

УДК 681.3

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАСЧЕТА ОПТИМАЛЬНЫХ МАРШРУТОВ СУДОВ В РАМКАХ ГЕОИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ “ОКЕАН”

Б. Н. Иванов<sup>1</sup>

Рассматривается один из подходов к расчету оптимальных маршрутов судов с учетом гидрометеорологических условий плавания. Задача реализована в рамках геоинформационной системы (ГИС) “Океан” и используется в оперативной практической работе. Предлагается математическая модель построения сеточной области акватории плавания судов и оптимальный алгоритм сложности  $O(n \log n)$  локализации суша–море узлов используемой сетки. Поиск оптимального маршрута выполняется в рамках построенной сеточной области. В основу алгоритма расчета пути положен модифицированный алгоритм Дейкстры. Реализация вычислений допускает проведение расчетов для любой акватории поверхности Земли.

**Ключевые слова:** локализация узлов сеточной области, оптимальный маршрут судна, кратчайший путь.

**1. Введение.** В настоящей статье рассматривается один из подходов к расчету рекомендованных (оптимальных) маршрутов судов в условиях их автоматизированной проводки с учетом гидрометеорологических условий плавания [4]. Неблагоприятные гидрометеорологические условия создают опасность для мореплавания и увеличивают продолжительность рейсов. Ветер и волны в океане являются основными факторами, влияющими на безопасность и эффективность плавания. Минимальное расстояние между двумя точками на поверхности Земли определяется по диаметру большого круга (ДБК), однако кратчайший путь, как правило, не является оптимальным по времени и безопасным для перехода судна. В любом случае, океанские переходы судна не должны существенно отклоняться от ДБК, поскольку это значительно увеличивает затраты судна на переход. Отклонение курса судна от ДБК диктуется безопасностью его перехода.

Первые упоминания о проводке судов оптимальными курсами относятся к 1952 г. (США). В 1956 г. Военно-гидрографическая служба США начала широкую программу автоматизации проводки судов Военно-морской транспортной службы. В основу вычислений оптимальных маршрутов был положен метод изохрон, разработанный океанографом Р. Джеймсом [14, 15]. Рассмотрим суть данного метода. Пусть  $D_1$  — порт отправления, а  $D_2$  — порт назначения, которые соединяют линией ДБК (рис. 1). Из точки  $D_1$  проводят веер локсодромий (линии постоянного курсового угла) с примерно равными углами между ними. Такие линии представляют собой возможные курсы плавания. По каждому направлению определяется высота и направление волн, а затем и скорость судна. Пройденное расстояние по направлению находят умножением скорости на интервал времени до следующего прогностического поля волнения. Пройденные расстояния по каждому курсу отмечают точками  $A_1, B_1, C_1, E_1, G_1$ . Соединяя данные точки плавной кривой  $t_1$ , получают геометрическое место точек положения судна в конце текущего интервала времени. Такие кривые  $t_1$  называются *изохронами*.

Следующим шагом является расчет положения судна в конце следующего интервала времени. Для этого из каждой полученной точки текущей изохроны проводят расходящиеся лучи в направлении ДБК маршрута плавания (рис. 1). Эти лучи являются продолжением возможных курсов предшествующего интервала времени. Точками  $A_2, B_2, C_2, E_2, G_2$  отмечают новое положение судна, по которым проводят следующую изохрону  $t_2$ . Расчеты повторяются до тех пор, пока имеется прогноз полей волнения. Результатом вычислений является карта изохрон  $t_1, t_2, \dots, t_n$ . Пусть на последней изохроне  $t_n$  точка  $B_n$  оказалась наиболее близкой к пункту назначения  $D_2$ , тогда в качестве оптимального маршрута выбирается маршрут частных курсов  $D_1, B_1, B_2, \dots, B_n, D_2$ .

