

УДК 623.5

## ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОПРОЦЕССОРНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ

И. В. Семенов<sup>1</sup>, П. С. Уткин<sup>1</sup>, И. Ф. Ахмедьянов<sup>1</sup>, И. С. Меньшов<sup>2</sup>

Рассмотрены математическая модель, вычислительный алгоритм и методика его распараллеливания для решения задач внутренней баллистики в квазиодномерном приближении на многопроцессорных ЭВМ. Проведено сравнение разработанного программного комплекса с наиболее известными зарубежными пакетами прикладных программ для решения аналогичного класса задач на примере тестовой задачи AGARD. Разработанный программный комплекс может быть использован для решения широкого спектра задач, связанных как с гражданскими приложениями (функционирование газогенераторов, ракетных двигателей на твердом топливе, пороховых зарядов для срабатывания систем тушения пожаров и др.), так и с приложениями специального назначения для проектного предсказательного моделирования внутрибаллистического процесса в ствольных системах. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 09-01-12073-офи\_м). Статья рекомендована к публикации Программным комитетом Международной научной конференции “Параллельные вычислительные технологии” (ПАВТ-2011; <http://agora.guru.ru/pavt2011>).

**Ключевые слова:** внутренняя баллистика, численное моделирование, высокопроизводительные параллельные вычисления.

**1. Введение.** Задача исследования внутрибаллистического процесса [1] встречается в настоящее время в целом ряде приложений, среди которых можно отметить газогенераторы, ракетные двигатели на твердом топливе, пороховые заряды для срабатывания систем тушения пожаров [2], пиропатроны в подушках безопасности автомобилей и др. “Нульмерный” термодинамический подход, развиваемый еще с начала прошлого века как в нашей стране [1], так и за рубежом (см. обзор в [3]), позволяет определить основные интегральные характеристики внутрибаллистического процесса — максимальное давление и скорость метаемого тела, но не способен описать волновые процессы (так называемые волны Вьеля), возникающие при определенных условиях закладки пороха и воспламенении. Для исследования подобных волновых процессов используются квазиодномерные газодинамические модели [4–6].

Актуальность работы по совершенствованию математических моделей и вычислительных алгоритмов для решения задач внутренней баллистики диктуется необходимостью разработки новых образцов артиллерийской техники, к которой предъявляются такие требования, как автоматизация процесса заряжания и выстрела, а также повышенная скорострельность, что в свою очередь влечет за собой переход на модульную систему заряжания, а значит, и возможную локализацию пороха в камере (части орудия, в которой помещается пороховой заряд), и возникновение волновых процессов, существенно влияющих на характер внутрибаллистического процесса. Решение подобных задач с помощью классических теоретических подходов без привлечения средств вычислительного эксперимента представляется затруднительным.

Основная вычислительная сложность при решении задач внутренней баллистики в квазиодномерном приближении обусловлена наличием широкого класса моделей межфазного взаимодействия, которые необходимо внедрять для корректного описания рассматриваемых процессов. Например, в рамках подхода, используемого в данной работе, для расчета прогрева пороховых элементов в каждой ячейке расчетной области необходимо решать одномерное уравнение теплопроводности, что фактически повышает размерность задачи. Другим фактором, делающим важным использование многопроцессорной вычислительной техники, является необходимость проведения многопараметрических расчетов на широком поле входных данных, поскольку, как будет показано ниже, расчет внутрибаллистического процесса характеризуется большим количеством определяющих параметров, значения которых не всегда известны с удовлетворительной точностью.

<sup>1</sup> Институт автоматизации проектирования РАН, ул. 2-ая Брестская, д. 19/18, 123056, Москва; И. В. Семенов, ст. науч. сотр., e-mail: [semenov@icad.org.ru](mailto:semenov@icad.org.ru), П. С. Уткин, науч. сотр., e-mail: [utkin@icad.org.ru](mailto:utkin@icad.org.ru), И. Ф. Ахмедьянов, мл. науч. сотр., e-mail: [aildarmail@gmail.com](mailto:aildarmail@gmail.com)

<sup>2</sup> Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Миусская пл., д. 4, 125047, Москва; вед. науч. сотр., e-mail: [menshov@kiam.ru](mailto:menshov@kiam.ru)

Таким образом, настоящая статья посвящена разработке математической модели, вычислительного алгоритма и методики распараллеливания расчетного алгоритма для решения задач внутренней баллистики в квазиодномерном приближении на многопроцессорных ЭВМ, а также верификации разработанного программного комплекса на примере тестовой задачи AGARD.

## 2. Математическая модель внутрибаллистического процесса.

**2.1. Основные положения модели и определяющая система уравнений.** Объектом рассматриваемой модели является движущаяся гетерогенная смесь, которая представляется двухфазным континуумом, состоящим из дисперсной фазы пороховых элементов и газовой фазы продуктов горения [4–7]. Газовая смесь состоит из  $N + 1$  компонентов, которые представляют собой продукты горения пороховых элементов, т.е. пороховые газы (нумеруются от 1 до  $N$ ), и один компонент нейтральной газовой среды — воздух (индекс  $N + 1$ ). Дисперсная фаза состоит из  $N$  сортов пороха, которые могут отличаться друг от друга законом горения, характером механического и теплового взаимодействия с газовой фазой и другими параметрами. Отметим, что в силу специфики задач внутренней баллистики, связанной с пространственной стесненностью физико-химических процессов и их скоротечностью, газовая фаза представляется смесью, каждый компонент которой занимает только определенную часть объема, а давление  $p$  и скорость  $u$  газовых компонентов считаются одинаковыми. Движение дисперсной фазы также описывается одним давлением  $\sigma$  и одной скоростью  $v$ .

Для определения мгновенного состояния  $j$ -го компонента дисперсной фазы вводится его объемная доля  $\beta_j$ . Материал пороха предполагается жестким, недеформируемым, и характеризуется постоянной плотностью  $\delta_j$ . Обозначим через  $\beta$  суммарную объемную долю дисперсной фазы, тогда объемная доля газовой фазы, или пористость среды определяется как  $\phi = 1 - \beta$ . Компонент газовой смеси с индексом  $j$  характеризуется средней по пористости плотностью  $\rho_j = \frac{\phi_j \rho_{0j}}{\phi}$ , где  $\rho_{0j}$  его истинная плотность, а  $\phi_j$  — объемная доля, причем  $\phi_1 + \dots + \phi_{N+1} = \phi$ .

Связь термодинамических параметров состояния газовой фазы описывается термическим и калорическим уравнениями состояния типа Дюпре [4] с приведенными параметрами — показателем адиабаты  $\gamma$ , коволюмом  $b$  и молекулярным весом  $M$ :

$$p(1 - b\rho) = \frac{\rho RT}{M}, \quad e = \frac{p(1 - b\rho)}{(\gamma - 1)\rho}, \quad \rho = \sum_{j=1}^{N+1} \rho_j,$$

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{\rho} \sum_{j=1}^{N+1} \frac{\rho_j}{M_j}, \quad \gamma = 1 + \left( \sum_{j=1}^{N+1} \frac{\rho_j}{M_j} \right) \left( \sum_{j=1}^{N+1} \frac{\rho_j}{M_j(\gamma_j - 1)} \right)^{-1}.$$

Здесь  $T$  — температура газа,  $R$  — универсальная газовая постоянная и  $e$  — удельная внутренняя энергия газовой фазы.

