УДК 519.6

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ СИНТЕЗА НАНООПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

А. А. Гончарский[1]

Статья посвящена математическому моделированию синтеза нанооптических элементов. В приближении Френеля решен вопрос о точности расчета и изготовления плоских фазовых оптических элементов формирующих изображения в оптическом диапазоне длин волн. Показано, что точность формирования микрорельефа нанооптических элементов видимого диапазона должна составлять порядка 10 нанометров.

Ключевые слова: математическое моделирование, синтез нанооптических элементов, формирование микрорельефа.

В настоящее время нанотехнологии — одно из наиболее популярных направлений развития науки. Важнейшей задачей нанотехнологий является проблема прецизионного формирования микрорельефа. Точность формирования микрорельефа в нанотехнологиях составляет от десятков нанометров до одного нанометра и менее.

Нанооптика — одно из перспективных направлений нанотехнологий. Применение нанооптических элементов позволяет решать широкий класс задач, недоступных для традиционных подходов, базирующихся на использовании классических элементов оптики (линзы, призмы, зеркала). Прорывные результаты удается получить в оптике лазеров, когда излучение является когерентным. Именно такие задачи и рассматриваются в настоящей статье.

Идея создания плоских оптических элементов впервые была высказана Френелем еще в XIX столетии [1]. Хорошо известны зонные пластинки Френеля как фокусирующие в точку плоские оптические элементы. Возможности современной нанооптики намного шире. Задача, которую мы будем рассматривать, заключается в том, чтобы с помощью методов математического моделирования дать ответ на следующий вопрос: с какой точностью следует рассчитывать и изготавливать элементы нанооптики, предназначенные для работы в оптическом диапазоне.

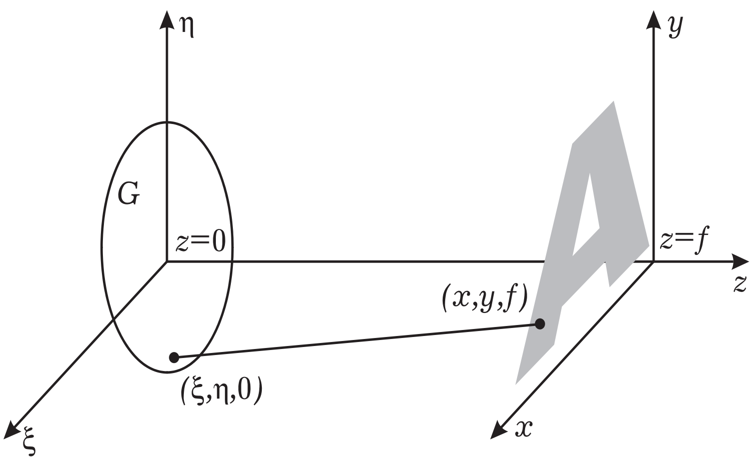

Рис. 1. Схема формирования изображения с помощью плоского фазового оптического элемента

Рассмотрим классическую задачу формирования изображения с помощью плоского фазового оптического элемента (рис. 1). Лазерное излучение (плоская электромагнитная волна) падает на плоский оптический элемент так, что в плоскости $z = f$ формируется заданное изображение. Хорошо известно [2], что волновые поля $u(x, y, f)$ в плоскости $z = f$ и $u(\xi, \eta, 0+0)$ в плоскости $z = 0$ связаны соотношением

$$u(x,y,f) = \frac{k\,\exp\{ikf\}}{2\pi i f} \iint\limits_G u(\xi,\eta,0+0)\,\exp\left\{ik\,\frac{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}{2f}\right\} d\xi\, d\eta. \qquad (1)$$

В рамках простейшей модели можно описать действие плоского фазового оптического элемента как трансформацию волнового фронта в плоскости $z = 0$: $u(\xi,\eta,0+0) = u(\xi,\eta,0-0)\exp\{ik\varphi(\xi,\eta)\}$. Здесь $\varphi(\xi,\eta)$ — фазовая функция оптического элемента в точке (ξ,η) [2].

[1] Научно-исследовательский вычислительный центр, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 119991, Москва; e-mail: gonchar@srcc.msu.ru

© Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ им. М. В. Ломоносова

Обратную задачу синтеза плоских оптических элементов можно сформулировать следующим образом:

$$A\varphi(\xi,\eta) = F(x,y). \tag{2}$$

Здесь $F(x,y)$ — заданная функция, а

$$A\varphi(\xi,\eta) = \left| \gamma \iint\limits_G u(\xi,\eta,0-0)\, \exp\left\{ ik\, \frac{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}{2f} \right\} \exp\bigl\{ ik\varphi(\xi,\eta) \bigr\}\, d\xi\, d\eta \right|.$$

Обратная задача заключается в расчете фазовой функции $\varphi(\xi,\eta)$ из уравнения (2) при заданной функции $F(x,y)$. Задачу поиска приближенного решения задачи (2) можно свести к минимизации функционала $\|A\varphi - F\|^2$ по φ. Существуют различные методы приближенного решения этой задачи, которая, как известно, относится к некорректно поставленным [3]. Теория решения некорректно поставленных задач, в частности задач минимизации функционалов — как выпуклых, так и невыпуклых —, была разработана в конце предыдущего столетия [4–9]. Регуляризирующие алгоритмы как методы решения некорректно поставленных задач позволяют строить гладкие приближения решений уравнений типа (1) [10].