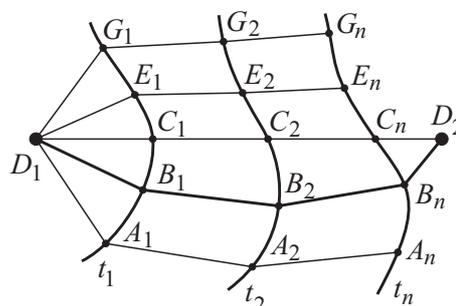


Рис. 1. Карта изохрон Р. Джеймса

<sup>1</sup> Дальневосточный федеральный университет (ДВФУ), ул. Суханова, 8, 690091, г. Владивосток; доцент, e-mail: ibn8826@mail.ru

Несложно заметить, что основу метода изохрон составляет геометрия его частных курсов, среди которых выбирается оптимальный маршрут. Слабость метода проявляется в статичности самих курсов. Для небольших акваторий (внутренних морей) метод позволяет найти оптимальный маршрут, если частными курсами покрыть всю рабочую поверхность [16]. Однако в каждом таком случае ограничения береговой черты заставляют прибегать к построению своей уникальной конфигурации частных курсов. Попытка отказаться от проведения начальных частных курсов с необходимостью приводит к решению задачи условной оптимизации поиска самой “линии” оптимального маршрута между двумя выделенными точками. Численное решение в такой постановке неявно включает перебор и частных курсов метода изохрон. Построение динамических частных курсов позволяет решить задачу обхода районов, опасных для судоходства. Практические эксперименты с такими моделями можно найти у авторов [12, 13]. Эффективность их применения в полной мере сказывается лишь в случае океанских переходов.

Первая практическая отечественная разработка “Автоматизированная система расчета оптимальных курсов судов” использовалась в Балтийском морском пароходстве (БМП). Система была разработана усилиями трех организаций: БМП, Ленинградским высшим инженерным морским училищем (ЛВИМУ) и Северо-Западным управлением по гидрометеорологии и контролю окружающей среды (СЗУГКС). Разработка велась с 1975 по 1980 гг. [3]. В основу расчета оптимального маршрута был положен метод изохрон. Второй известной разработкой была “Автоматизированная система расчета оптимальных курсов судов в Тихоокеанском бассейне”. Разработка велась с 1982 по 1987 гг. организациями ДВМП, ДВИМУ, ПУГКС и ДВПИ [2]. Для расчета маршрутов так же применялся метод изохрон.

Популярность использования метода изохрон можно объяснить тем, что расчеты маршрутов выполнялись для океанских переходов, когда береговая черта (граничные условия) отступает на второй план. Расчеты же маршрутов вблизи береговой черты требуют проведения “своих” частных курсов, никак не связанных с ДБК маршрута. Очевидно, что в общем случае для практического применения метода изохрон необходима разработка процедур учета береговой черты акватории плавания.

В предлагаемой работе границы береговой черты явно включаются в схему расчета. Для этого акватория плавания покрывается регулярной сеточной областью с идентификацией ее узлов суша–море. Это дает возможность проводить расчеты произвольных маршрутов с учетом ограничений береговой черты и гидрометеорологических условий плавания. Сама задача поиска оптимального маршрута формулируется в терминах графа, в основе которого лежит указанная сеточная область. Узлы такой сетки суть вершины графа. Оптимальный маршрут — это кратчайший путь на графе между двумя выделенными вершинами (начало и конец пути). Предложенное решение рассматриваемой задачи носит самый общий характер и позволяет одинаково точно проводить расчеты на акваториях, сравнимых с океанскими просторами и внутренними морями. Маршруты судов для океанских переходов с необходимостью требуют учета шарообразной поверхности Земли. Отметим, что в данном подходе все частные курсы метода изохрон Р. Джеймса будут включаться в перебор при поиске маршрута.

Задача имеет важное практическое значение и реализована в рамках действующего программного комплекса “ГИС Океан” [4] обеспечения безопасности полетов и мореплавания. Информационной базой комплекса являются фактические данные (сводки наблюдений) и данные (поля) в коде GRIB мировых центров прогноза погоды (в алфавитном порядке): Брекнелл, Вашингтон, Москва, Япония. Поступают поля: (1) давление на уровне моря и уровне станций, (2) осадки на уровне станций, (3) геопотенциал, температура воздуха, ветер, влажность на стандартных высотах. Максимальная заблаговременность полей в коде GRIB варьируется от 7 до 10 суток. Для Атлантического океана это позволяет знать погоду на всем переходе судна, но для Тихого океана, как правило, этого не достаточно. Переход может занимать две недели и более.

**2. Сеточные области оптимальных маршрутов судов.** Задача поиска оптимального маршрута судна формулируется в терминах графов.

