

551.251:519.711.3

ОЦЕНКА ЭФФЕКТА ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ ПРИ МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕКТОНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

С. Н. Коробейников¹, В. В. Ревердатто², О. П. Полянский²,
В. Г. Свердлова³, А. В. Бабичев²

Нелинейные уравнения механики деформируемого твердого тела применяются для математического моделирования тектонических процессов. В формулировке уравнений используются все три возможных типа нелинейности: физическая, геометрическая и контактная. Рассматриваются тектонические процессы, при моделировании которых необходимо использовать физическую и контактную нелинейности. Проводится исследование степени важности учета геометрической нелинейности уравнений механики деформируемого твердого тела при решении типичных задач моделирования тектонических процессов. Решается задача о надвиге деформируемой плиты на абсолютно жесткое тело. Решение задачи проводится численно с использованием пакета MSC.Marc 2005. Для пространственной дискретизации уравнений механики деформируемого твердого тела используется метод конечных элементов. Для интегрирования уравнений по времени используется пошаговая процедура с итерационным уточнением решения. Нижняя часть плиты моделируется упругопластическим материалом, а верхняя часть плиты — хрупким материалом. Проведенные расчеты показали важность учета геометрической нелинейности. В геометрически линейном приближении развивается сценарий разрушения плиты, который существенно отличается от сценария разрушения плиты, полученного при решении этой же задачи, но с учетом геометрической нелинейности деформирования. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (коды проектов 05-08-01395, 05-05-64057), грантов Президента РФ НПШ-6481.2006.1, НПШ-4922.2006.5, программ фундаментальных исследований РАН № 4.11.2 на 2006 г., ОНЗ РАН № 6 и Интеграционного проекта СО РАН № 116.

Ключевые слова: математическое моделирование, тектонические процессы, механика деформируемого твердого тела, численные методы, пакеты прикладных программ, сдвиг плиты.

Введение. Принципиальные трудности математического моделирования тектонических процессов обусловлены нелинейностью используемых уравнений механики деформируемого твердого тела (МДТТ). Можно выделить три типа нелинейностей уравнений МДТТ [1 – 5]: физическая, геометрическая и контактная нелинейности. Под физической нелинейностью понимается нелинейность определяющих соотношений, т.е. уравнений связи компонент тензоров напряжений и деформаций и/или их скоростей. Геометрическая нелинейность вводится в уравнения движения/равновесия и в кинематические связи (соотношения между компонентами тензоров деформаций и градиента перемещений) при учете изменения геометрии тела в процессе деформирования. Наконец, контактная нелинейность обусловлена определением заранее неизвестной границы контакта и сил, действующих на тела, при их вхождении в контакт.

В настоящей работе рассматривается типичный пример математического моделирования тектонических процессов: решается задача о движении плиты (как участка земной литосферы) и ее надвиге на абсолютно жесткое тело. Здесь другой участок земной коры предполагается абсолютно жестким: во-первых, с целью упрощения задачи в математическом аспекте и, во-вторых, для моделирования надвига “мягкого” участка земной коры на участок земной коры с большей “жесткостью” материала. Очевидно, что учет физической нелинейности является обязательным звеном математического моделирования деформирования плиты вследствие учета необратимых деформаций: как формоизменения, описываемого упругопластической моделью материала, так и разрушения плиты при возникновении напряжений, достигших

¹ Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, просп. акад. Лаврентьева, 15, 630090, г. Новосибирск; e-mail: S.N.Korobeynikov@mail.ru.

² Институт геологии и минералогии СО РАН, ул. Коптюга, 3, 630090, г. Новосибирск; e-mail: pol@uiggm.nsc.ru

³ Государственный технический университет, просп. Ленина, 27, 631013, г. Комсомольск-на-Амуре; e-mail: S.N.Korobeynikov@mail.ru.

предела прочности материала плиты. Также очевидно, что без учета контактных взаимодействий невозможно провести математическое моделирование движения и надвига плиты на препятствие. Остается не очевидным смысл существенного усложнения уравнений, учитывающих геометрическую нелинейность деформирования при решении такого класса задач. В известных авторам настоящей работы исследованиях, посвященных математическому моделированию тектонических процессов (см., например, [6–14] и др.), использовались как уравнения МДТТ, учитывающие геометрическую нелинейность, так и уравнения, не учитывающие такую нелинейность, но сравнительный анализ решений задач с учетом геометрической нелинейности и без учета такой нелинейности не приводился. Основная цель настоящей работы состоит в ответе на вопрос, насколько оправданным является усложнение уравнений МДТТ при учете геометрической нелинейности деформирования в решении типичной задачи математического моделирования тектонического процесса.

Для исследуемых геологических процессов скорость деформирования среды относительно невелика, поэтому задача МДТТ решается как квазистатическая, т.е. инерционные члены в уравнениях движения не учитываются. Уравнения квазистатического деформирования, лежащие в основе математического моделирования тектонических процессов, решаются численно. Для пространственной дискретизации уравнений МДТТ используется метод конечных элементов (МКЭ) [1–5], наиболее подходящий для численного решения многомерных задач математической физики с произвольными областями. Этот метод является одним из вариантов метода Бубнова–Галеркина. Специфика МКЭ заключается в выборе базисных функций с финитными носителями, определенными на локальных участках (конечных элементах). При интегрировании уравнений по времени используется пошаговая процедура с итерационным уточнением решения методом Ньютона–Рафсона.

Для численного моделирования используется пакет MSC.Marc 2005 [2], в котором предусмотрен учет всех типов нелинейностей уравнений МДТТ. Для геометрического моделирования (построения 2D модели и разбишки области на конечные элементы) используется пакет MSC.Patran 2005 [15].

Задача процесса надвигания деформируемой плиты на абсолютно жесткое тело решается в двумерной постановке (как задача о плоской деформации). Область, моделирующая надвиг, определяется контактом между сдвигающимися блоками, один из которых задается в виде жесткого неподвижного упора с заданным углом наклона между плоскостью контакта и дневной поверхностью. Численное моделирование процесса надвига без учета геометрической нелинейности проведено в предыдущей работе авторов [13], однако схема моделирования надвига, предложенная в этой работе, оказалась не реализуемой при решении этой задачи с учетом геометрической нелинейности.

В настоящей работе предлагается новая модель надвига деформируемой плиты на абсолютно жесткое тело, которая позволяет решать эту задачу в геометрически нелинейной постановке. Проведенный анализ решения задачи в рамках новой модели позволяет сделать вывод о необходимости учета геометрической нелинейности деформирования в уравнениях МДТТ для корректного математического моделирования тектонических процессов, в том числе правильного представления сценария разрушения блока при его надвиге на препятствие.

1. Уравнения квазистатического деформирования твердых тел. Приведем уравнения, описывающие квазистатическое деформирование твердого тела (более детальная формулировка этих уравнений приведена, например, в [1–5]).

Формулировка уравнений МДТТ в предположении малости деформаций, поворотов и перемещений (но допускаются большие трансляционные перемещения тела как жесткого целого), т.е. без учета геометрической нелинейности деформирования, называется MNO (Material Nonlinear Only) формулировкой [1, 4]. При учете геометрической нелинейности различают две формулировки уравнений МДТТ: TL (Total Lagrangean) формулировка и UL (Updated Lagrangean) формулировка ([1, 4]). Разница в этих двух формулировках уравнений состоит в выборе отсчетной конфигурации деформируемого тела: в первом случае (для TL-формулировки) в качестве отсчетной конфигурации выбирается начальная конфигурация тела, а во втором случае (для UL-формулировки) — текущая (деформированная) конфигурация тела. Так как при выборе определяющих соотношений упругопластического деформирования с учетом больших деформаций тела UL-формулировка уравнений МДТТ предпочтительна перед TL-формулировкой (см., например, [1]), а в настоящей работе нижняя кора моделируется упругопластическим материалом, то рассматриваем только UL-формулировку уравнений при учете геометрической нелинейности деформирования. Рассматриваем вариант UL-формулировки, когда в определяющих соотношениях, сформулированных в скоростях, в качестве скорости изменения тензора напряжений Коши используется производная Хилла этого тензора [1] (производная Яуманна тензора напряжений Кирхгофа). В [4] в определяющих соотношениях упругопластического деформирования используется производная Яуманна тензора напряже-

ний Коши. В этом случае возникают математические трудности: отсутствие вариационной формулировки уравнений квазистатического деформирования, сформулированных в скоростях [1, 16]. Это обстоятельство при использовании МКЭ приводит к несимметричной касательной матрице жесткости [17]. Использование производной Хилла тензора напряжений Коши в определяющих соотношениях позволяет дать вариационную формулировку уравнений квазистатического деформирования [1, 16] и при использовании МКЭ получить симметричную касательную матрицу жесткости (см. также [18]).

1.1. MNO-формулировка уравнений МДТТ.

1. Уравнения равновесия в слабой форме (уравнение принципа возможных перемещений или уравнение баланса виртуальных работ)

$$\int_{^0V} \mathbf{s} : \delta \boldsymbol{\varepsilon} d^0V = \int_{^0V} \rho \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{u} d^0V + \int_{^0S_T} \mathbf{T}^* \cdot \delta \mathbf{u} d^0S \quad \forall \delta \mathbf{u} \quad (\delta \mathbf{u} = \mathbf{0} \text{ на } ^0S_u). \quad (1)$$

Здесь и далее: \mathbf{s} и $\boldsymbol{\varepsilon}$ — соответственно, симметричные тензоры напряжений и деформаций Коши; \mathbf{u} — вектор перемещений; \mathbf{f} — вектор массовых сил (сил, действующих на единицу массы тела); 0V — область, занимаемая телом в отсчетной конфигурации; 0S — замкнутая поверхность, ограничивающая область 0V ; $^0S_u, ^0S_T$ — части поверхности $^0S = ^0S_u \cup ^0S_T$ ($^0S_u \cap ^0S_T = \emptyset$), на которых заданы векторы перемещений \mathbf{u} и напряжений $\mathbf{T} \equiv \mathbf{N} \cdot \mathbf{s} = \mathbf{s} \cdot \mathbf{N}$: $\mathbf{u} = \mathbf{u}^*$ на 0S_u , $\mathbf{N} \cdot \mathbf{s} = \mathbf{T}^*$ на 0S_T ; \mathbf{N} — единичный вектор внешней нормали к поверхности 0S_T ; $^0\rho$ — массовая плотность материала в отсчетной конфигурации; индекс “*” обозначает заданную величину; точка между тензорами и/или векторами обозначает операцию их скалярного (внутреннего) произведения; знак “:” между тензорами обозначает операцию их двойного скалярного произведения (свертки по двум индексам); знак “ δ ” обозначает вариацию, так что $\delta \mathbf{u} = \mathbf{0}$ на 0S_u (граничные условия на 0S_u являются главными, а на 0S_T — естественными).