Система уравнений, описывающих квазиодномерное течение газопороховой смеси в канале переменной площади сечения  $S(x)$ , выражает в дифференциальной форме фундаментальные законы сохранения массы, импульса и энергии для газовой фазы:

$$\begin{cases} \frac{\partial(S\phi\rho_j)}{\partial t} + \frac{\partial(S\phi\rho_j u)}{\partial x} = S m_j H[t - t_j], & j = 1, \dots, N, \\ \frac{\partial(S\phi\rho_{N+1})}{\partial t} + \frac{\partial(S\phi\rho_{N+1} u)}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial(S\phi\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(S\phi[\rho u^2 + p])}{\partial x} = p \frac{\partial(S\phi)}{\partial x} + S \sum_{j=1}^N \Pi_j, \\ \frac{\partial(S\phi\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(S\phi\rho J u)}{\partial x} = -\frac{\partial(\beta S p v)}{\partial x} + S \sum_{j=1}^N Q_j - S Q_w. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $E = 0.5u^2 + e$  — удельная полная энергия,  $J = E + p/\rho$  — удельная полная энтальпия газовой фазы,  $m_j$ ,  $\Pi_j$  и  $Q_j$ ,  $j = 1, \dots, N$ , обозначают, соответственно, скорости изменения массы, импульса и энергии в единице объема газовой фазы в результате горения пороховых элементов и межфазного взаимодействия (см. раздел 2.2),  $t_j(x)$  — время до воспламенения  $j$ -го сорта пороха,  $Q_w$  — тепловой поток в стенки камеры и ствол, а  $H$  — единичная функция Хевисайда, равная 0 в случае отрицательности аргумента и 1 в противоположном случае.

Уравнения сохранения массы и импульса для дисперсной фазы имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial(S\beta_j\delta_j)}{\partial t} + \frac{\partial(S\beta_j\delta_j v)}{\partial x} = -S m_j H[t - t_j], & j = 1, \dots, N, \\ \frac{\partial(S\beta_j\delta_j v)}{\partial t} + \frac{\partial(S\beta_j[\delta_j v^2 + \sigma])}{\partial x} = -S\beta_j \frac{\partial p}{\partial x} - S\Pi_j, & j = 1, \dots, N. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $\sigma$  — межгранулярное давление, которое вводится для препятствования чрезмерному уплотнению дисперсной фазы. Этот механизм включается, когда объемная доля дисперсной фазы достигает критического значения плотной упаковки. Межгранулярное давление зависит от объемной доли  $\beta$  и аппроксимируется зависимостью

$$\sigma(\beta) = H[\beta - \beta_0]B \left[ \left( \frac{1 - \beta_0}{1 - \beta} \right)^k - 1 \right], \quad (3)$$

где  $\beta_0$  — объемная доля, соответствующая плотной упаковке, а параметры  $B$  и  $k$  — эмпирические константы, определяемые на основе экспериментальных данных.

Ввиду использования эйлера подхода, в модель требуется ввести уравнение для изменения скалярной переменной — относительной толщины сгоревшего свода порохового элемента  $z$ , которая характеризует процесс горения:

$$\frac{\partial(S\beta_j\delta_j z_j)}{\partial t} + \frac{\partial(S\beta_j\delta_j v z_j)}{\partial x} = (-S m_j z_j + S\beta_j\delta_j\omega_j)H[t - t_j], \quad j = 1, \dots, N.$$

Здесь  $\omega_j$  — скорость изменения относительной толщины сгоревшего свода (см. раздел 2.2).

**2.2. Модели межфазного взаимодействия.** Величины  $\Pi_j$  и  $Q_j$  в (1), которые определяют скорость приращения импульса и энергии в единице объема газовой фазы за счет горения пороховых элементов и межфазного взаимодействия, имеют вид

$$\begin{cases} \Pi_j = m_j v H[t - t_j] - \tau_j, & j = 1, \dots, N, \\ Q_j = m_j \left( \frac{f_j}{\gamma_j - 1} + 0.5v^2 \right) H[t - t_j] + v \left( \beta_j \frac{\partial p}{\partial x} - \tau_j \right) - q_j H[t_j - t], & j = 1, \dots, N, \end{cases}$$

где  $f_j$  — сила  $j$ -го пороха,  $q_j$  — тепловой поток между газовой и дисперсной фазами и  $\tau_j$  — сила межфазного трения.

**2.2.1. Межфазное тепловое взаимодействие.** Как видно из (2), уравнение энергии явно не входит в определяющую систему для дисперсной фазы. Учет межфазного теплообмена происходит в результате решения задачи о прогреве порохового элемента на основе одномерного уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} = \frac{\lambda_j}{c_j \delta_j} \frac{\partial^2 T_j}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial T_j}{\partial y} \Big|_{y=e_j} = \alpha_j (T - T_j), \quad T_j \Big|_{y=0} = T_{0j}, \quad T_j(y, 0) = T_{0j},$$

где  $T_j$ ,  $\lambda_j$ ,  $c_j$  — температура, коэффициент теплопроводности и теплоемкость  $j$ -го сорта пороха,  $T_{0j}$  — его начальная температура,  $e_j$  — половина толщины свода горения порохового элемента,  $y$  — координата, которая отсчитывается от центра порохового свода к его поверхности. Воспламенение порохового элемента происходит в результате его прогрева через время  $t_j$ , когда температура на его поверхности достигает значения, соответствующего априорно заданной температуре воспламенения. Отметим, что после того как температура поверхности порохового элемента достигает температуры воспламенения, температурный профиль внутри свода горения “замораживается” и может учитываться в дальнейшем для коррекции скорости горения. Коэффициент теплоотдачи пороховых газов определяется по формуле  $\alpha_j = \frac{\lambda}{\lambda_j} \text{Nu}_j \frac{s_j}{6}$ ,

где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности пороховых газов,  $s_j = \chi_j / e_j$  — площадь межфазной поверхности единицы объема дисперсной фазы для зеренных порохов и  $\chi_j$  — безразмерный коэффициент формы порохового элемента [1]. Что касается числа Нуссельта  $\text{Nu}_j$ , то в литературе [4, 6, 7] можно встретить его различные представления применительно к задачам внутренней баллистики. В рамках данной работы используется зависимость, приведенная в [8] и полученная на основании обобщения большого количества экспериментальных данных для описания межфазного стационарного теплообмена в насыпных слоях:

$$\text{Nu}_j = \begin{cases} 2.0 + 0.106\phi \text{Re}_j \text{Pr}^{1/3} & \text{при } \text{Re}_j \leq 200.0, \\ 2.27 + 0.6(\phi \text{Re}_j)^{2/3} \text{Pr}^{1/3} & \text{при } \text{Re}_j > 200.0. \end{cases}$$

Число Рейнольдса  $Re_j$  для зернового пороха и число Прандтля  $Pr$  определяются по формулам  $Re_j = \frac{6e_j\rho|u-v|}{\mu\chi_j}$  и  $Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}$ , где  $\mu(T)$  — динамическая вязкость пороховых газов и  $c_p$  — теплоемкость пороховых газов при постоянном давлении.