Однако в случае задач плоской оптики оказывается, что с таким же успехом можно использовать и алгоритмы, не обладающие свойствами устойчивости. Основной проблемой в оптике является то, что приближенное воспроизведение полученного решения должно быть сделано с очень высокой точностью. Какой должна быть точность воспроизведения микрорельефа и является проблемой, рассматриваемой в настоящей работе.

Один из традиционных итерационных алгоритмов решения задачи (1) был предложен Лиземом [11]. Этот очень легкий для реализации итерационный алгоритм позволяет по достаточно простой схеме вычислять последовательность $\varphi_n(\xi,\eta)$, которая минимизирует функционал $\|A\varphi - F\|^2$. Подробное описание алгоритма можно найти в [2]. Любопытно отметить, что алгоритм Лизема обладает свойством релаксационности, т.е. $\|A\varphi_{n+1} - F\| \leqslant \|A\varphi_n - F\|$. Это свойство является, безусловно, положительной характеристикой алгоритма, хотя и вовсе не доказывает сходимости последовательности φ_n и устойчивости предложенного алгоритма в рамках классической теории некорректно поставленных задач [7]. Тем не менее, такие алгоритмы широко используются во всем мире. Полученное приближение $\varphi_n(\xi,\eta)$ на определенной итерации дает возможность сформировать искомое изображение с хорошей точностью, если точность изготовления микрорельефа достаточно высока.

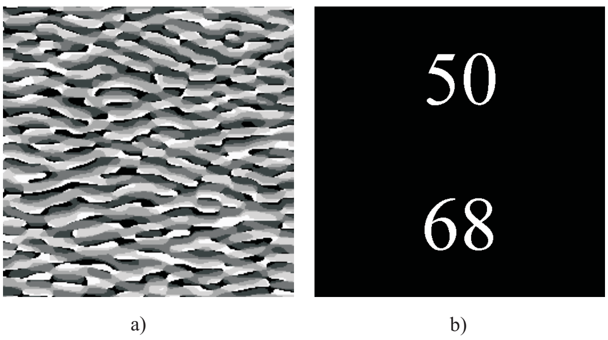

Рис. 2. Фазовая функция $\varphi(\xi,\eta)$ (a) и формируемое изображение $F(x,y)$ (b)

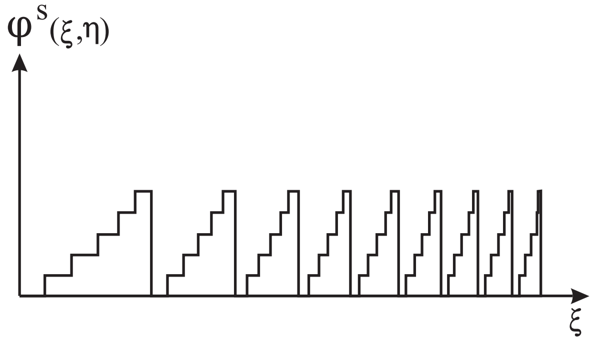

Рис. 3. Фрагмент ступенчатой фазовой функции $\varphi^s(\xi,\eta)$ при фиксированном η

Какой же должна быть эта точность для нанооптических элементов, работающих в оптическом диапазоне длин волн? В рамках математического моделирования в приближении Френеля эта задача легко разрешима.

На рис. 2 приведен фрагмент фазовой функции, формирующей в плоскости $z = f$ заданное изображение, состоящее из цифр “68” в плюс первом порядке и “50” в минус первом порядке дифракции. В каждой точке (ξ,η) глубина микрорельефа фазового оптического элемента пропорциональна потемнению в этой точке. Для изготовления прецизионного непрерывного микрорельефа обычно используют его кусочно-ступенчатую аппроксимацию $\varphi^s(\xi,\eta)$. Фрагмент фазовой функции $\varphi^s(\xi,\eta)$ изображен на рис. 3. Здесь для аппроксимации непрерывной функции $\varphi(\xi,\eta)$ использовалась кусочно-постоянная функция $\varphi^s(\xi,\eta)$ (шесть ступеней по глубине микрорельефа). Высота каждой ступеньки h постоянна и равна 40 нанометров (что соответствует оптическому элементу, работающему на отражение в оптическом диапазоне длин волн). Эта аппроксимация (шесть ступеней) является настолько хорошей, что формируемое изображение практически не отличается от изображения на рис. 2.