2. Кинематические соотношения (связь тензора деформаций Коши с тензором градиента перемещений) имеют вид $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\overset{\circ}{\nabla} \mathbf{u} + \overset{\circ}{\nabla} \mathbf{u}^T)$, где $\overset{\circ}{\nabla} \mathbf{u}$ — тензор градиента перемещений ($\overset{\circ}{\nabla}$ обозначает набла-вектор, определяемый по отношению к начальной конфигурации тела); здесь и далее индекс “ T ” обозначает операцию транспонирования.

3. Определяющие соотношения записываются в форме

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \quad (2)$$

где \mathbf{C} — тензор четвертого ранга, компоненты которого в общем случае зависят от компонент тензоров напряжений и деформаций (и, возможно, их скоростей); здесь и далее точка над величиной обозначает материальную производную, т.е. частную производную величины по параметру деформирования (времени) t для фиксированной материальной точки. В частности, к материалам, определяющие соотношения которых записываются в виде (2), относятся упругопластические материалы [1] и хрупкие материалы [19].

1.2. UL-формулировка уравнений МДТТ.

1. Уравнения равновесия в слабой форме (уравнение баланса виртуальных мощностей)

$$\int_V \mathbf{s} : \delta \mathbf{d} dV = \int_V \rho \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{v} dV + \int_{S_T} \mathbf{t}^* \cdot \delta \mathbf{v} dS \quad \forall \delta \mathbf{v} \quad (\delta \mathbf{v} = \mathbf{0} \text{ на } S_u). \quad (3)$$

Здесь и далее: $\mathbf{v} \equiv \dot{\mathbf{u}}$ — вектор скорости, \mathbf{d} — тензор скорости деформаций (определяется далее); ρ — массовая плотность материала, определенная в момент времени t ; V — область, занимаемая телом в текущей конфигурации (в момент времени t); S — замкнутая поверхность, ограничивающая область V ; S_u, S_T — части поверхности $S = S_u \cup S_T$ ($S_u \cap S_T = \emptyset$), на которых заданы векторы перемещений \mathbf{u} и напряжений $\mathbf{t} \equiv \mathbf{n} \cdot \mathbf{s} = \mathbf{s} \cdot \mathbf{n}$ соответственно: $\mathbf{u} = \mathbf{u}^*$ на S_u , $\mathbf{n} \cdot \mathbf{s} = \mathbf{t}^*$ на S_T ; \mathbf{n} — единичный вектор внешней нормали к поверхности S_T . Отметим, что уравнение (1) можно также записать в виде (3) (т.е. в виде уравнения баланса мощностей), однако запись уравнения (1) как баланса виртуальных работ более традиционна для MNO-формулировки уравнений МДТТ.

2. Кинематические соотношения (связь тензора скорости деформаций с тензором градиента скорости) имеют вид $\mathbf{d} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)$, где $\nabla \mathbf{v}$ — тензор градиента скорости (∇ — пространственный набла-вектор [1]).

3. Определяющие соотношения записываются в виде $\mathbf{s}^H = \mathbf{C} : \mathbf{d}$. Здесь \mathbf{s}^H — производная Хилла тензора напряжений Коши, которая определяется через материальную производную этого тензора по формуле [1]

$$\mathbf{s}^H \equiv \dot{\mathbf{s}} - \mathbf{w} \cdot \mathbf{s} + \mathbf{s} \cdot \mathbf{w} + \mathbf{s} \operatorname{tr} \mathbf{d},$$

где \mathbf{w} — антисимметричный тензор вихря $\mathbf{w} \equiv \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v}^T - \nabla \mathbf{v})$.

2. Уравнения квазистатического деформирования твердых тел, записанные в приращениях. Для дальнейшего применения шаговой процедуры интегрирования уравнений по времени требуется из уравнений, представленных в п. 1, получить уравнения квазистатического деформирования твердых тел, записанные в приращениях. Считаем шаг по времени Δt достаточно малым. Предполагаем, что в момент времени t все искомые величины определены, т.е. уравнения (1) и (3) выполнены тождественно. Зависимость исследуемых функций от времени показываем далее левым верхним индексом: например, величины ${}^t\mathbf{s}$ и ${}^{t+\Delta t}\mathbf{s}$ обозначают тензор напряжений Коши, определенный в моменты времени t и $t + \Delta t$ соответственно. Здесь и далее знак Δ перед величиной означает ее приращение с момента времени t к моменту времени $t + \Delta t$, например $\Delta \mathbf{s} \equiv {}^{t+\Delta t}\mathbf{s} - {}^t\mathbf{s}$, $\Delta \boldsymbol{\varepsilon} \equiv {}^{t+\Delta t}\boldsymbol{\varepsilon} - {}^t\boldsymbol{\varepsilon}$.

2.1. МНО-формулировка уравнений. Рассматривая уравнение (1) в момент времени $t + \Delta t$ и вычитая из обеих частей этого уравнения член $\int_{{}^0V} {}^t\mathbf{s} : \delta \boldsymbol{\varepsilon} d^0V$, получаем

$$\int_{{}^0V} \Delta \mathbf{s} : \delta \boldsymbol{\varepsilon} d^0V = \int_{{}^0V} \rho {}^{t+\Delta t}\mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{u} d^0V + \int_{{}^0S_T} {}^{t+\Delta t}\mathbf{T}^* \cdot \delta \mathbf{u} d^0S - \int_{{}^0V} {}^t\mathbf{s} : \delta \boldsymbol{\varepsilon} d^0V \quad \forall \delta \mathbf{u} \quad (\delta \mathbf{u} = \mathbf{0} \text{ на } {}^0S_u). \quad (4)$$

Линеаризуя определяющие соотношения (2) относительно момента времени t , имеем

$$\Delta \mathbf{s} = {}^t\mathbf{C} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (5)$$

Подставляя выражение для $\Delta \mathbf{s}$ из (5) в левую часть равенства (4), получаем линеаризованное уравнение принципа возможных перемещений, записанное в приращениях $\forall \delta \mathbf{u}$ ($\delta \mathbf{u} = \mathbf{0}$ на 0S_u):

$$\int_{{}^0V} \delta \boldsymbol{\varepsilon} : {}^t\mathbf{C} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon} d^0V = \int_{{}^0V} \rho {}^{t+\Delta t}\mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{u} d^0V + \int_{{}^0S_T} {}^{t+\Delta t}\mathbf{T}^* \cdot \delta \mathbf{u} d^0S - \int_{{}^0V} {}^t\mathbf{s} : \delta \boldsymbol{\varepsilon} d^0V. \quad (6)$$

2.2. UL-формулировка уравнений. Рассматриваем конфигурацию тела в момент времени t как отсчетную. Действуя по схеме, представленной в п. 2.1, получаем после некоторых преобразований (подробности см. в [1]) скалярное линеаризованное уравнение

$$\begin{aligned} \int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon} : {}^t\mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon} dV + \frac{1}{2} \int_V \mathbf{s} : \delta [\nabla \tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla \tilde{\mathbf{u}}^T - \mathbf{e} \cdot \mathbf{e}] dV = \\ = \int_V \rho {}^{t+\Delta t}\mathbf{f} \cdot \delta \tilde{\mathbf{u}} dV + \int_{{}^0S_T} {}^{t+\Delta t}\mathbf{t}^* \cdot \delta \tilde{\mathbf{u}} dS - \int_V {}^t\mathbf{s} : \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV \quad \forall \delta \tilde{\mathbf{u}} \quad (\delta \tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \text{ на } S_u). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь приняты обозначения $\tilde{\mathbf{u}} \equiv \Delta \mathbf{u}$, $\mathbf{e} \equiv \frac{1}{2} (\nabla \tilde{\mathbf{u}} + \nabla \tilde{\mathbf{u}}^T)$.

3. Пространственная дискретизация уравнений. Дискретный аналог скалярных уравнений (6) и (7) получим, используя МКЭ. В обоих случаях приходим к уравнению вида [1–5]

$$\delta \mathbf{U}^T {}^tK \Delta \mathbf{U} = \delta \mathbf{U}^T ({}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^t\mathbf{F}) \quad \forall \delta \mathbf{U} \in R^{N_{\text{eq}}}. \quad (8)$$

Здесь $\Delta \mathbf{U}$ — вектор приращений узловых перемещений; ${}^{t+\Delta t}\mathbf{R}$ и ${}^t\mathbf{F}$ — векторы внешних и внутренних сил, определенные в моменты времени $t + \Delta t$ и t соответственно; tK — симметричная касательная матрица жесткости, определенная в момент времени t ; N_{eq} — число независимых степеней свободы.

В силу произвольности вектора $\delta \mathbf{U}$ скалярное уравнение (8) эквивалентно векторному уравнению

$${}^tK \Delta \mathbf{U} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^t\mathbf{F}. \quad (9)$$

После определения вектора приращений узловых перемещений $\Delta \mathbf{U}$ из системы линейных уравнений (9) решение ${}^{t+\Delta t}\mathbf{U}$ для вектора узловых перемещений в момент времени $t + \Delta t$ определяется по формуле ${}^{t+\Delta t}\mathbf{U} = {}^t\mathbf{U} + \Delta \mathbf{U}$. Это решение уточняется методом Ньютона–Рафсона, пока вектор невязки на i -й итерации ${}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i)}$ не станет близким к нулевому вектору (в смысле евклидовой нормы) в пределах заданной относительной погрешности решения.