Ввиду использования эйлерова подхода, в модель вводится уравнение переноса температурного профиля  $T_j(y)$  внутри порохового элемента:

$$\frac{\partial(S\beta_j\delta_j T_j)}{\partial t} + \frac{\partial(S\beta_j\delta_j v T_j)}{\partial x} = -Sm_j T_j H[t-t_j] + S\beta_j \frac{\lambda_j}{c_j} \frac{\partial^2 T_j}{\partial y^2} H[t_j-t], \quad j = 1, \dots, N.$$

Тепловой поток между газовой и дисперсной фазами, который рассчитывается после решения уравнения теплопроводности, вычисляется в соответствии с законом Ньютона  $q_j = \frac{1}{6} \beta_j s_j^2 \lambda Nu_j (T - T_{sj})$ , где  $T_{sj}$  — температура поверхности порохового элемента, а  $T$  — температура окружающего газа.

Аналогично рассчитывается тепловой поток в стенки камеры и в ствол:  $Q_w = \frac{K_m \lambda Nu (T - T_w)}{r^2}$ , где  $T_w$  — температура ствола, которая считается постоянной,  $r$  — радиус ствола и  $K_m$  — параметр согласования, изменяющийся от 0 до 1. Введение параметра согласования связано с отсутствием учета прогресса ствола, который приводил бы к тому, что тепловой поток в процессе выстрела снижался бы из-за уменьшения разности температуры газа и стенки. В качестве числа Нуссельта  $Nu$  используется зависимость для случая теплоотдачи при турбулентном течении жидкости в прямой круглой трубе [9, 10]:

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \left( \frac{Pr}{Pr_w} \right)^{0.25}, \quad Re = \frac{2r\rho|u|}{\mu}, \quad Pr_w = \frac{\mu(T_w)c_p}{\lambda}.$$

**2.2.2. Межфазное силовое взаимодействие.** Сила сопротивления  $\tau_j$ , действующая на газ со стороны  $j$ -го компонента дисперсной фазы, определяется формулой  $\tau_j = \frac{1}{8} \beta_j s_j C_j \rho |u-v|(u-v)$ ,  $j = 1, \dots, N$ , где  $C_j$  — коэффициент сопротивления. Для зернового пороха выражение для силы сопротивления с учетом изменения формы порохового зерна в результате горения имеет вид

$$\tau_j^{\text{зерн}} = \frac{1}{8} \frac{\beta_j}{e_j(1-\psi_j)} \frac{d\psi_j}{dz_j} C_j^{\text{зерн}} \frac{\rho|u-v|(u-v)}{8}, \quad C_j^{\text{зерн}} = 2.33 + 200 \frac{1-\phi}{\phi Re_j},$$

где  $\psi(z) = \chi z(1 + \lambda z + \mu z^2)$  — относительная масса сгоревшего пороха,  $\chi$ ,  $\lambda$  и  $\mu$  — безразмерные коэффициенты формы порохового элемента [1], а приведенное выражение для коэффициента сопротивления — формула Эргана [11] — отвечает диапазону пористости от 0.4 до 0.75. Для других диапазонов используются зависимости из [4].

**2.2.3. Горение пороховых элементов.** Газоприток  $m_j$ , который начинается по окончании воспламенительного периода, определяется следующим образом [4]:  $m_j = (1 - \xi_j) \frac{\beta_j \delta_j \omega_j}{e_j(1 - \psi_j)} \frac{d\psi_j}{dz_j}$ ,  $\omega_j = \frac{U_j}{e_j} p^{\nu_j}$ ,  $j = 1, \dots, N$ , где  $\xi$  — массовая доля дисперсной фазы в продуктах сгорания,  $U$  — множитель, зависящий в общем случае от начальной температуры пороха, параметров обдувающего потока и состава пороха, а  $\nu$  — постоянный показатель степени в законе горения.

Молярная масса пороховых газов определяется по температуре горения  $T_\Gamma$  и силе пороха  $f$  при помощи соотношения  $M = RT_\Gamma/f$ , где  $R$  — универсальная газовая постоянная.

**3. Вычислительный алгоритм.** Разработанный вычислительный алгоритм решения полученной системы дифференциальных уравнений в частных производных основан на методе расщепления по физическим процессам, явной схеме интегрирования по времени и методе конечных объемов [12] для дискретизации по пространственной переменной. В вычислениях используется подвижная расчетная сетка, один из концов которой связан с движущимся телом.

На первом этапе рассматриваемая система решается в предположении, что межфазное взаимодействие отсутствует, т.е. правые части равны нулю. Таким образом, учитываются изменения параметров среды за счет конвективного переноса. На втором этапе решается система обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающая изменение состояния среды за счет межфазного взаимодействия в отсутствие процессов конвективного переноса.

Первый этап, в свою очередь, также расщепляется на решение определяющих систем уравнений для газовой (1) и дисперсной (2) фаз. Суммируя уравнения неразрывности для всех компонентов газовой

фазы, перепишем (1) в следующей векторной форме:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} = \mathbf{g}, \quad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} S\phi\rho \\ S\phi\rho u \\ S\phi\rho E \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} S\phi\rho u \\ S\phi(\rho u^2 + p) \\ S\phi\rho u J \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ p \frac{\partial(S\phi)}{\partial x} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Здесь  $\mathbf{q}$  — вектор консервативных переменных,  $\mathbf{f}$  — консервативная составляющая вектора потоков и  $\mathbf{g}$  — неконсервативная составляющая вектора потоков.

Пусть теперь имеется пространственная дискретизация расчетной области подвижной сеткой  $\{x_i\}$ . Координаты середин расчетных ячеек будем обозначать через  $x_{i+1/2} = 0.5(x_i + x_{i+1})$ , а их длину — через  $h_{i+1/2} = x_{i+1} - x_i$ . Без ограничения общности систему дискретных уравнений на неподвижной сетке можно представить в форме  $\mathbf{q}_{i+1/2}^{n+1} = \mathbf{q}_{i+1/2}^n - \frac{\tau(\mathbf{F}_{i+1} - \mathbf{F}_i)}{h_{i+1/2}} + \tau \mathbf{G}_{i+1/2}$ . Здесь  $\tau$  — шаг по времени, выбираемый из условия устойчивости Куранта–Фридрихса–Леви,  $\mathbf{F}_i$  и  $\mathbf{F}_{i+1}$  — потоки через ребра  $i$  и  $i + 1$ . Если на ребре произведение пористости на площадь поперечного сечения канала не претерпевает существенного скачка, то поток вычисляется методом С. К. Годунова [13]. В противном случае используется линеаризация Роу [14].