Рассмотрим простой ориентированный граф (рис. 2), вершины которого образуют регулярную сетку. На рис. 2 узлы сеточной области окрашены в разные цвета и отличаются по величине с учетом их локализации в море или на суше. Узлы сетки на суше составляют естественные ограничения при вычислении маршрута. Маршрут не должен пересекать сушу. Кривая  $D_1D_2$  (рис. 2) является дугой большого круга,  $D_1$  — порт отправления,  $D_2$  — порт назначения. Плоскость дуги большого круга  $D_1D_2$  определяется парой векторов  $\overline{OD_1}$  и  $\overline{OD_2}$  (рис. 3). В узлах сетки графа фиксируются время прохождения судном данной точки и условия плавания (скорость и направление ветра, высота и направление волн, скорость движения судна). Ребра графа определяются между узлами соседних слоев сеточной области в направлении пункта назначения. Каждому ребру графа приписывается вес, равный времени перехода судном данного отрезка пути с учетом ветро-волновой обстановки на переходе. Направления ребер указывают возможные пере-

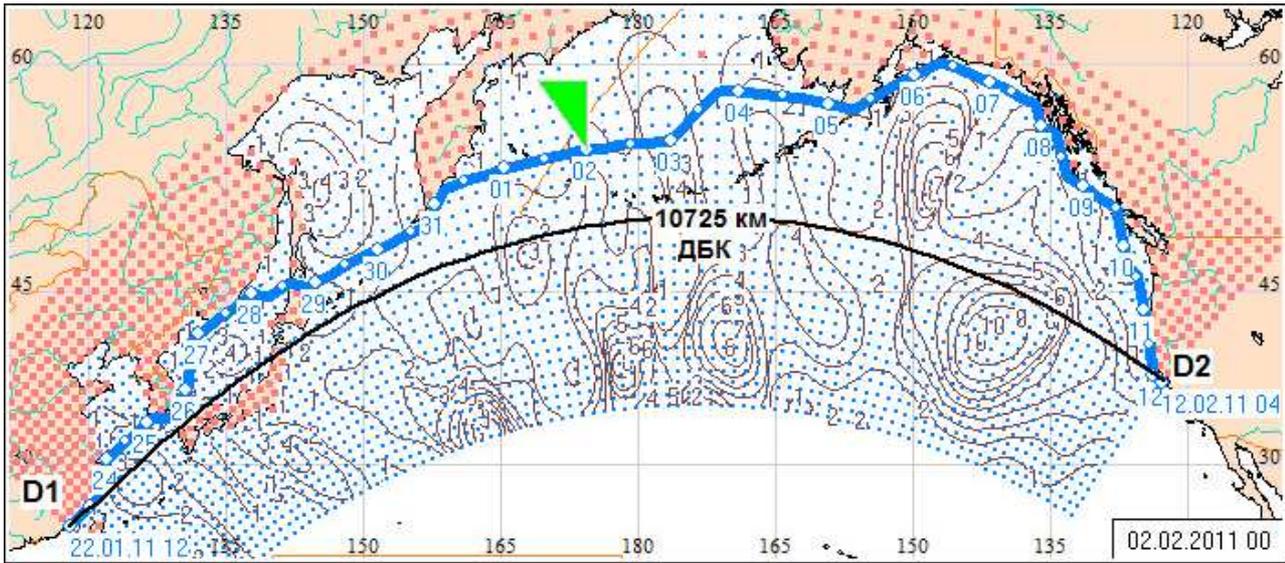


Рис. 2. Локализация узлов сеточной области акватории плавания и расчет рекомендованного маршрута судна на фоне составного по времени в изолиниях поля высот волн, проекция Меркатора

мещения судна. В данной постановке поиск оптимального маршрута сводится к отысканию кратчайшего пути в простом орграфе между двумя выделенными вершинами  $D_1$  и  $D_2$  [5]. В нашем случае решение осложняется динамическим определением сеточной области (рис. 2) для каждого маршрута судна. Рекомендованные маршруты рассчитываются для океанских акваторий, а значит, необходимо учитывать и шарообразную поверхность Земли.