4. Схема численного моделирования надвига плиты на абсолютно жесткое тело. Моделирование процесса надвигания деформируемой плиты на абсолютно жесткое тело выполняется в двумерной

постановке (предполагается выполнение условий плоской деформации). Континентальная кора представляет собой область, состоящую из двух блоков. Участок области, моделирующий надвиг, определяется контактом между блоками, один из которых задается в виде абсолютно жесткого неподвижного упора с заданным углом наклона контакта (45°).

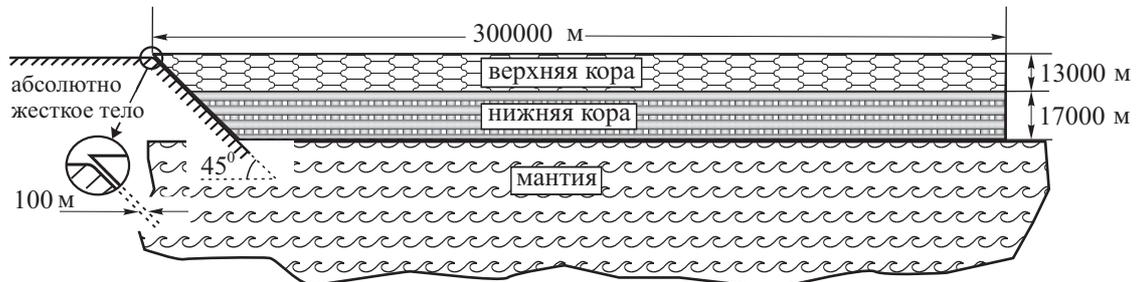


Рис. 1. Плоская модель континентальной коры в начальный момент времени $t = 0$ лет

Второй (деформируемый) блок движется под действием заданного горизонтального перемещения $u^*(t)$ некоторых участков границы, так что скорость этого перемещения является постоянной и равной $v^* = \dot{u}^* = 1.375$ см/год ($u^*(T) = 55$ км, где $T = 4 \cdot 10^6$ лет). Для каждой из двух моделей надвига, рассмотренных ниже, горизонтальное перемещение u^* задается на разных участках блока. В обеих моделях надвига горизонтальная скорость движения материала в области надвига, полученная в результате численного моделирования, приблизительно равна 0.5 см/год, что соответствует некоторым данным геологических измерений. В начальный момент времени ($t = 0$) зазор по горизонтали между плитой и абсолютно жестким телом составляет 100 м. Этот зазор требуется для корректного вычисления полей напряжений в результате приложения веса к плите (подробности определения этих полей приведены ниже). Геометрические параметры деформируемой плиты приведены на рис. 1.

Предполагается, что деформируемая плита состоит из двух слоев, находящихся в жестком сцеплении (рис. 1). Модели материалов слоев задаются в соответствии с современными геологическими представлениями. Материал верхнего слоя предполагается хрупким, т.е. первоначально изотропным линейным упругим (с модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν) с возможностью разрушения при достижении максимальным главным напряжением предела прочности σ_t и с дальнейшим деформированием, характеризуемым ниспадающим участком с модулем E_s на диаграмме одноосного деформирования (рис. 2 а). Материал нижнего слоя предполагается упругопластическим, так что упругий участок деформирования характеризуется модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν , пластическое деформирование начинается при достижении эффективным напряжением предела текучести σ_y (т.е. используется критерий текучести Хубера–Мизеса), закон упрочнения материала предполагается изотропным, упрочнение материала характеризуется касательным модулем $E_t > 0$ на диаграмме одноосного деформирования (рис. 2 б). Отметим, что при $E_t = 0$ упрочнение материала отсутствует и такой материал называется идеальным упругопластическим. При численном моделировании надвига задаются следующие константы материалов слоев: для верхнего слоя полагаем $E = 5$ ГПа, $\nu = 0.25$, $\sigma_t = 0.02$ ГПа, $E_s = 500$ Па; для нижнего слоя — $E = 50$ ГПа, $\nu = 0.25$, $\sigma_y = 0.5$ ГПа, $E_t = 0.02 E = 1$ ГПа.

По-видимому, в начальный момент надвига в деформируемой плите существуют отличные от нуля напряжения. Для оценки напряженно-деформированного состояния деформируемой плиты в начальный момент надвига решается отдельная задача приложения веса от нулевого значения до значения $P = \rho g$ н/м³, где $\rho = 3000$ кг/м³ (плотность ρ предполагается одинаковой для верхнего и нижнего слоев плиты), $g = 9.81$ м/сек² — ускорение свободного падения. Предполагается, что вес прикладывается с постоянной скоро-

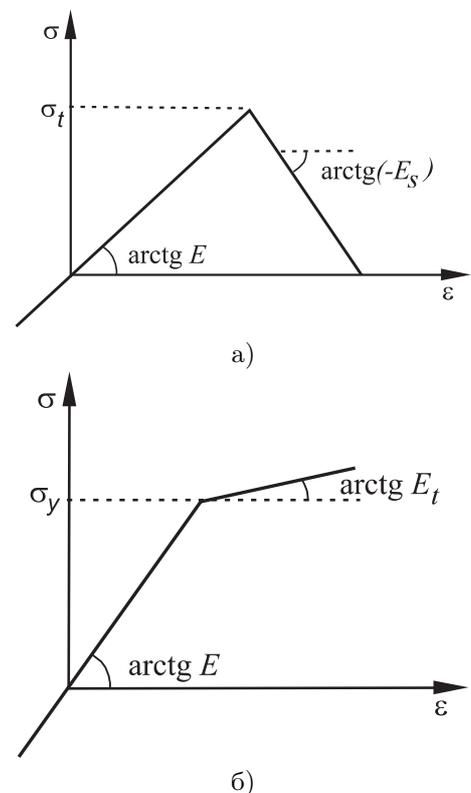


Рис. 2. Диаграммы одноосного деформирования: а) хрупкого материала, б) упругопластического материала

стью в течение 10 лет (отметим, что физическое время приложения веса не играет роли в настоящей постановке задачи, так как инерционные члены в уравнениях движения опускаются, а в используемых моделях материалов естественное время не присутствует явно). Полученные в результате решения задачи поля напряжений, перемещений и параметров, характеризующих процессы неупругого деформирования (разрушения и пластичности), так же как кинематические и статические условия контакта, используются как начальные данные для решения основной задачи по надвигу плиты на жесткое тело. При решении этой задачи ($t > 10$ лет) сила веса полагается постоянной.

Численное моделирование надвига проводится с использованием пакета MSC.Marc 2005, в котором реализованы формулировки уравнений, представленных в п. 2, и схемы дискретизации этих уравнений, представленные в п. 3. Построение геометрической модели и конечно-элементной сетки, построенной из набора четырехузловых изопараметрических элементов и треугольных элементов постоянной деформации, так же как и графическое представление результатов расчетов, проводится с помощью пакета MSC.Patran 2005.

При решении контактной задачи предполагается, что трение отсутствует. Отметим, что используемые по умолчанию в пакете MSC.Marc параметры решения контактных задач не всегда приводили к успешному решению контактной задачи в настоящем исследовании: в некоторых случаях получалось решение с проникновением деформируемого тела в абсолютно жесткое тело или не наступала сходимость итерационного процесса. В настоящем исследовании задаются следующие параметры решения контактной задачи: $ERROR=10$, $BIAS=0.95$ (по умолчанию этим величинам в пакете MSC.Marc присваиваются значения: $ERROR=0.01$, $BIAS=0$ [20]). Эти значения параметров позволяют более успешно решать предлагаемые контактные задачи по сравнению с теми значениями, которые используются по умолчанию в этом пакете.

Расчеты проводились с адаптивным шагом по времени Δt , изменения которого в пакете MSC.Marc регулируется как заданием желаемого числа итераций N_{opt} (на каждом шаге интегрирования уравнений квазистатического деформирования), так и заданием относительных погрешностей вычислений ε_D (по перемещениям) и ε_F (по силам). Используется коэффициент увеличения шага Δt , равный 1.2, задаваемый по умолчанию в этом пакете. Решение всей задачи надвига состоит из решения двух подзадач: вспомогательной (приложение веса к плите) и основной (самого надвига). Для двухэтапного решения задачи надвига используется опция "restart". При этом решение вспомогательной задачи в конце первого этапа ($t = 10$ лет) записывается в файл, который используется при решении основной задачи при включении опции "restart". Моделирование приложения веса, как и основной задачи надвига, включает все типы нелинейностей: происходит пластическое деформирование нижнего слоя деформируемой плиты, начинается разрушение верхнего слоя плиты и происходит контактное взаимодействие плиты с абсолютно жестким телом (плита "ложится" левым краем на абсолютно жесткое тело). При этом для обеспечения сходимости решения к точному требуется сравнительно мелкий шаг по времени Δt .

Представим расчеты, полученные с двумя возможными моделями надвига деформируемой плиты.

5. Результаты расчетов по первой модели надвига. В первой модели надвига [13] воздействие мантии на кору моделируется упругим основанием коры (рис. 3), т.е. предполагается, что нижняя поверхность плиты поддерживается упругим основанием с жесткостью K_f (граничное условие Винклера [21]). Отметим, что моделирование воздействия мантии на кору через задание граничного условия Винклера

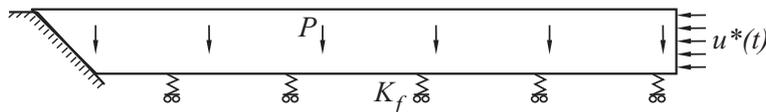


Рис. 3. Схема механического воздействия на деформируемую плиту (показана конфигурация плиты в начальный момент времени $t = 0$ лет) в первой модели надвига

MSC.Patran 2005	8.00+008
Fringe: lcase1, A1:Incr=48,Time=10.0000, Stress, Equivalent Mises	7.43+008
	6.86+008
	6.29+008
Deform: lcase1, A1:Incr=48,Time=10.0000, Displacement, Translation	5.71+008
	5.14+008
	4.57+008
	4.00+008
	3.43+008
	2.86+008
	2.29+008
	1.71+008
	1.14+008
	5.71+007
	2.89+003



Рис. 4. Деформированная конфигурация и линии уровня эффективных напряжений в решении вспомогательной задачи о нагружении деформируемого блока собственным весом (первая модель надвига)

является традиционным при математическом моделировании тектонических процессов, происходящих в земной коре (см., например, [6–14]).