Аналогичным образом интегрируется система уравнений для дисперсной фазы. Потоки также вычисляются с использованием схемы Годунова или более диссипативной схемы Русанова.

На втором этапе учитываются источниковые члены в правых частях уравнений, которые определяют межфазное взаимодействие. Полученная система обыкновенных дифференциальных уравнений интегрируется с помощью формул дифференцирования назад.

**4. Распараллеливание расчетного алгоритма.** Распараллеливание осуществляется методом декомпозиции расчетной области. Было реализовано и апробировано три варианта алгоритма распараллеливания, начиная с самого простого алгоритма статической декомпозиции расчетной области до адаптивного алгоритма с учетом вычислительной загрузки процессорных ядер и оценок времени передачи данных.

*Алгоритм 1.* В первом варианте параллельного алгоритма было реализовано статическое и равномерное распределение ячеек расчетной области между процессорными ядрами. Подобный подход оказывается оправданным только в случае отсутствия факторов, вызывающих существенную разбалансировку вычислительной нагрузки в процессе расчета. Данным фактором в рассматриваемых задачах является расчет прогрева и горения пороховых элементов по причине того, что пороховые заряды в большинстве представляющих интерес случаев локализованы в какой-то части камеры.

Таким образом, для части ячеек расчетной области вычислительная нагрузка возрастает в разы по сравнению с другими, и ситуация усугубляется тем, что пороховой заряд может перемещаться по камере. Вычислительные эксперименты показали, что разбалансировка вычислительной нагрузки сильно снижает эффективность параллельного расчета.

Для повышения эффективности был реализован алгоритм адаптивного распараллеливания, когда множества ячеек, делегированных различным процессорным ядрам, меняются во время расчета, отражая реальную вычислительную нагрузку. Была разработана следующая схема адаптации. Периодически осуществляется замер времени, необходимого для расчета параметров в каждой ячейке на одном шаге интегрирования по времени. В случае принятия решения о необходимости балансировки производится расчет нового распределения ячеек по процессорным ядрам таким образом, чтобы нагрузка была максимально равномерной. Данную тактику иллюстрирует следующий пример. Пусть при расчете 110 ячеек первые 10 ячеек на предыдущем шаге потребовали 1 секунду процессорного времени каждая, а оставшиеся 100 ячеек — по 0.1 секунды. Тогда в двухъядерной конфигурации распределение ячеек по процессорным ядрам будет следующим: 10 на первом и 100 на втором.

Таким образом, основными операциями адаптивного алгоритма являются следующие.

1. Решение о балансировке, основанное на сборе времен расчета каждой ячейки на одном процессорном ядре, расчете нового распределения ячеек по собранным во время предыдущей подоперации данным, принятии решения о необходимости балансировки и рассылке этого решения всем процессорам, участвующим в расчете.

2. Перераспределение ячеек в соответствии с результатом первой операции.

Ключевыми при этом являются следующие вопросы.

Когда производить проверку на разбалансировку? Поскольку данная проверка требует некоторых ресурсов для сбора временной статистики вычислений на предыдущем шаге на одном процессорном ядре, то проводить данную проверку на каждом шаге нецелесообразно.

Проводить ли балансировку после проверки на разбалансировку? В силу того, что балансировка ячеек может требовать передач значительных объемов информации между вычислительными устройствами, несвоевременное устранение незначительной разбалансировки может в итоге даже замедлить расчет.

Были опробованы следующие две схемы.

*Алгоритм 2.* Первая операция проводится каждые  $N$  шагов. Если новое распределение ячеек, рассчитанное на основе статистики за предыдущий шаг, оказывается отличным от текущего распределения, то проводится балансировка. Данная схема позволила отладить базовые механизмы работы адаптивного алгоритма. Как и следовало ожидать, она работает ощутимо лучше статического распараллеливания, когда каждая ячейка привязывается к процессорному ядру один раз в начале расчета. Расчеты с данной схемой распараллеливания показали следующее. Проверка на разбалансировку и расчет нового распределения ячеек занимает малое время по сравнению со временем всего расчета — менее 2% для задачи с сеткой в 436 ячейки при расчете на 16 ядрах. При этом действительное перераспределение ячеек занимает большое время, которое сопоставимо с расчетом одного шага по времени.

Отсюда можно сделать следующие выводы.

1. Не имеет смысла разрабатывать сложные алгоритмы для определения момента проверки на разбалансировку, так как, с одной стороны, сама проверка является достаточно дешевой операцией, а с другой стороны, для оптимизации проверок на разбалансировку необходимо предсказывать, как быстро в будущем будет идти разбалансировка. Таким образом, для оптимизации проверок на разбалансировку требуется разработать сложный алгоритм, а в результате получается заведомо минимальный выигрыш по времени расчета.

2. Необходимо свести к минимуму количество перераспределений ячеек, т.е. не всегда проводить балансировку, если нагрузка на процессорные ядра стала разбалансированной.

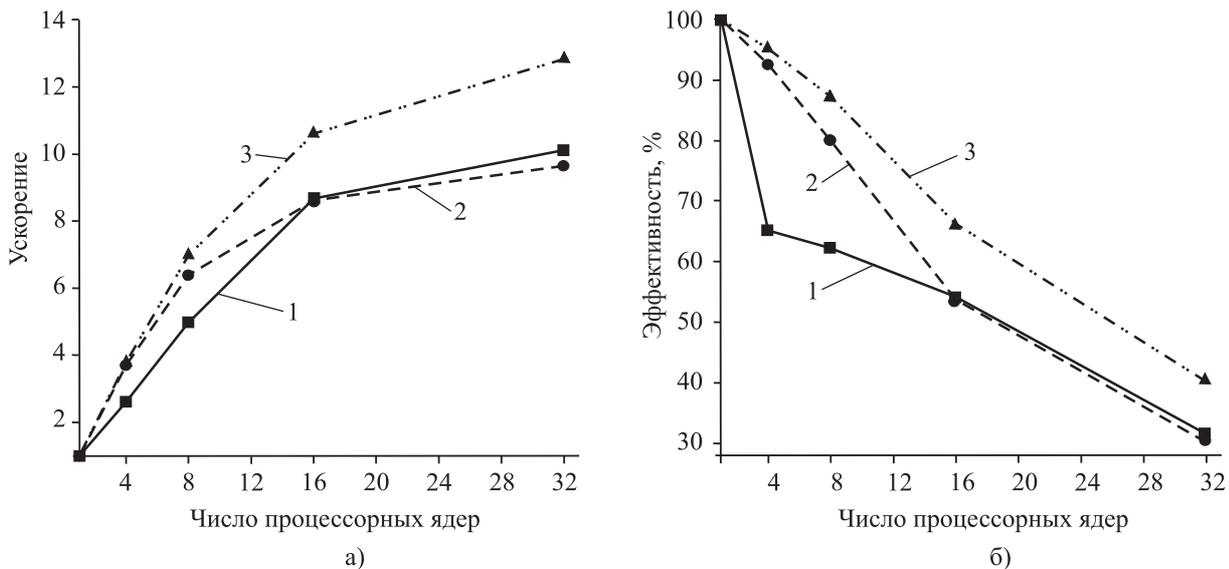


Рис. 1. Зависимость ускорения (а) и эффективности распараллеливания (б) вычислительного алгоритма для трех различных подходов к распараллеливанию: 1) алгоритм 1; 2) алгоритм 2; 3) алгоритм 3