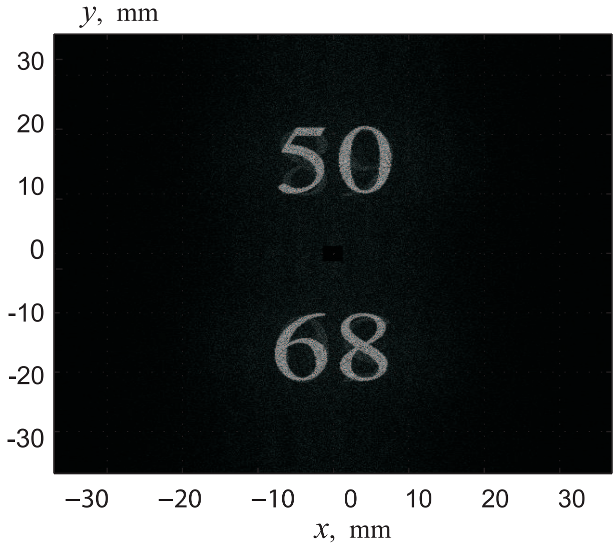

Рис. 4. Возмущенное изображение $\widetilde{F}(x,y)$ (уровень возмущения фазовой функции оптического элемента равен 10%)

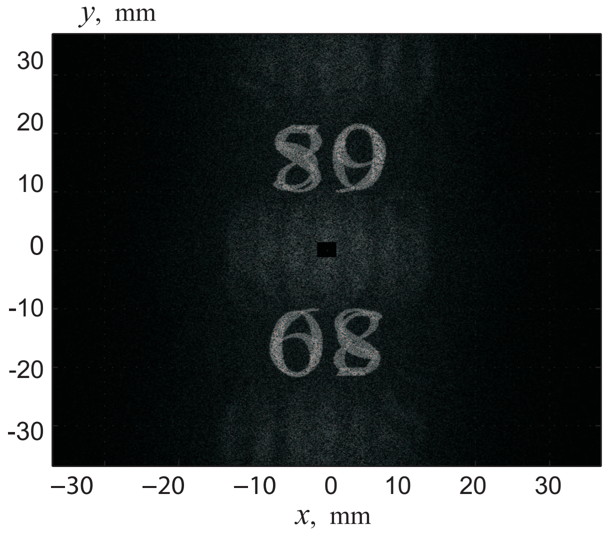

Рис. 5. Возмущенное изображение $\widetilde{F}(x,y)$ (уровень возмущения фазовой функции оптического элемента равен 30%)

Возмутим функцию $\varphi^s(\xi,\eta)$ случайным образом так, что высота каждой локальной ступеньки изменяется на 10% от величины h. Не составляет труда в рамках приближения Френеля решить прямую задачу и рассчитать возмущенное волновое поле $\widetilde{u}(x,y,f)$, а, стало быть, рассчитать возмущенное изображение $\widetilde{F}(x,y)$ [2]. Полученное возмущенное изображение приведено на рис. 4. Сравнение изображений на рис. 4 и на рис. 2 позволяет утверждать, что при данном уровне возмущений сформированное изображение легко распознается.

Возмутим $\varphi^s(\xi,\eta)$ случайным образом так, что уровень возмущения составит порядка 30% от высоты ступеньки. Полученное при этом возмущенное изображение приведено на рис. 5. Из рис. 5 видно, что при данном уровне возмущений распознать цифры уже невозможно.

Рис. 6. Реальное изображение, сформированное реальным нанооптическим элементом

Таким образом, можно утверждать, что уровень точности изготовления и воспроизведения микрорельефа должен составлять не более 10%. Отсюда следует, что для изготовления нанооптических элементов, формирующих изображение в дальней зоне (f много больше размеров элемента), точность изготовления микрорельефа должна составлять порядка 10 нанометров.

Задача формирования микрорельефа на этом уровне точностей является очень сложной, но вполне реальной. На рис. 6 приведено реальное изображение, создаваемое синтезированным оптическим элементом, изготовленным в Научно-исследовательском вычислительном центре МГУ с помощью электронно-лучевой литографии. Элемент был изготовлен для работы в оптическом диапазоне, длина волны когерентного излучения 0.63 микрона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Boutry G.A.* Augustin Fresnel: his time, life and work 1788–1827 // Science Progress. 1948. **36**. 587–604.

2. *Гончарский А.А., Гончарский А.В.* Компьютерная оптика. Компьютерная голография. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2004.
3. *Тихонов А.Н.* Об устойчивости обратных задач // Докл. АН СССР. 1943. **39**, № 5. 195–198.
4. *Тихонов А.Н.* О решении некорректно поставленных задач // Докл. АН СССР. 1963. **151**, № 3. 501–504.
5. *Лаврентьев М.М.* О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск: Сиб. отд. АН СССР, 1962.
6. *Иванов В.К.* Приближенное решение операторных уравнений первого рода // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. 1966. **6**. 197–205.
7. *Bakushinsky A., Goncharsky A.* Ill-posed problems: theory and applications. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.
8. *Морозов В.А.* Регулярные методы решения некорректно-поставленных задач. М.: Наука, 1987.
9. *Vinokurov V.A.* Regularizability of functions // Ill-Posed Problems in the Natural Sciences. M.: Mir, 1987. 52–70.
10. *Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г.* Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. М.: Наука, 1983.
11. *Lesem L.B., Hirsch P.M., Jordan J.A. Jr.* The kinoform: a new wavefront reconstruction device // IBM J. Res. Dev. 1969. **13**, N 1. 150–155.

Поступила в редакцию
08.10.2008