Жесткость $K_f(t)$ выбиралась такой, что на последнем шаге решения задачи по приложению веса верхняя поверхность деформируемого блока была на одном уровне с горизонтальной поверхностью (линией — в двумерном моделировании) абсолютно жесткого тела. Предполагается, что жесткость изменяется по времени на интервале (0,10) лет линейно от нулевого значения ($K_f(0) = 0$) до максимального значения $K_f(10) = 1.2$ МПа. При решении задачи надвига ($t > 10$) лет это достигнутое максимальное значение K_f полагается постоянным.

При решении вспомогательной задачи о приложении силы веса к плите горизонтальная компонента перемещений правого торца предполагается равной нулю (т.е. $u^*(t) = 0$ при $0 \leq t \leq 10$ лет). Далее движение плиты происходит при действии постоянного значения скорости перемещения правого торца, т.е. $u^*(t)$ изменяется по линейному закону от нулевого значения при $t = 10$ лет до значения 55 км в момент времени $T = 4 \cdot 10^6$ лет, т.е. $u^*(10) = 0$ м, $u^*(4 \cdot 10^6) = 55000$ м. Действие всех заданных на деформируемый блок сил и перемещений показано на рис. 3.

Решение вспомогательной задачи (о приложении веса) получено при задании следующих параметров, определяющих процесс пошагового интегрирования с адаптивным шагом по времени: $N_{\text{opt}} = 4$, $\varepsilon_D = \varepsilon_F = 0.01$. Деформированная конфигурация блока в момент окончательного приложения веса (10 лет) показана на рис. 4. Отметим, что на этом рисунке и на последующих также показана недеформированная конфигурация блока. Кроме того, на рис. 4 приведены линии уровня эффективных напряжений. Отметим, что на результатах настоящего расчета существенным образом сказались учет как контактной, так и физической нелинейностей. В нижнем слое блока произошло пластическое течение материала, а в верхнем слое блока (в районе верхнего “носика” плиты) началось хрупкое разрушение материала плиты. Тем не менее уровни деформаций оказались сравнительно малыми и эффект геометрической нелинейности в настоящем расчете практически не сказались. Результаты расчетов по MNO- и UL-формулировкам уравнений оказались близкими, и на рис. 4 представлены результаты расчетов, полученных с MNO-формулировкой уравнений МДТТ.

Однако результаты численного моделирования основной задачи надвига существенно различаются при использовании MNO- и UL-формулировок уравнений. Для задачи надвига начальным моментом времени считается момент $t = 10$ лет. Задача решается с опцией “restart”, и в качестве начальных условий “рестарта” используются переменные, полученные при решении задачи о приложении веса к плите.

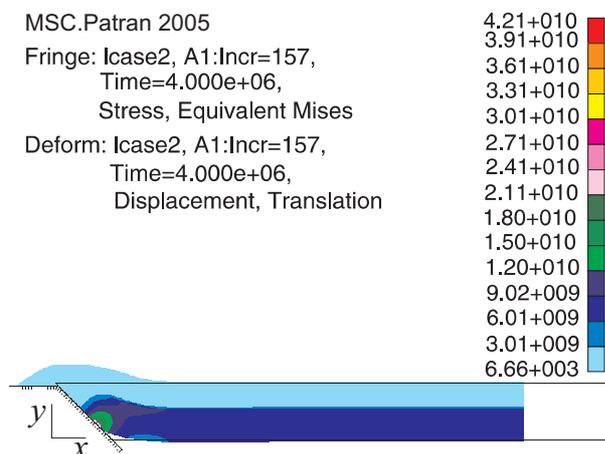


Рис. 5. Изолинии эффективных напряжений деформированной плиты в момент времени $t = 4$ млн лет (MNO-формулировка уравнений МДТТ)

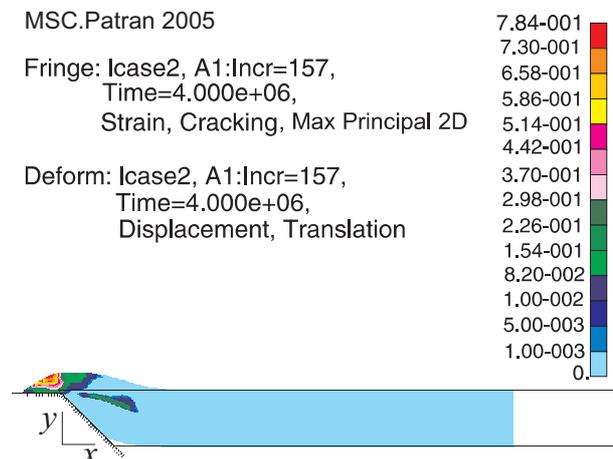


Рис. 6. Изолинии максимальных главных деформаций разрушения деформированной плиты в момент времени $t = 4$ млн лет (MNO-формулировка уравнений МДТТ)

Представим сначала результаты расчетов задачи о надвиге плиты, полученные с использованием MNO-формулировки уравнений. Решение этой же задачи представлено в [13], но в настоящем исследовании берется другое значение скорости приложения перемещения правого торца плиты. Используются те же значения параметров N_{opt} , ε_D , ε_F , что и в решении вспомогательной задачи (приложения веса). Деформированная конфигурация плиты в момент времени $t = 4$ млн лет представлена на рис. 5 и 6.

Изолинии эффективных напряжений представлены на рис. 5. Из этого рисунка видно, что концен-

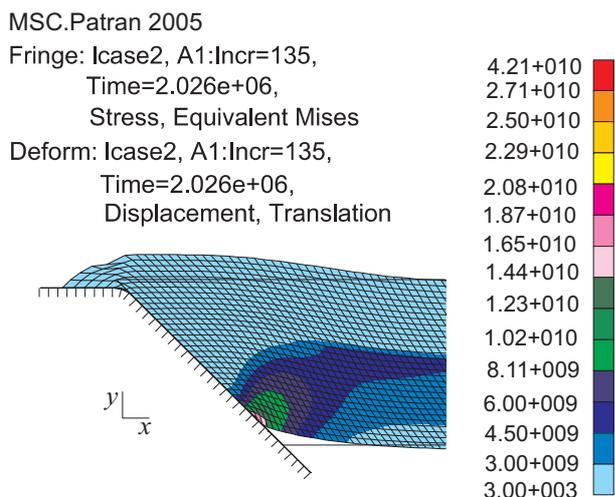


Рис. 7. Детальная картина изолиний эффективных напряжений в районе надвига деформируемой плиты на абсолютно жесткое тело в момент времени $t = 2.02$ млн лет (MNO-формулировка уравнений МДТТ)

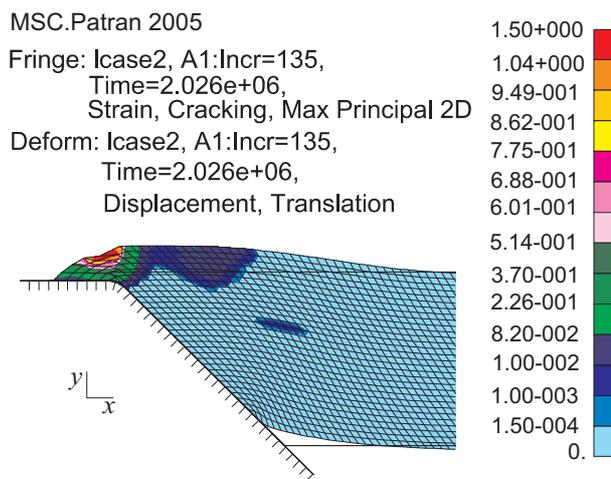


Рис. 8. Детальная картина изолиний максимальных главных деформаций разрушения в районе надвига деформируемой плиты на абсолютно жесткое тело в момент времени $t = 2.02$ млн лет (MNO-формулировка уравнений МДТТ)

трация напряжений (максимально затемненный материал плиты на рис. 5) происходит в районе контакта деформируемой плиты с жестким телом. Изолинии максимальных главных деформаций разрушения материала плиты представлены на рис. 6. Изолинии этих деформаций позволяют наглядно представить зоны разрушения материала (если материал не “разрушен”, то максимальные главные деформации разрушения равны нулю) при использовании континуальных моделей разрушения. Отчетливо видно локальное расслоение двух разнородных материалов, которое происходит из-за разрушения хрупкого материала на границе склейки хрупкого материала с упругопластическим. Также видно, что основное разрушение материала плиты при надвиге происходит вследствие действия силы тяжести.

Более детальные картины распределения напряжений и деформаций в районе надвига представлены на рис. 7–10. Изолинии эффективных напряжений и максимальных главных деформаций разрушения в момент времени $t = 2.02$ млн лет приведены на рис. 7, 8, а в момент времени $t = 4$ млн лет — на рис. 9, 10.

