024](https://doi.org/10.33176/AACB-19-00024).
2. H. Lindner and A. Bogaerts, “Multi-Element Model for the Simulation of Inductively Coupled Plasmas: Effects of Helium Addition to the Central Gas Stream,” *Spectrochimica Acta Part B: Atomic Spectroscopy* **66** (6), 421–431 (2011). doi [10.1016/j.sab.2011.04.007](https://doi.org/10.1016/j.sab.2011.04.007).
3. H. Lindner, A. Murtazin, S. Groh, et al., “Simulation and Experimental Studies on Plasma Temperature, Flow Velocity, and Injector Diameter Effects for an Inductively Coupled Plasma,” *Analytical Chemistry* **83** (24), 9260–9266 (2011). doi [10.1021/ac201699q](https://doi.org/10.1021/ac201699q).
4. A. Bogaerts and M. Aghaei, “Inductively Coupled Plasma-Mass Spectrometry: Insights Through Computer Modeling,” *Journal of Analytical Atomic Spectrometry* **32** (2), 233–261 (2017). doi [10.1039/c6ja00408c](https://doi.org/10.1039/c6ja00408c).
5. Y. Niu, W. Bao, D. Liu, et al., “Three-Dimensional Numerical Simulation of Inductively Coupled Plasma Generator,” in *2020 Cross Strait Radio Science & Wireless Technology Conference (CSRSWTC), Fuzhou, China, December 13–16, 2020* (IEEE Press, 2020), pp. 1–3. doi [10.1109/csrswtc50769.2020.9372569](https://doi.org/10.1109/csrswtc50769.2020.9372569).
6. S. Alavi and J. Mostaghimi, “A Novel ICP Torch with Conical Geometry,” *Plasma Chemistry and Plasma Processing* **39** (2), 359–376 (2019). doi [10.1007/s11090-018-9948-5](https://doi.org/10.1007/s11090-018-9948-5).
7. A. S. Melnikov, S. V. Babina, and A. Kh. Gilmudinov, “Numerical Simulation of Gas Dynamics in the Torch of an Inductively Coupled Plasma Spectrometer,” *Vestnik NIYaU MIFI* **15** (1), 3–12 (2026). doi [10.26583/vestnik.2026.1.1](https://doi.org/10.26583/vestnik.2026.1.1).
8. S. Elaissi, A. B. G. Trabelsi, F. H. Alkallas, et al., “Energy Efficiency Enhancement of Inductively Coupled Plasma Torch: Computational Study,” *Materials* **15** (15), Article Number 5213 (2022). doi [10.3390/ma15155213](https://doi.org/10.3390/ma15155213).
9. P. A. Davidson, *An Introduction to Magnetohydrodynamics* (Cambridge University Press, Cambridge, 2001). doi [10.1017/CB09780511626333](https://doi.org/10.1017/CB09780511626333).
10. R. Sun, Y. Shi, Z. Bing, et al., “Metal transfer and thermal characteristics in drop-on-demand deposition using ultra-high frequency induction heating technology,” *Applied Thermal Engineering* **149**, 731–744 (2019). doi [10.1016/j.applthermaleng.2018.12.095](https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2018.12.095).
11. L. R. Egan and E. P. Furlani, “A computer simulation of an induction heating system,” *IEEE Transactions on Magnetics* **27** (5), 4343–4354 (1991). doi [10.1109/20.105060](https://doi.org/10.1109/20.105060).
12. V. I. Veprintsev, G. K. Bylkova, V. V. Tyurnev, et al., *Fundamentals of Circuit Theory* (IPK SFU, Krasnoyarsk, 2008) [in Russian].
13. I. A. Kotelnikov, *Lectures on Plasma Physics. Vol. 2. Magnetohydrodynamics* (Lan’, St. Petersburg, 2021) [in Russian].



14. Y. Cressault and A. Gleizes, “Thermal plasma properties for Ar–Al, Ar–Fe and Ar–Cu mixtures used in welding plasmas processes: I. Net emission coefficients at atmospheric pressure,” *Journal of Physics D: Applied Physics* **46** (41), Article Number 415206 (2013). doi [10.1088/0022-3727/46/41/415206](https://doi.org/10.1088/0022-3727/46/41/415206).
15. ANSYS Fluent User’s Guide. Release 2023 R1. <https://archive.org/details/ANSYSFluentUsersGuide/mode/2up>. Cited April 12, 2026.
16. A. S. Melnikov and A. Kh. Gilmudtinov, A Software Module for Modeling Inductively Coupled Plasma in ANSYS Fluent. Certificate of RF Registration of Computer Program № 2025689985. Date of Registration: 01.11.2025. https://new.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet?DB=EVM&DocNumber=2025689985&TypeFile=html. Cited April 15, 2026. [in Russian].
17. A. S. Melnikov, S. A. Nikiforov, K. Yu. Nagulin, and A. Kh. Gilmudtinov, “Gas Dynamics Research in a Plasma Torch for Spectral Analysis Using Numerical Simulation,” in *Physica.SPb: International Conference Proceedings. St. Petersburg, Russia, October 20–24, 2025* (POLITEKH-PRESS, St. Petersburg, 2025), pp. 92–94. <https://physica.spb.ru/data/uploads/2025/theses2025.pdf>. Cited April 8, 2026.
18. M. I. Boulos, P. L. Fauchais, and E. Pfender, *Handbook of Thermal Plasmas* (Springer Nature, Cham, 2023). doi [10.1007/978-3-030-84936-8](https://doi.org/10.1007/978-3-030-84936-8).
19. R. Ye, P. Proulx, and M. I. Boulos, “Turbulence Phenomena in the Radio Frequency Induction Plasma Torch,” *International Journal of Heat and Mass Transfer* **42** (9), 1585–1595 (1999). doi [10.1016/s0017-9310\(98\)00260-9](https://doi.org/10.1016/s0017-9310(98)00260-9).
20. S. B. Punjabi, S. N. Sahasrabudhe, N. K. Joshi, et al., “Comparative Study of Laminar and Turbulent Flow Model with Different Operating Parameters for Radio Frequency-Inductively Coupled Plasma Torch Working at 3 MHz Frequency at Atmospheric Pressure,” *Physics of Plasmas* **21** (1), Article Number 013506 (2014). doi [10.1063/1.4862238](https://doi.org/10.1063/1.4862238).
21. M. Aghaei, L. Flamigni, H. Lindner, et al., “Occurrence of Gas Flow Rotational Motion Inside the ICP Torch: A Computational and Experimental Study,” *Journal of Analytical Atomic Spectrometry* **29** (2), 249–261 (2014). doi [10.1039/c3ja50302j](https://doi.org/10.1039/c3ja50302j).

Received
March 10, 2026

Accepted
April 1, 2026

Published
April 16, 2026

Information about the authors

Anton S. Melnikov — Leading Engineer; Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev (KAI), Department of Laser and Additive Technologies, Karl Marx ulitsa, 10, 420111, Kazan, Russia.

Albert Kh. Gilmudtinov — Dr. Sci., Professor; Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev (KAI), Department of Laser and Additive Technologies, Karl Marx ulitsa, 10, 420111, Kazan, Russia.