*Алгоритм 3.* Первая операция, состоящая в проверке на разбалансировку и расчете нового распределения, проводится, как и в простой схеме, каждые  $N$  шагов. Введем в рассмотрение функцию  $Q$ , возвращающую время параллельного расчета предыдущего шага по времени с распределением ячеек  $D$ , параметрами которой являются времена расчета ячеек на предыдущем временном шаге  $S$  и распределение ячеек  $D$ . Функция  $Q$  от текущего распределения ячеек  $D_{curr}$  даст время расчета предыдущего шага. Во время проведения первой операции адаптивного алгоритма возможно вычислить идеальное распределение  $D_{ideal}$ , на котором расчет предыдущего шага был бы максимально сбалансированным. Функция  $Q$  на таком распределении дала бы минимальное время расчета для предыдущего шага. Таким образом, разность  $T_{lost} = Q(S, D_{curr}) - Q(S, D_{ideal})$  определяет время, которое было потеряно на предыдущем шаге по времени вследствие разбалансировки задачи. Сумму всех  $T_{lost}$ , которые были рассчитаны во время предыдущих проверок на разбалансированность после последнего перераспределения ячеек, обозначим как  $A_{lost}$ . Таким образом,  $A_{lost}$  характеризует количество потерянного машинного времени с последнего перераспределения ячеек.

Проведем замер времени, которое требуется на перераспределение ячеек, выбирая среднее среди последних  $k$  перераспределений, и обозначим его через  $T_{move}$ . Будем теперь перераспределять ячейки, т.е. запускать вторую операцию адаптивного алгоритма, если  $A_{lost} N \alpha > T_{move}$ , где  $\alpha$  — эмпирическая константа. Было проведено несколько тестовых серий расчетов и выбраны константы  $N = 10$  и  $\alpha = 1.0$ . Выбор констант затрудняется тем, что маловероятно существование оптимального варианта для всех типов задач, и тем, что проведение серий тестовых расчетов для каждого набора констант требует значительного машинного времени. Тестирование проводилось на задаче с расчетной сеткой 436 ячеек, что в статическом распараллеливании дает не более 14 ячеек в 32-ядерной конфигурации. Расчеты проводятся на СК МВС-100k Межведомственного суперкомпьютерного центра РАН и СК СКИФ МГУ “Чебышев”. Расчеты реальных конфигураций крупнокалиберных баллистических установок занимают порядка 15 минут при использовании 64 процессорных ядер.

Как видно из рис. 1, алгоритм распараллеливания номер 3 демонстрирует существенное преимущество в ускорении и эффективности по сравнению с алгоритмами 1 и 2.

Таблица 1

Некоторые характеристики распространенных западных внутрибаллистических кодов для решения задач внутренней баллистики

Код	Организация	Размерность	Особенности
MOBIDIC-NG 1D	ISL/ETBS (Франция)	Одномерный	Расчет прогрева пороховых элементов, см. [17]
СТА1	QinetiQ (Великобритания)	Одномерный	Нет расчета прогрева пороховых элементов, учет сил межфазного трения, нет межгранулярного напряжения
ХКТС	Aberdeen Proving Ground (США)	Одномерный	Расчет прогрева пороховых элементов, учет межгранулярного напряжения, учет тепловых потерь в ствол
AMI2D	ISL/ETBS (Франция)	Двумерный	Расчет прогрева пороховых элементов

**5. Расчет выстрела из модельной пушки AGARD.** Для верификации разработанного программного комплекса был выбран тест AGARD (Advisory Group for Aerospace Research and Development — Консультативная группа аэрокосмических исследований и разработок).

Этот тест создан рядом ведущих западных компаний, занимающихся созданием пакетов прикладных программ для решения задач внутренней баллистики. Тест AGARD не соответствует никакому натурному опыту, а служит для сравнения различных пакетов программ “код в код” [15, 16]. Для сравнения были использованы результаты, полученные с помощью кодов, некоторые характеристики которых представлены в табл. 1. Во всех этих кодах реализованы двухфазные модели движения газопороховой смеси.

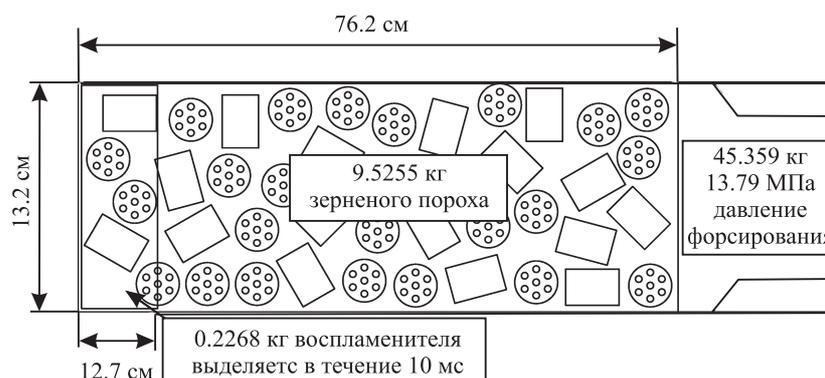


Рис. 2. Геометрия области для тестовой задачи

Постановка задачи с геометрическими характеристиками изображена на рис. 2. Заряд, заполняющий всю камеру, состоит из семиканального зерненого пироксилинового пороха. Путь снаряда составляет 4318 мм, давление форсирования — 13.79 МПа. В начальный момент времени температура воздуха и пороха составляет 294 К, начальное давление — 1 атм. Молярная масса воздуха — 29 г/моль, показатель адиабаты — 1.4. Тепловые потери в стенки камеры и ствол считаются пренебрежимо малыми. Свойства пороха содержатся в табл. 2. Характеристики воспламенителя следующие: сила пороха 1.5702 МДж/кг, показатель адиабаты продуктов горения 1.25, температура горения 1706 К. Начальная объемная доля пороха в камере равна 0.5796.