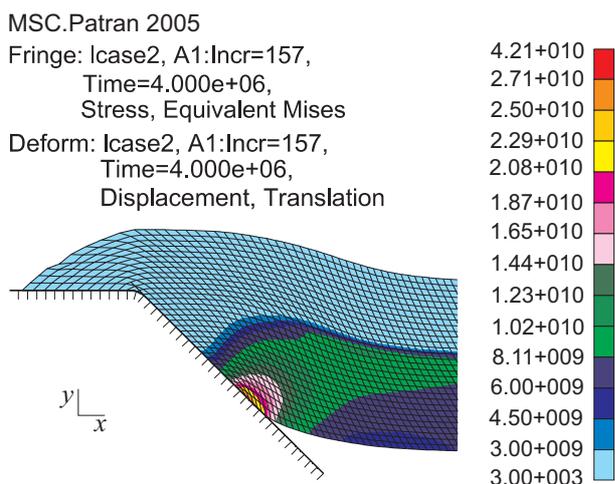


Рис. 9. Детальная картина изолиний эффективных напряжений в районе надвига деформируемой плиты на абсолютно жесткое тело в момент времени $t = 4$ млн лет (MNO-формулировка уравнений МДТТ)

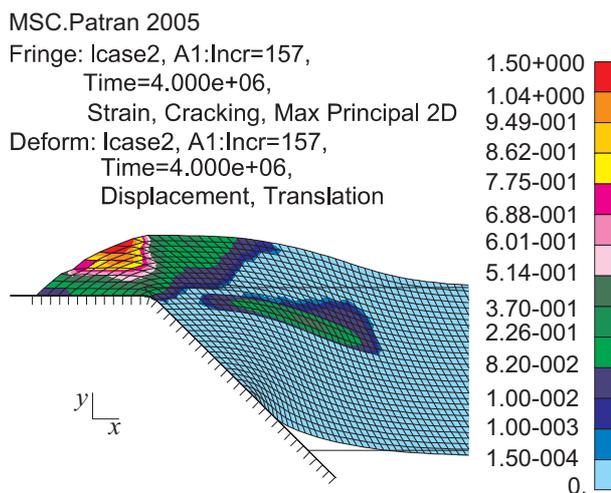


Рис. 10. Детальная картина изолиний максимальных главных деформаций разрушения в районе надвига деформируемой плиты на абсолютно жесткое тело в момент времени $t = 4$ млн лет (MNO-формулировка уравнений МДТТ)

Скорость движения материала при надвиге была получена следующим образом: определялись номера

узловых точек, которые в результате разрушения левого верхнего участка деформируемой плиты входили в контакт с горизонтальным участком абсолютно жесткого тела. Далее получали графики зависимости перемещений этих точек от времени t и по этим графикам определялись скорости движения этих точек. Скорость движения материала при надвиге определялась как средняя скорость движения этих узловых точек. В результате определена скорость движения материала в районе надвига, равная 0.50 см/год.

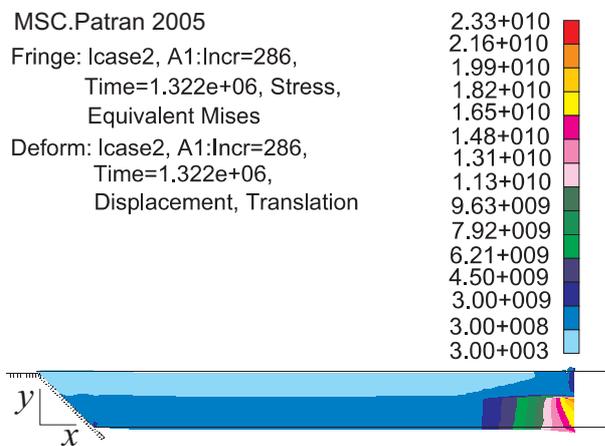


Рис. 11. Изолинии эффективных напряжений деформированной плиты в момент времени $t = 1.322$ млн лет (UL-формулировка уравнений МДТТ)

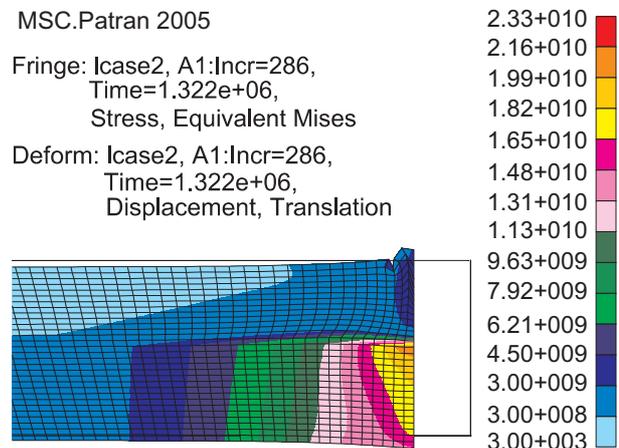


Рис. 12. Изолинии эффективных напряжений “хвостовой” части деформированной плиты в момент времени $t = 1.322$ млн лет (UL-формулировка уравнений МДТТ)

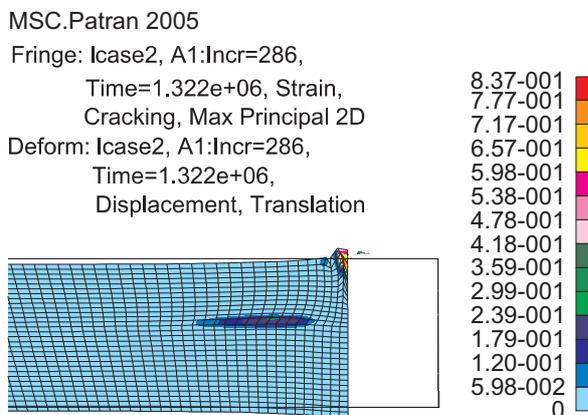


Рис. 13. Изолинии максимальных главных деформаций разрушения “хвостовой” части деформированной плиты в момент времени $t = 1.322$ млн лет (UL-формулировка уравнений МДТТ)

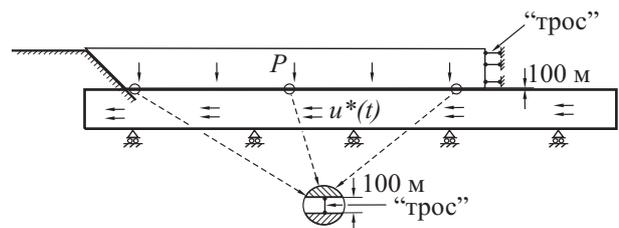


Рис. 14. Схема механического воздействия на деформируемую плиту (показана конфигурация плиты в начальный момент времени $t = 0$ лет) во второй модели надвига

Анализ результатов расчетов, приведенных на рис. 5–10, показывает, что лежащее в основе МНО-формулировки предположение о малости деформаций здесь не выполняются. Более правильным в настоящем исследовании является использование формулировок уравнений, допускающих большие деформации сплошной среды. Тем не менее подходящий для этой цели расчет, основанный на использовании UL-формулировки уравнений, не приводит к желаемому результату. Дело в том, что использование более подходящей формулировки уравнений приводит к качественной смене картины деформирования плиты. Вместо деформирования “носовой” части плиты, в расчете с использованием UL-формулировки уравнений происходит деформирование (смятие) “хвостовой” части плиты (рис. 11). Отметим, что расчеты с UL-формулировкой уравнений проведены с использованием тех же численных параметров, что и расчеты с использованием МНО-формулировки уравнений ($N_{opt} = 4, \varepsilon_D = \varepsilon_F = 0.01$). Расчеты останавливаются

при невозможности дальнейшего уменьшения шага для получения решения в рамках заданной точности и минимально допустимого шага по времени (здесь и далее задан минимально допустимый шаг по времени $\Delta t = 10^{-12} \cdot T$, где $T = 4 \cdot 10^6$ лет). На рис. 11 приведена деформированная конфигурация плиты, полученная на последнем 286-м шаге по времени, когда удается получить решение с заданной точностью вычислений. Этому шагу соответствует момент времени $t = 1.322 \cdot 10^6$ лет. Более детальная картина деформирования “хвостовой” части плиты показана на рис. 12 и 13. На рис. 12 приведены линии уровня эффективных напряжений, а на рис. 13 — линии уровня максимальных главных деформаций разрушения.

6. Результаты расчетов по второй модели надвига. Главное отличие второй модели надвига от первой состоит в другом подходе к моделированию внешних воздействий на деформируемую плиту, приводящих эту плиту в движение. Сопротивление мантии оседанию деформируемого блока моделируется другим деформируемым блоком с заданной скоростью горизонтального перемещения $v^* = 1.375$ см/год (см. п. 4). Материал нижнего деформируемого блока предполагается изотропным линейным упругим с модулем Юнга $E = 50$ ГПа и коэффициентом Пуассона $\nu = 0.25$. В начальный момент времени ($t = 0$) между двумя блоками в вычислительных целях задается зазор, равный 100 м (рис. 14). Для предотвращения перемещения верхнего блока как жесткого целого этот блок соединяется элементами типа “трос” на правом торце с жесткой стенкой, а нижнюю поверхность верхнего блока “тросы” прикрепляют к нижнему блоку (рис. 14). Роль этих “тросов” в численном анализе состоит в предотвращении вырожденности касательной матрицы жесткости tK . Эта вырожденность возникает вследствие неединственности решения алгебраической системы уравнений (9) относительно приращений перемещений при возможности перемещения тела (в нашем случае — верхнего деформируемого блока) как жесткого целого. Наличие “тросов” не должно существенно влиять на напряженно-деформированное состояние тела, которое может быть получено при решении задачи о деформировании статически определимой системы. Поэтому жесткость “тросов” должна быть достаточно малой по сравнению с жесткостями деформируемых блоков. В конечно-элементном анализе “тросы” моделируются одномерными truss-элементами, передающими только осевую силу, с модулем Юнга $E = 10000$ Па и площадью поперечного сечения $A = 1$ м².