Предлагается следующая математическая модель сеточной области орграфа, в основе которой лежит регулярная статическая сетка  $[S_1, S_2]$  (рис. 3), привязанная к плоскости экватора. Переход к динамической сетке  $[D_1, D_2]$  орграфа конкретного маршрута выполняется посредством линейного ортогонального преобразования узлов статической сетки  $[S_1, S_2]$ . Точки  $S_1$  и  $S_2$  — это точки экватора, которые определяют начало и конец статической сетки. Статическая сетка является симметричной относительно плоскости экватора. Узлы такой сетки образованы пересечением параллелей и меридианов, географические координаты  $(\varphi, \lambda)$  которых вычисляются по формулам

$$\begin{cases} \varphi = i\Delta\varphi, & i = 0, \pm 1, \dots, \pm n, \\ \lambda = \lambda_1 + j\Delta\lambda, & j = 0, 1, \dots, m, \\ \lambda_2 = \lambda_1 + m\Delta\lambda, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\varphi$  — широта узла,  $\Delta\varphi$  — шаг сетки по широте,  $\lambda$  — долгота узла,  $\Delta\lambda$  — шаг сетки по долготе,  $\lambda_1$  — долгота точки  $S_1(0, \lambda_1)$ ,  $\lambda_2$  — долгота точки  $S_2(0, \lambda_2)$ ,  $n$  — число параллелей с южной и северной стороны и  $m$  — количество точек вдоль экватора. Параметр  $i$  задает границы симметричного отклонения узлов сетки  $[S_1, S_2]$  относительно экватора.

Динамическая сеточная область подобна статической, если в качестве плоскости экватора принять плоскость ДБК рассматриваемого маршрута. Точки  $D_1$  (порт отправления) и  $D_2$  (порт назначения) определяют начало и конец динамической сетки  $[D_1, D_2]$ . Два последовательных вращения по часовой стрелке (рис. 3) плоскости ДБК маршрута вокруг оси  $OZ$  на угол  $\alpha$  и на угол  $\beta$  вокруг оси  $OX$  приводят динамическую сетку к статической. Угол  $\alpha$  образован осью  $OX$  и прямой пересечения плоскости экватора и плоскости ДБК маршрута. Угол  $\beta$  — это угол между плоскостью экватора и плоскостью ДБК маршрута. Вращение вокруг осей  $OZ$  и  $OX$  задается линейными ортогональными преобразованиями  $A$  и  $B$ , матрицы

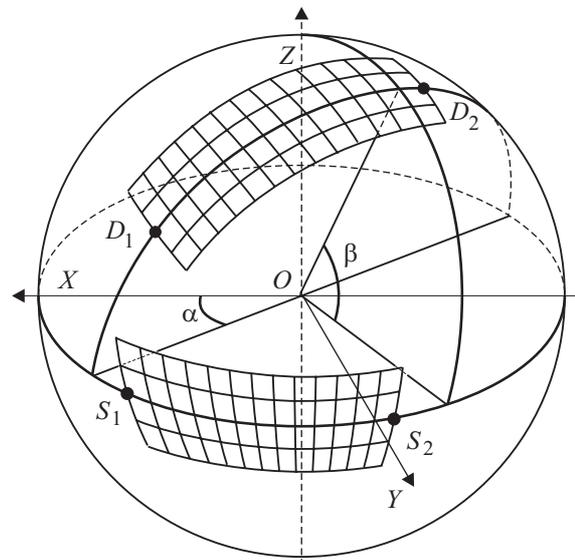


Рис. 3. Преобразование координат узлов сеточной области  $[S_1, S_2] \rightarrow [D_1, D_2]$

которых имеют следующий вид:

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}. \quad (2)$$

При решении задачи поиска оптимального маршрута судна применяются географические координаты  $(\varphi, \lambda)$  узлов сеточной области. Декартовы координаты  $(x, y, z)$  на поверхности Земли и географические связаны сферическим преобразованием

$$\psi : \{x = R \cos \varphi \cos \lambda, y = R \cos \varphi \sin \lambda, z = R \sin \varphi\}, \quad (3)$$