Таблица 2

## Характеристики пороха в тесте AGARD

Характеристика	Величина
Плотность $\delta$ , г/см <sup>3</sup>	1.578
Длина зерна / диаметр зерна / диаметр канала зерна, мм	25.4 / 11.43 / 1.143
Коэффициент $U$ в законе горения, см/с/МПа <sup>0.9</sup>	0.078385
Показатель $\nu$ в законе горения, безразмерный	0.9
Температура горения $T_g$ , К	2585
Температура воспламенения, К	444
Коэффициент теплопроводности $\lambda$ , Вт/м/К	0.2218
Теплоемкость $c$ , Дж/кг/К	1620
Показатель адиабаты продуктов $\gamma$ , безразмерный	1.27
Сила пороха $f$ , МДж/кг	1.009
Коволюм $b$ , см <sup>3</sup> /г	1.0838

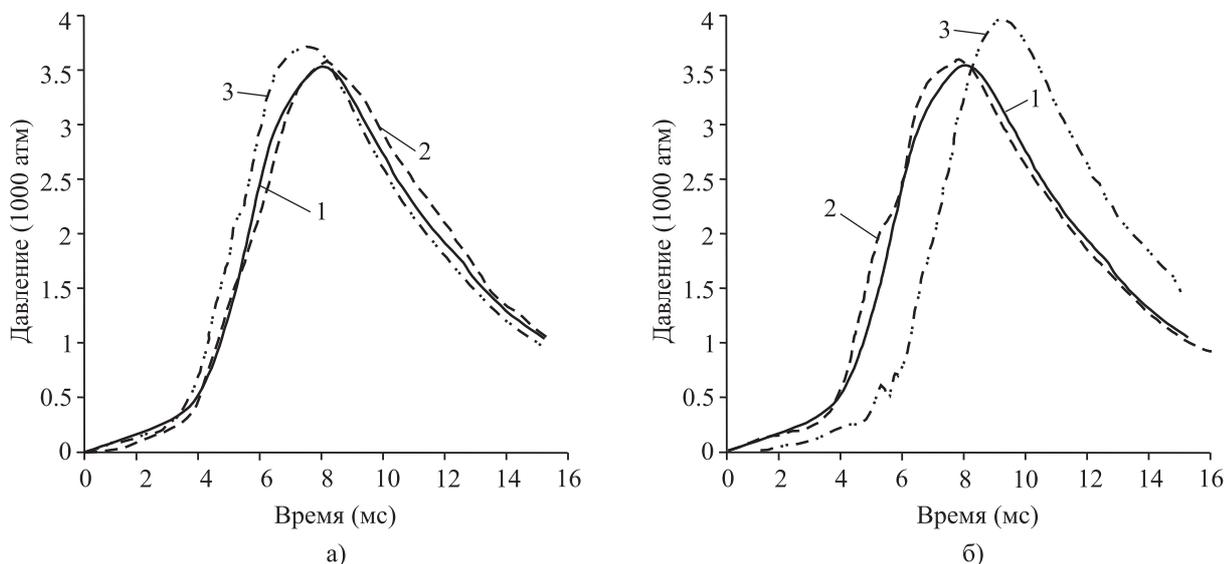


Рис. 3. Сравнение кривых давления на дно камеры в процессе выстрела, полученных с помощью разработанного программного комплекса и других кодов для решения задач внутренней баллистики.

Обозначения кривых на рис. а: 1) расчет авторов, 2) код MOVIDIC-NG 1D, 3) код СТА1; на рис. б: 1) расчет авторов, 2) код XKTC, 3) код AMI2D

Среди постановочных данных, приведенных в [15], отсутствует коэффициент теплопроводности пороховых газов, который в расчетах принимался постоянным и равным 0.1 Вт/м/К. Следует отметить, что поиск в открытой печати специфических экспериментальных данных по температурным зависимостям коэффициентов теплопроводности и вязкости пороховых газов в условиях, соответствующих артиллерийскому выстрелу, представляет собой существенную проблему. Более того, имеющиеся данные по величинам этих коэффициентов нередко разнятся на порядки, что подчеркивает необходимость дальнейших экспериментальных исследований внутрибаллистических процессов для улучшения предсказательной способности разрабатываемых математических моделей и соответствующих комплексов программ.

В зависимости (3) для межгранулярного давления используются следующие значения параметров:  $B = 1.5 \times 10^3$  атм,  $k = 0.57$ ,  $\beta_0 = 0.56$ . Значение  $\beta_0$ , несколько меньшее, чем объемная доля начальной засыпки, соответствует тому, что изначально порох находится в камере в спрессованном состоянии. Параметры для межгранулярного давления подобраны таким образом, чтобы обеспечивать нужную по постановке задачи скорость волны компактирования.

По заданным размерам порохового зерна были рассчитаны коэффициенты формы, отвечающие про-

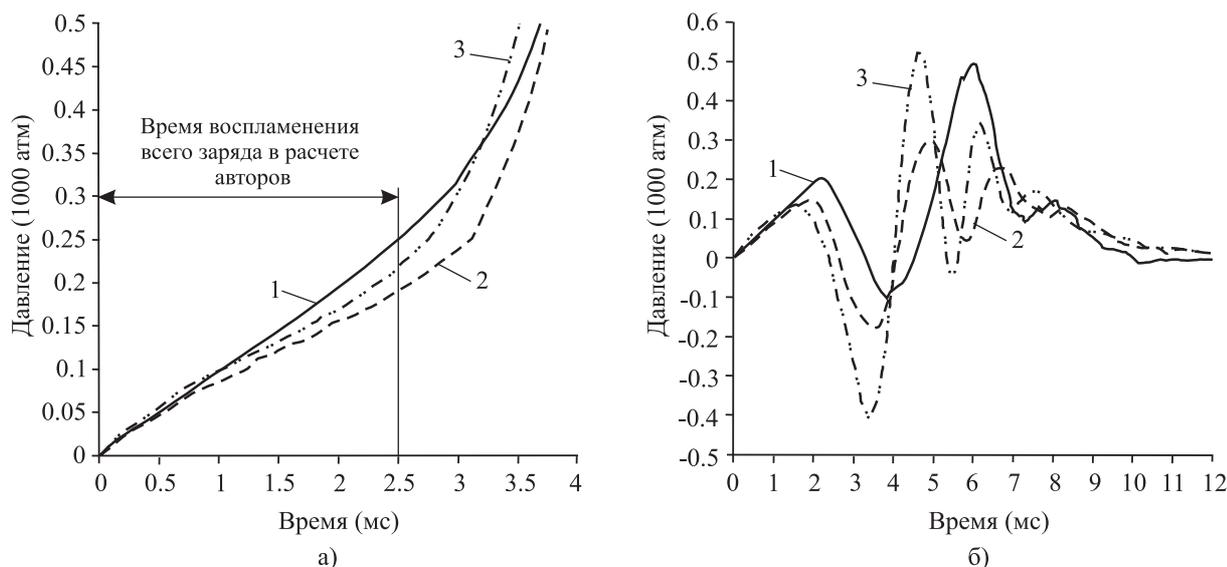


Рис. 4. Сравнение кривых давления на дно камеры на начальном этапе внутрибаллистического процесса (а); разность давлений на датчиках, расположенных на расстоянии 10 мм и 750 мм от дна камеры (б). Обозначения кривых: 1) расчет авторов, 2) код MOBIDIC-NG 1D, 3) код СТА1