Роль упругого основания, моделирующего в первой модели сопротивление мантии весу коры, в настоящей модели заменяется упругой отдачей нижнего блока при вхождении верхнего блока в контакт с нижним блоком. Передача горизонтального движения нижнего блока осуществляется через контакт двух блоков (верхнего и нижнего). Для предотвращения проскальзывания верхнего и нижнего блоков относительно друг друга задается условие контакта этих блоков при наличии трения с достаточно большой величиной коэффициента трения. В настоящем исследовании выбирается закон трения Кулона с коэффициентом трения $\mu = 0.99$. Отметим, что в пакете MSC.Marc возможно задавать абсолютный контакт двух тел (опция “glue”), но в настоящем исследовании воспользоваться этой опцией нет возможности, так как нам требуется обеспечить абсолютный контакт двух тел только в горизонтальном направлении, который и моделируется контактным взаимодействием двух блоков с большим коэффициентом трения. При моделировании контактов предполагаем, что верхняя деформируемая плита может контактировать как с абсолютно жестким телом, так и с нижней деформируемой плитой, в то время как условие контакта нижнего блока с абсолютно жестким телом не предусмотрено, поэтому возможно “проникновение” нижнего блока через абсолютно жесткое тело. Настоящее моделирование не находится в противоречии с механической моделью явления надвига, так как роль нижнего блока состоит только в моделировании воздействия мантии на кору.

Для проверки достоверности расчетов верхний блок моделируется тремя типами сеток (рис. 15). Для краткости по степени измельчения элементов в предполагаемом районе надвига эти сетки называем “грубой” (4501 узел в верхнем деформируемом блоке), “средней” (2152 узла) и “мелкой” (7917 узлов). Проведено

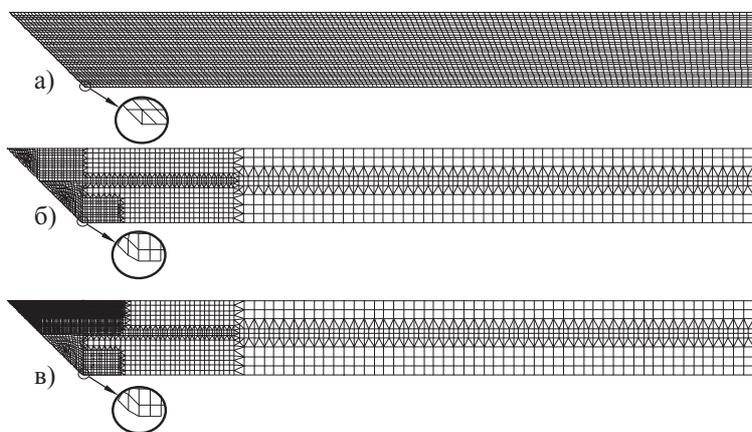


Рис. 15. Три типа сеток деформируемого блока, используемых для конечно-элементного анализа надвига во второй модели: а) “грубая” сетка; б) “средняя” сетка; в) “мелкая” сетка

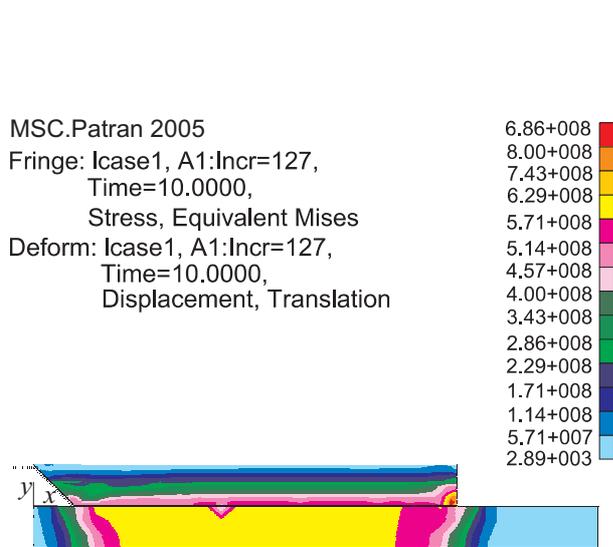


Рис. 16. Деформированная конфигурация и линии уровня эффективного напряжения в решении вспомогательной задачи о нагружении деформируемого блока собственным весом (вторая модель надвига)

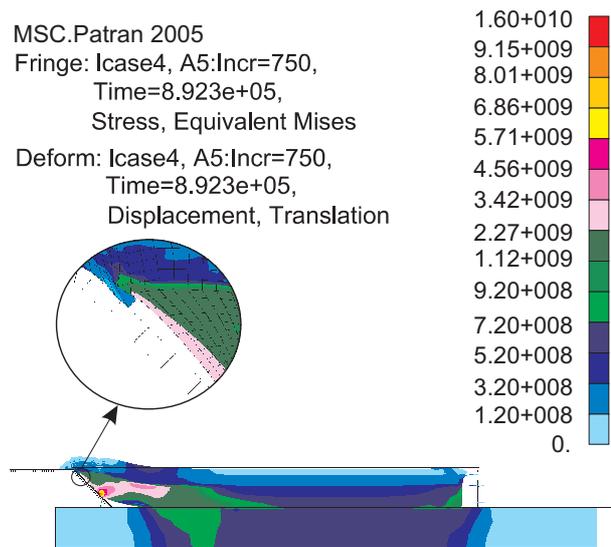


Рис. 17. Явление падения разрушенного материала в образовавшуюся полость при использовании во второй модели надвига тех же материалов деформируемого блока, что и в первой модели надвига

две серии расчетов по надвигу деформируемого блока на жесткое тело. Первая серия соответствует решению задачи надвига в MNO-формулировке уравнений МДТТ, а вторая серия — в UL-формулировке этих уравнений. Каждая из серий состоит из трех расчетов с разными типами сеток (рис. 15) при построении конечно-элементной модели.

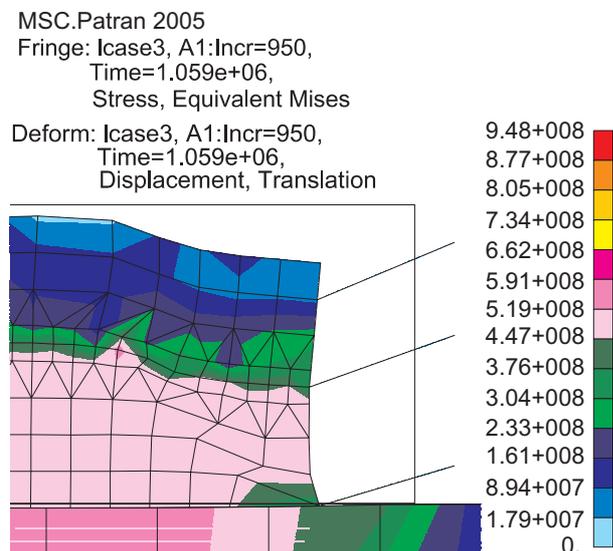


Рис. 18. Явление обрушения “хвоста” блока при использовании во второй модели надвига модели идеального упругопластического материала для всей нижней коры



Рис. 19. Номера материалов, приспанных к деформируемым телам во второй модели надвига

Решение вспомогательной задачи (о нагружении верхнего блока весом) для всех моделей получается примерно одним и тем же и представлено на рис. 16 для расчета в UL-формулировке уравнений МДТТ с “мелкой” сеткой. Сама сетка при отображении результата расчета не показана.

Верхний деформируемый блок во второй модели надвига представляется набором материалов, от-

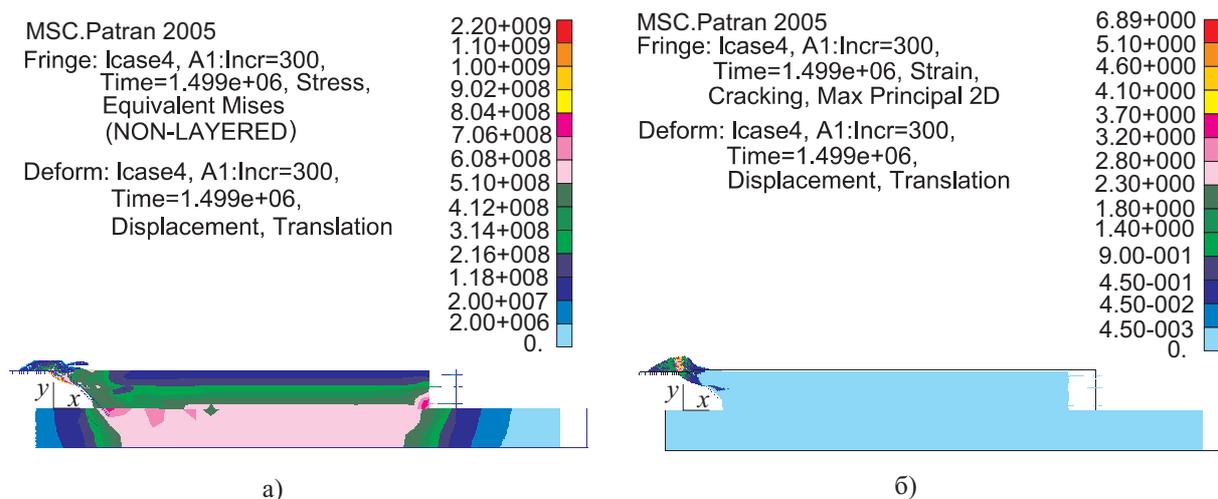


Рис. 20. Моделирование надвига при использовании MNO-формулировки уравнений МДТТ (вторая модель надвига): а) изолинии напряжений; б) изолинии максимальных главных деформаций разрушения