где  $R$  — радиус Земли;  $\varphi$  — широта точки;  $\lambda$  — долгота точки;  $x, y, z$  — декартовы координаты точки. Это отображение будем обозначать через  $\psi$ , а обратное через  $\psi^{-1}$ . Следующая цепочка отображений позволяет выполнить переход от географических координат узлов динамической сетки маршрута  $[D_1, D_2]$  к соответствующим координатам узлов статической сетки  $[S_1, S_2]$  и обратно:

$$(\varphi, \lambda)_D \xrightarrow{\psi} (x, y, z)_D \xrightarrow{BA} (x, y, z)_S \xrightarrow{\psi^{-1}} (\varphi, \lambda)_S, \quad (4)$$

$$(\varphi, \lambda)_S \xrightarrow{\psi} (x, y, z)_S \xrightarrow{A^T B^T} (x, y, z)_D \xrightarrow{\psi^{-1}} (\varphi, \lambda)_D, \quad (5)$$

где индекс  $S$  относится к статической сетке, а индекс  $D$  к динамической.

В заключение приведем последовательность шагов восстановления географических координат узлов динамической сетки орграфа конкретного маршрута судна. Исходными данными являются точки  $D_1$  — порт отправления и  $D_2$  — порт назначения.

Шаг 1. Расчет по векторам  $\overline{OD_1}, \overline{OD_2}$  (рис. 3) углов  $\alpha$  и  $\beta$  вращения плоскости ДБК маршрута и расчет матриц преобразований  $A$  и  $B$  по формулам (2).

Шаг 2. Расчет координат точек  $(0, \lambda_1)_{S_1}$  и  $(0, \lambda_2)_{S_2}$  — начала и конца статической сетки. Координаты определяются согласно цепочке преобразований выражения (4):

$$(\varphi, \lambda)_{D_1} \xrightarrow{\psi} (x, y, z)_{D_1} \xrightarrow{BA} (x, y, z)_{S_1} \xrightarrow{\psi^{-1}} (0, \lambda_1)_{S_1},$$

$$(\varphi, \lambda)_{D_2} \xrightarrow{\psi} (x, y, z)_{D_2} \xrightarrow{BA} (x, y, z)_{S_2} \xrightarrow{\psi^{-1}} (0, \lambda_2)_{S_2}.$$

Шаг 3. Расчет координат узлов динамической сетки  $(\varphi, \lambda)_D$ . По формулам (1) определяются координаты узлов  $(\varphi, \lambda)_S$  статической сетки. Переход к узлам динамической сетки  $(\lambda, \varphi)_D$  выполняется согласно цепочке преобразований (5).

**3. Локализация точек суша–море.** Расчет маршрута судна выполняется в рамках его динамической сеточной области  $[D_1, D_2]$ . Плавание судов допустимо лишь в границах берегов, что с необходимостью влечет решение задачи определения принадлежности суше или морю узлов динамической сетки (задача локализации узлов). Узлы сетки на суше составляют естественные ограничения при вычислении маршрута. Сушу на поверхности Земли можно рассматривать как множество замкнутых областей, границей которых является вода (заметим, что в качестве границы можно рассматривать как сушу, так и море). Численное представление границ областей выполняется в виде замкнутых ломаных. Области суши могут быть вложенными (острова), но не пересекаться. На такой поверхности для локализации точек суша–море допустимо применение общего алгоритма локализации точек в плоском прямолинейном графе [9]. Границы суши (моря) представляют частный случай такого графа.

Рассмотрим алгоритм локализации точки  $z(\varphi_k, \lambda_k)$  внутри области  $N$ -угольника  $P$  (рис. 4). Обозначим через  $r_i$  ребра  $N$ -угольника  $P$ . Проведем через  $z$  произвольную тестирующую вертикальную прямую  $L = \{(\varphi, \lambda) | \lambda = \lambda_k\}$ . Произвольную точку  $S$  будем называть удаленной точкой, если она лежит на прямой  $L$  выше точки  $z$  и известна локализация данной точки  $S$  относительно  $N$ -угольника  $P$ . Пусть выбранная удаленная точка  $S$  не принадлежит  $P$ . Выполним перемещение вдоль  $L$  сверху вниз от удаленной точки  $S$  до точки  $z$  (рис. 4). Обозначим через  $k$  число точек пересечения прямой  $L$  с границей  $P$  выше  $z$  на отрезке от точки  $S$  до  $z$ . На первом пересечении прямой  $L$  с границей  $P$  попадем внутрь  $P$ , на следующем пересечении выйдем наружу и т.д. Следовательно,  $z$  будет лежать в области  $P$  в том случае, если  $k$  нечетно и  $S \notin P$  или если  $k$  четно, а  $S \in P$ . Сказанное остается верным и для случая