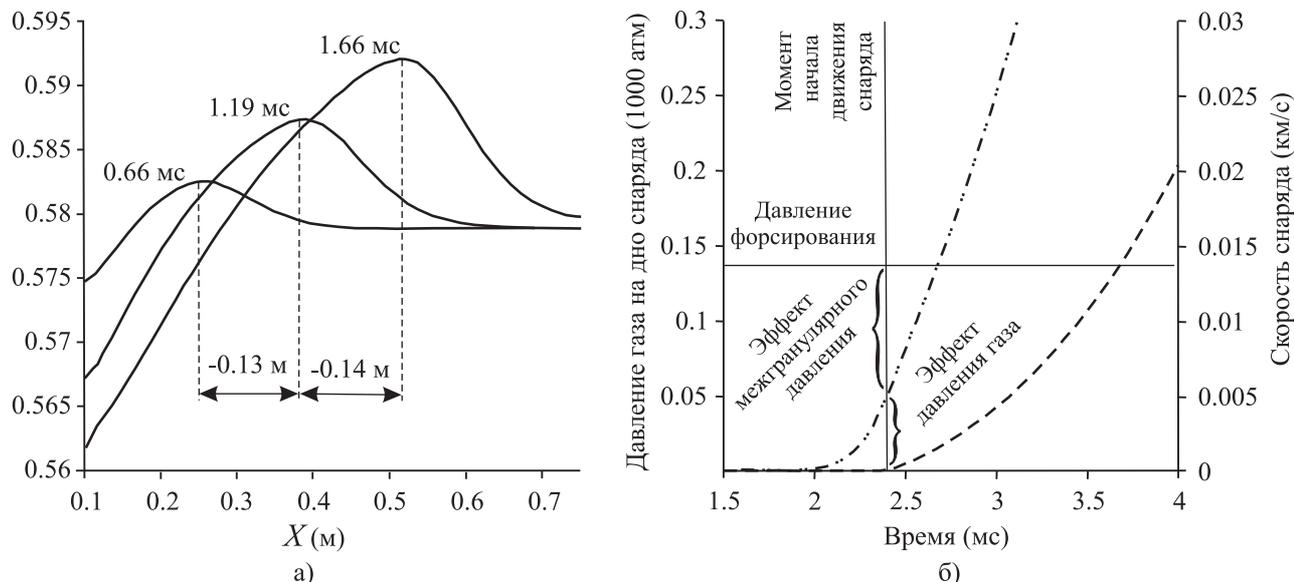


Рис. 5. Распределения объемной доли пороха внутри камеры в последовательные моменты времени (а); влияние межгранулярного давления на начало движения снаряда (б). Пунктирная кривая — зависимость скорости снаряда от времени, штрихпунктирная — давление газа на дно снаряда от времени

грессивной ( $\chi_1 = 0.7185, \lambda_1 = 0.2049, \mu_1 = -0.0217$ ) и депрессивной ( $\chi_2 = 0.5386, \lambda_2 = -0.8977, \mu_2 = 0.0$ ) стадиям горения зерна [1].

Рассмотрим динамику процесса выстрела. На рис. 3 представлено сравнение рассчитанных различными внутрибаллистическими кодами кривых давления на дно камеры. Основной вывод, который можно сделать из сравнения кривых, заключается в том, что результаты, полученные разработанным программным комплексом, хорошо соотносятся с результатами, полученными другими внутрибаллистическими кодами. На рис. 4а более детально показана начальная стадия внутрибаллистического процесса до момента воспламенения всего заряда.

Сравнение разности давлений на датчиках, расположенных на расстоянии 10 мм и 750 мм от дна камеры, представленное на рис. 4б, показывает, что фазы волн давления, полученные разработанным программным комплексом, отличаются от таковых для других кодов.

Одна из особенностей постановки рассматриваемой задачи заключается в том, что камера в началь-

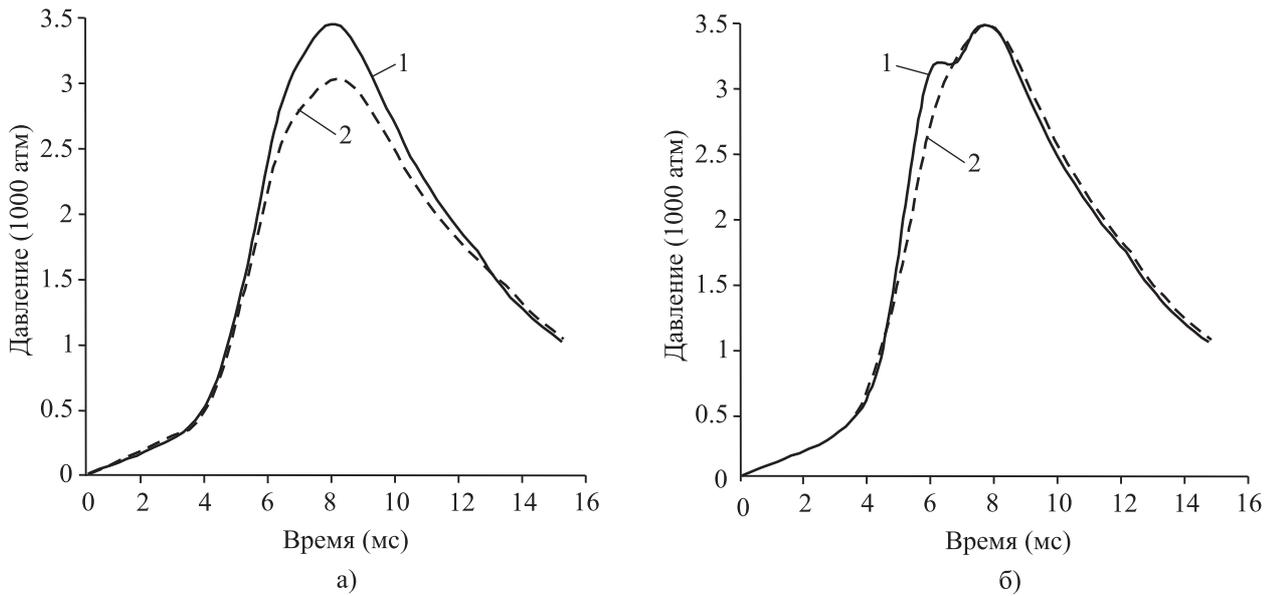


Рис. 6. Рассчитанные кривые давления на дно камеры в процессе выстрела для а) различных коэффициентов теплопроводности пороховых газов, б) для различных зависимостей для межгранулярного давления. Обозначения кривых на рис. а: 1)  $\lambda_{\text{порох.газы}} = 0.1 \text{ Вт/м/К}$ , 2)  $\lambda_{\text{порох.газы}} = 0.3 \text{ Вт/м/К}$ ; на рис. б: 1)  $\beta_0 = 0.7$ , 2)  $\beta_0 = 0.56$

ный момент времени целиком заполнена порохом. Таким образом, становится возможным оценить эффекты, связанные с межгранулярным давлением. При указанных выше в данном разделе параметрах межгранулярного давления скорость волны компактирования составляет от 250 до 300 м/с (рис. 5а), что удовлетворительно соотносится с требуемой скоростью 254 м/с [15]. Распространение по пороху волны компактирования приводит к тому, что метаемое тело начинает свое движение не только за счет давления газа, но и за счет межгранулярного давления. На рис. 5б видно, что в момент начала движения снаряда, когда суммарное давление на его дно равняется давлению форсирования, давление газа составляет всего около 35% от давления форсирования. Остальной вклад обеспечивается межгранулярным давлением. Что касается количественных характеристик, то в расчете разработанным программным комплексом снаряд начинает движение в момент времени 2.4 мс, давление газа на его дно при этом составляет около 50 атм. В расчете кодом ХКТС (табл. 1) аналогичные характеристики — 2.2 мс и 75 атм [15].