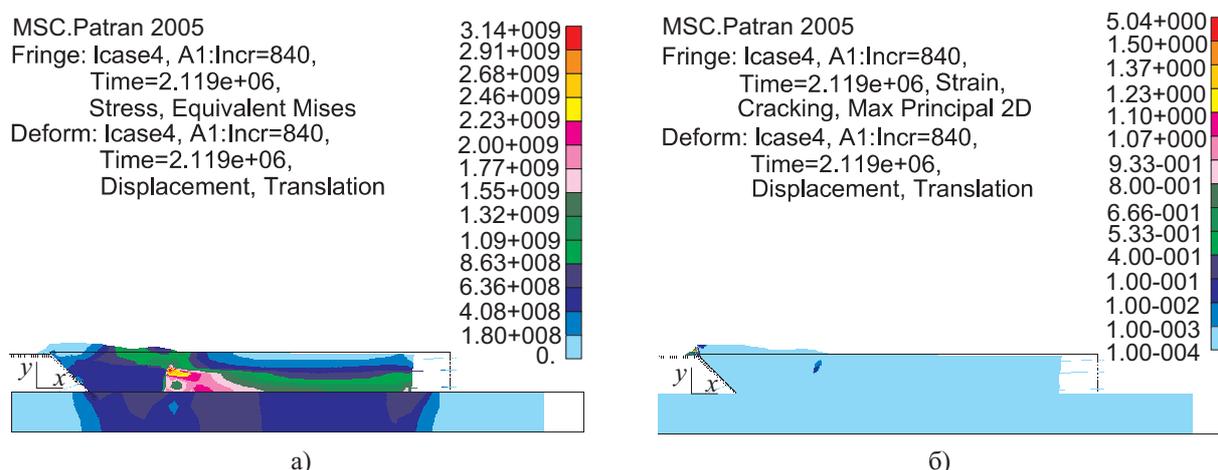


Рис. 21. Моделирование надвига при использовании UL-формулировки уравнений МДТТ (вторая модель надвига): а) изолинии напряжений; б) изолинии максимальных главных деформаций разрушения

Характеристики материалов, используемые во второй модели надвига

N	Тип модели материала	Константы материала данной модели
1	Хрупкий, с разрушением	$E = 5 \text{ ГПа}, \sigma_t = 0.02 \text{ ГПа}, E_s = 500 \text{ Па}$
2	Идеальный упругопластический	$E = 50 \text{ ГПа}, \sigma_y = 0.5 \text{ ГПа} (E_t = 0)$
3	Линейный изотропный упругий	$E = 5 \text{ ГПа}$
4	Упругопластический с упрочнением	$E = 50 \text{ ГПа}, \sigma_y = 0.5 \text{ ГПа}, E_t = 1 \text{ ГПа}$
5	Линейный изотропный упругий	$E = 50 \text{ ГПа}$

личным от набора материалов, используемых в первой модели надвига, по следующим причинам. Когда во второй модели надвига верхний блок описывается теми же материалами, что и в первой модели, при численном моделировании возникают трудности (рис. 17): во-первых, возникает большая область “пустоты” между абсолютно жестким телом и двумя деформируемыми блоками, куда не затекает материал, что представляется малореальным, и, во-вторых, те точки коры, которые были первоначально в контакте с жестким телом, в дальнейшем выходят из контакта так, что в образовавшуюся полость начинает, вследствие действия веса, падать разрушенный материал верхнего участка коры (см. увеличенный фраг-

мент на рис. 17), что делает невозможным продолжение решения самой задачи надвига. Поэтому нижняя кора во второй модели надвига моделируется упругопластическим материалом с теми же характеристиками, что и в первой модели, но вместо модели материала с упрочнением используется модель идеального упругопластического материала ($E_t = 0$).

При больших деформациях эта модель материала фактически близка к модели вязкой жидкости, поэтому при развитых деформациях нижняя кора перестает “поддерживать” верхнюю кору. Верхняя часть “хвоста” блока начинает хрупко разрушаться и “заваливаться” (рис. 18). Так как мы интересуемся, в основном, деформированием коры в области надвига, для избавления от нежелательных эффектов моделирования верхний блок представляется набором четырех материалов (рис. 19). Для нижнего блока используем линейную упругую изотропную модель материала (пятый материал на рис. 19). В представленной выше таблице приведен набор материалов (кроме материала truss-элементов, характеристики которого приведены ранее), который использовался в последующих расчетах. Для всех материалов принято одинаковое значение коэффициента Пуассона $\nu = 0.25$ и массовой плотности $\rho = 3000$ кг/м³. Символ N обозначает номер материала (см. рис. 19).

Расчеты по второй модели надвига потребовали при использовании тех же самых вычислительных параметров, что и в расчетах по первой модели, большее число шагов по времени. В каждой из серий расчетов для каждой конечно-элементной модели при решении основной задачи надвига (т.е. при “рестарте” с деформированного состояния, соответствующего нагружению деформируемой плиты весом) использовались три значения допустимой относительной погрешности вычислений: $\varepsilon_F = \varepsilon_D = 0.01; 0.05; 0.1$. Сравнение результатов расчетов, полученных для одинаковых значений времени, но с разными значениями допустимых относительных погрешностей, показывает, что при решении задачи надвига можно использовать значение $\varepsilon_F = \varepsilon_D = 0.1$. Так как при таком значении относительных погрешностей решение “продвигается” по времени дальше, чем при использовании меньших значений, то приводятся данные расчетов для значения относительных погрешностей $\varepsilon_F = \varepsilon_D = 0.1$.

Общий вид деформированного состояния в финальной стадии в расчетах с “мелкой” сеткой приведен на рис. 20 и 21 по MNO- и UL-формулировкам уравнений МДТТ соответственно. Из сравнения результатов расчетов, представленных на этих рисунках, видно, что решение задачи надвига в MNO-формулировке уравнений неприемлемо по следующим причинам. Во-первых, скорость движения материала в районе надвига в расчете с MNO-формулировкой приблизительно в три раза превышает скорость движения материала при расчете с UL-формулировкой уравнений (1.50 см/год — в первом случае и 0.46 см/год — во втором случае). Во-вторых, элементы в решении задачи с MNO-формулировкой уравнений выворачиваются и внутренние узловые точки деформируемого блока проникают через границу контакта (для этих узловых точек кинематическое ограничение по проникновению через границу контакта не накладывалось), что не соответствует механической картине деформирования. Более отчетливо это выворачивание видно на рис. 22–24 в представленных решениях, полученных для всех трех типов сеток. Из этих рисунков видно, что проникновение внутренних точек деформируемой плиты через границу контакта тел уменьшается с измельчением сетки, но, тем не менее, не исчезает совсем.

Серия расчетов с UL-формулировкой уравнений МДТТ представлена на рис. 25–28. В целях сравнения и оценки достоверности расчетов, выполненных с использованием разных сеток, на этих рисунках представлены деформированные конфигурации, полученные приблизительно в один и тот же момент времени. Для расчетов с “крупной” и “мелкой” сетками это были те последние моменты времени, для которых получены решения задач надвига, а для расчета со “средней” сеткой решение получено вплоть до момента времени $t = 3.259 \cdot 10^6$ лет. Сопоставим результаты расчетов, представленных на рис. 25–27. Можно сделать вывод, что решение с “крупной” сеткой недостаточно хорошо представляет области разрушения

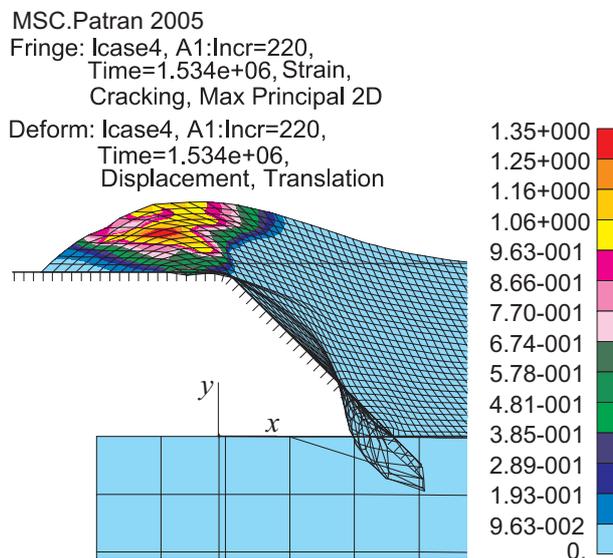


Рис. 22. Детальная картина изолиний максимальных главных деформаций разрушения в районе надвига деформируемой плиты, моделируемой “крупной” сеткой элементов при использовании MNO-формулировки уравнений МДТТ (вторая модель надвига)

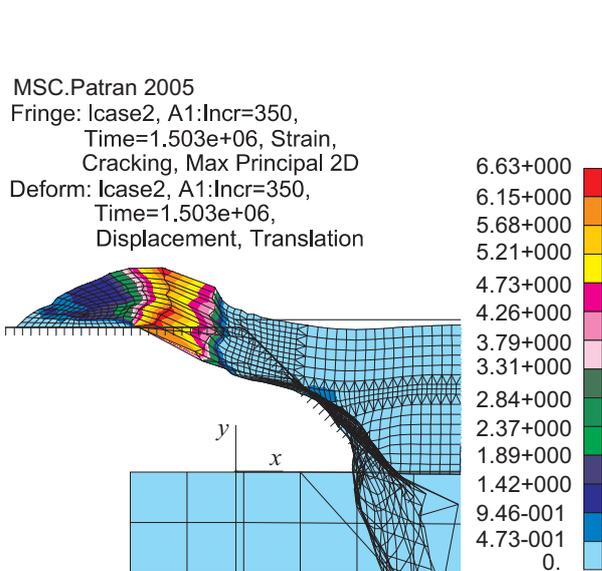


Рис. 23. Детальная картина изолиний максимальных главных деформаций разрушения в районе надвига деформируемой плиты, моделируемой “средней” сеткой элементов при использовании MNO-формулировки уравнений МДТТ (вторая модель надвига)

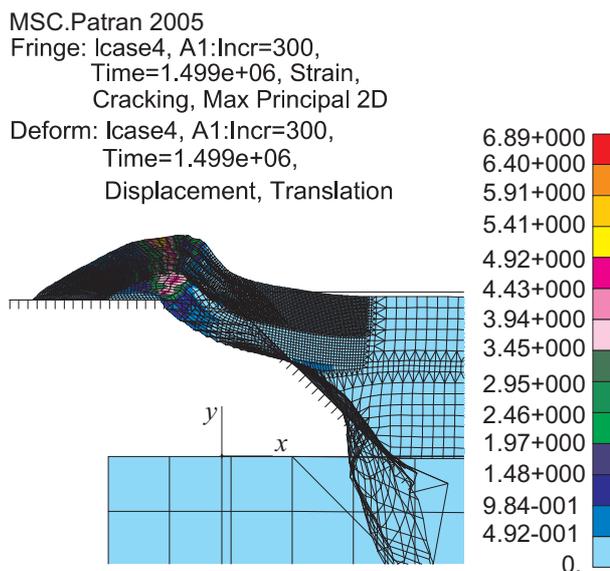


Рис. 24. Детальная картина изолиний максимальных главных деформаций разрушения в районе надвига деформируемой плиты, моделируемой “мелкой” сеткой элементов при использовании MNO-формулировки уравнений МДТТ (вторая модель надвига)