Полученные результаты хорошо соотносятся с данными, полученными с помощью других кодов, и по основным интегральным характеристикам — величинам максимального давления на дно камеры ( $p_{\text{кам}}$ ), на дно снаряда ( $p_{\text{сн}}$ ), по дульной скорости ( $v_{\text{д}}$ ) и времени выстрела ( $\tau_{\text{выс}}$ ) (табл. 3).

Следует, тем не менее, отметить, что расчеты внутрибаллистических процессов могут быть сильно чувствительными к изменениям таких параметров математической модели, как коэффициенты теплопроводности пороха и пороховых газов или коэффициенты в зависимости для межгранулярного давления. Отличие может быть не только количественным, в величинах максимального давления в камере (рис. 6а) или скорости вылета снаряда, но и качественным (рис. 6б). Возможность получения кривых давления на дно камеры с несколькими пиками при расчете теста AGARD отмечается в [16].

**6. Заключение.** В работе представлены математическая модель и вычислительный алгоритм для исследования внутрибаллистического процесса в квазиодномерном приближении с использованием многопроцессорной вычислительной техники. Описана методика адаптивного распараллеливания расчетного

Таблица 3  
Сравнение интегральных характеристик выстрела из пушки AGARD

	$p_{\text{кам}}$ , МПа	$p_{\text{сн}}$ , МПа	$v_{\text{д}}$ , м/с	$\tau_{\text{выс}}$ , мс
Программный комплекс авторов	353	318	695	15.20
Код СТА1	373	343	681	14.94
Код MOBIDIC-NG 1D	355	325	685	15.46
Код ХКТС	350	324	683	16.58
Код AMI2D	395	367	710	16.47

алгоритма, а также проведен анализ эффективности распараллеливания. Разработанный программный комплекс верифицирован с помощью тестовой задачи о выстреле из пушки AGARD, результаты расчета которой известны для большого количества зарубежных внутрибаллистических кодов. Представленные в работе математическая модель и вычислительный алгоритм являются основой для создания баллистического кода для решения многомерных задач внутренней баллистики.

Разработанный программный комплекс БАРС-1МП зарегистрирован в Федеральной службе по интеллектуальной собственности [18] и используется для моделирования внутрибаллистического процесса в крупнокалиберных ствольных установках [19].

Авторы выражают глубокую признательность академикам РАН О. М. Белоцерковскому (ИАП РАН) и В. Б. Бетелину (НИИСИ РАН) за всестороннюю поддержку проводимых исследований, В. В. Маркову (МИ РАН), С. М. Фролову, Б. С. Ермолаеву, В. С. Посвянскому (ИХФ РАН) за помощь в работе, а также В. В. Чернову (ОАО «ЦНИИ «Буревестник») за экспериментальную поддержку проводимых теоретических исследований.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Серебряков М.Е.* Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет. М.: Оборонгиз, 1962.
2. *Klemens R., Gieras M., Kaluzny M.* Dynamics of dust explosions suppression by means of extinguishing powder in various industrial conditions // *J. of Loss Prevention in the Process Industries*. 2007. **20**, NN 4–6. 664–674.
3. *Porterie B., Loraud J.C.* An investigation of interior ballistics ignition phase // *Shock Waves*. 1994. **4**. 81–93.
4. *Хоменко Ю.П., Ищенко А.Н., Касимов В.З.* Математическое моделирование внутрибаллистических процессов в ствольных системах. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999.
5. *Русяк И.Г., Ушаков В.М.* Внутрикамерные гетерогенные процессы в ствольных системах. Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2001.
6. *Nusca M.J., Controy P.J.* Multiphase CFD simulations of solid propellant combustion in gun systems // *Proc. of DoD High Performance Computing Modernization Program 2001 Users Group Conference*. Biloxi, MS, 18–21 June 2001.
7. *Низматуллин Р.И.* Динамика многофазных сред. Т. 1. М.: Наука, 1987.
8. *Чудновский А.Ф.* Теплообмен в дисперсных средах. М.: Гостехиздат, 1954.
9. *Захаренков В.Ф.* Полуэмпирический метод расчета теплообмена в гладких и шероховатых трубах при течении горячих газовых потоков // *Тр. Междунар. научно-практической конференции “Третьи Окуневские чтения”*. Санкт-Петербург. 24–29 июня 2002 г. Т. 2. СПб.: Балт. гос. техн. ун-т, 2002. 176–185.
10. *Кутателадзе С.С., Боришанский В.М.* Справочник по теплопередаче. М.: Госэнергоиздат, 1958.
11. *Ergun S.* Fluid flow through packed columns // *Chemical Engineering Progress*. 1952. **48**, N 2. 89–94.
12. *Barth T., Ohlberger M.* Finite volume methods: foundation and analysis // *Encyclopedia of Computational Mechanics*. 2004. **1**. 439–470.
13. *Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976.
14. *Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю.* Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001.
15. *Woodley C., Carriere A., Franco P., Groger T., Hensel D., Nussbaum J., Kelzenberg S., Longuet B.* Comparisons of internal ballistics simulations of the AGARD gun // *Proc. of 22nd International Symposium on Ballistics*. Vancouver, Canada, November 2005. 338–346.
16. *Gollan R.J., Johnston I.A., O’Flaherty B.T., Jacobs P.A.* Development of gasbar: a two-phase flow code for the interior ballistics problem // *Proc. of 16th Australasian Fluid Mechanics*. Crown Plaza, Gold Coast, Australia, 2–7 December, 2007. 295–302.
17. *Longuet B., Pieta P.D., Franco P., Legeret G., Papy A., Boisson D., Reynaud C., Millet P., Taiana E., Carrere A.* Mobidic-NG: a 1D/2D CFD code suitable for interior ballistics and vulnerability modelling // *Proc. of 22nd International Symposium on Ballistics*. Vancouver, Canada, November, 2005. 362–371.
18. *Семенов И.В., Меньшов И.С., Ахмедьянов И.Ф., Уткин П.С., Марков В.В.* Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011610905 “Программный комплекс БАРС-1МП”.
19. *Закаменных Г.И., Чернов В.В., Абдуллин А.К., Семенов И.В., Уткин П.С., Лебедева А.Ю., Ахмедьянов И.Ф.* Экспериментальное и численное исследование влияния положения модульного заряда на характеристики выстрела // *Сб. материалов Всероссийской научно-технической конференции “Фундаментальные основы баллистического проектирования”*. Санкт-Петербург, 28 июня–2 июля 2010 г. Т. 1. СПб.: Балт. гос. техн. ун-т, 2010. 119–122.

Поступила в редакцию  
22.03.2011