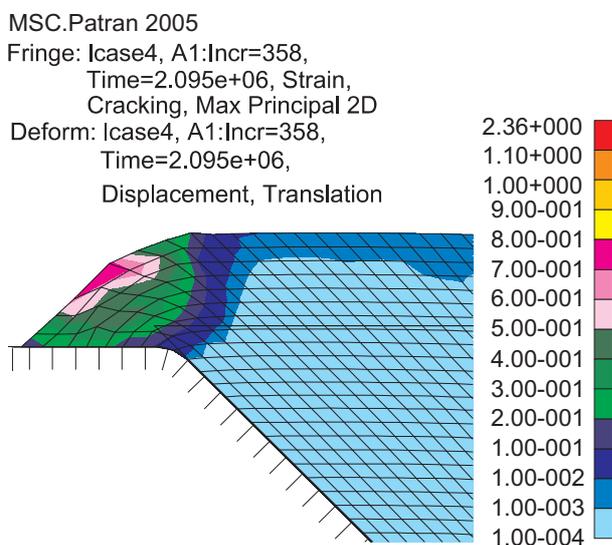


Рис. 25. Детальная картина изолиний максимальных главных деформаций разрушения в районе надвига деформируемой плиты, моделируемой “крупной” сеткой элементов при использовании UL-формулировки уравнений МДТТ (вторая модель надвига)

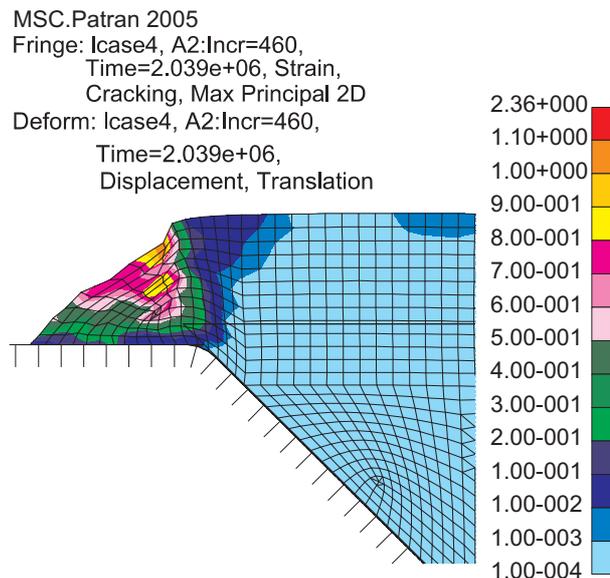


Рис. 26. Детальная картина изолиний максимальных главных деформаций разрушения в районе надвига деформируемой плиты, моделируемой “средней” сеткой элементов, на жесткое тело при использовании UL-формулировки уравнений МДТТ (вторая модель надвига)

материала в районе надвига, а решение со “средней” сеткой удовлетворительно представляет эти области. Кроме того, на рис. 28 представлены изолинии максимальных главных деформаций разрушения в районе очага разрушения хрупкого материала при надвиге деформируемой плиты, моделируемой “мелкой” сеткой элементов, на жесткое тело.

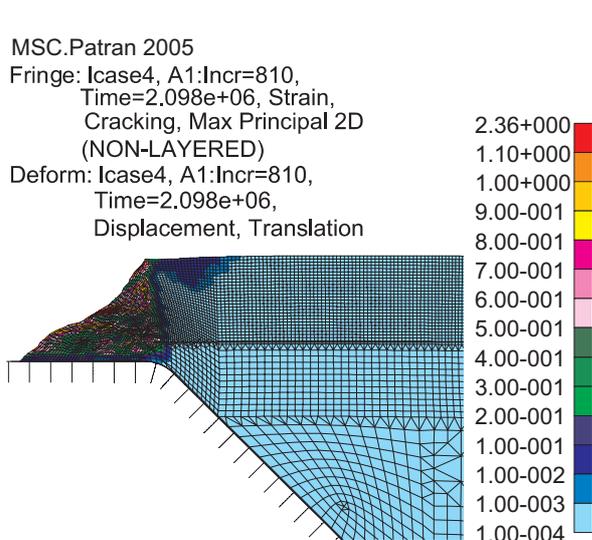


Рис. 27. Детальная картина изолиний максимальных главных деформаций разрушения в районе надвига деформируемой плиты, моделируемой “мелкой” сеткой элементов, на жесткое тело при использовании UL-формулировки уравнений

МДТТ (вторая модель надвига)

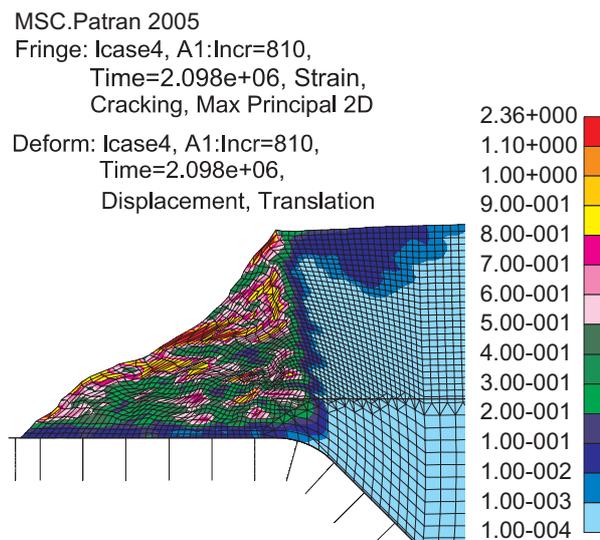


Рис. 28. Изолинии максимальных главных деформаций разрушения в районе очага разрушения хрупкого материала при надвиге деформируемой плиты, моделируемой “мелкой” сеткой элементов, на жесткое тело при использовании UL-формули-

ровки уравнений МДТТ (вторая модель надвига)

Заключение. Представленные результаты численного моделирования процесса надвига участка коры на жесткое тело, выполненные с использованием пакета MSC.Marc 2005, показывают необходимость моделирования тектонических процессов с включением всех типов нелинейностей уравнений МДТТ: геометрической, физической и контактной. Показано, что в геометрически линейной формулировке уравнений численное моделирование тектонических процессов может привести к недостоверному решению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коробейников С.Н. Нелинейное деформирование твердых тел. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
2. MARC Users Guide. Vol. A: Theory and users information. MSC. Software Corporation, 2005.
3. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The Finite Element Method. London: McGraw Hill, 1991.
4. Bathe K.-J. Finite element procedures in engineering analysis. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1982.
5. Голованов А.И., Бережной Д.В. Метод конечных элементов в механике деформируемых твердых тел. Казань: ДАС, 2001.
6. Williams C.A., Richardson R.M. A rheologically layered three-dimensional model of the San Andreas fault in Central and Southern California // J. Geophysical Research. 1991. **96**, N B10. 16.597–16.623.
7. Brown C.D., Phillips R.J. Flexural rift flank uplift at the Rio Grande rift, New Mexico // Tectonics. 1999. **18**, N 6. 1275–1291.
8. Brown C.D., Phillips R.J. Crust-mantle decoupling by flexure of continental lithosphere // J. Geophysical Research. 2000. **105**, N B6. 13.221–13.237.
9. Albert R.A., Phillips R.J., Dombard A.J., Brown C.D. A test of the validity of yield strength envelopes with an elastoviscoplastic finite element model // Geophys. J. Int. 2000. **140**. 399–409.
10. Vanderhaeghe O., Medvedev S., Fulsack P., Beamont C., Jamieson R.A. Evolution of orogenic wedges and continental plateaux: insights from crustal thermal-mechanical models overlying subducting mantle lithosphere // Geophys. J. Int. 2003. **153**. 27–51.
11. Zhong S., Paulson A., Wahr J. Three-dimensional finite-element modelling of Earth's viscoelastic deformation: effects of lateral variations in lithospheric thickness // Geophys. J. Int. 2003. **155**. 679–695.
12. Fuller C.W., Willet S.D. Formation of forearc basins and their influence on subduction zone earthquakes // Geology. 2006. **34**, N 2. 65–68.
13. Коробейников С.Н., Полянский О.П., Лиханов И.И., Свердлов В.Г., Ревердатто В.В. Математическое моделирование надвига как причины формирования андалузит-кианитовой метаморфической зональности в Ени-

- сейском кряже // Докл. РАН. 2006. **408**, № 4. 512–516.
14. MARC Users Guide. Vol. E: Demonstration Problems. MSC. Software Corporation, 2005.
 15. PATRAN Users Guide. MSC. Software Corporation, 2005.
 16. *Kleiber M.* Incremental finite modelling in non-linear solid mechanics. Chichester: Ellis Horwood, 1989.
 17. *Ostias J.R., Swedlow J.L.* Finite elastic-plastic deformation. Theory and numerical examples // Intern. Journal Solids Structures. 1974. **10**, N 3. 321–339.
 18. *McMeeking R.M., Rice J.R.* Finite element formulations for problems of large elastic-plastic deformation // Intern. Journal Solids Structures. 1975. **11**. 601–616.
 19. *Аннин Б.Д., Коробейников С.Н., Шутков А.В.* Моделирование хрупкого разрушения упругих блоков // Труды Всероссийского совещания “Напряженное состояние литосферы, ее деформирование и сейсмичность” (Иркутск, Институт земной коры СО РАН, 26–29 августа 2003 г.). 225–228.
 20. MARC Users Guide. Vol. C: Program Input. MSC. Software Corporation, 2005.
 21. *Работнов Ю.Н.* Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988.

Поступила в редакцию
25.10.2006