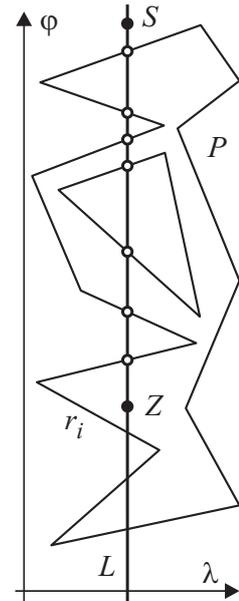


Рис. 4. Локализация точки  $z$  внутри многоугольника  $P$

вложенных областей границы  $P$ , когда включаются в рассмотрение острова, моря, озера и т.д. Запишем формальный алгоритм локализации точки  $z$  внутри  $N$ -угольника  $P$  для общего случая расположения удаленной точки  $S$ .

Алгоритм локализации точки  $z$  в  $N$ -угольнике  $P$ :

```

begin
   $S = (\varphi, \lambda_k)$ ; //удаленная точка на прямой  $L$  выше  $z$ ;
   $k = 0$ ;
  for  $i = 1$  to  $N$  do begin
    if ( $r_i$  — не вертикально ) then
      if ( $r_i$  пересекает  $L$  выше  $z$  и ниже  $S$  ) then  $k = k + 1$ ;
    end;
  if ( $k$  — нечетное ) then
    if ( $S \notin P$  ) then  $z \in P$  else  $z \notin P$ ;
  else // $k$  — четное
    if ( $S \in P$  ) then  $z \in P$  else  $z \notin P$ ;
end.

```

Локализация точек в задаче расчета оптимальных маршрутов судов использует общую географию компонентов ГИС “Океан” [4]. Структура данных географии не ориентирована на какой-либо из компонентов. Реализация береговой черты представляется множеством ломаных. Опорные точки ломаных определяются в географических координатах  $(\varphi, \lambda)$  на поверхности Земли. Такое представление позволяет легко вносить уточнения в текущую географию. Отметим, что качественное восстановление географии требует достаточно большого количества ее опорных точек.

Пусть  $r[t]$  — вектор ребер (отрезков), составляющих границу  $P$  акватории плавания (география),  $t = 1, 2, \dots, nr$ , где  $nr$  — число ребер границы  $P$ . Координаты концов отрезка  $r[t]$  обозначим через  $(r[t].\varphi_1, r[t].\lambda_1)$  и  $(r[t].\varphi_2, r[t].\lambda_2)$ . Это — пара последовательных точек на границе  $P$ .

Полагаем, что  $r[t].\lambda_1 \leq r[t].\lambda_2$ ; в противном случае концы отрезка поменяем местами. Координаты узлов динамической сетки  $x[i, j] \in [D_1, D_2]$  будем обозначать через  $(x[i, j].\varphi, x[i, j].\lambda)$ .

В данных условиях на роль тестирующей прямой  $L$  удобно взять меридианы, проходящие через точки  $(x[i, j].\varphi, x[i, j].\lambda)$  сетки. Для Северного полушария на роль удаленной точки  $S$  на прямой  $L$  идеально подходит Северный полюс. Эта точка  $S$  лежит в море, причем  $S \in P$ . В случае Южного полушария на роль удаленной точки  $S$  на прямой  $L$  идеально подходит Южный полюс. Эта точка  $S$  лежит на суше, причем  $S \notin P$ . Локализация удаленной точки  $S$  (на суше она или на море) является необходимым условием правильного перемещения по точкам пересечения тестирующей прямой  $L$  с границами области локализации  $P$ .

Для оптимизации вычислений выполним сортировку ребер  $r[t]$  по долготе первой координаты  $r[t].\lambda_1$  и сортировку узлов сетки по долготе координаты  $x[i[k], j[k]].\lambda$ , где  $i[k], j[k]$  — индексы сортированной последовательности узлов,  $k = 1, 2, \dots, nx$ , где  $nx = (2n + 1)(m + 1)$  — число точек в сеточной области  $[D_1, D_2]$  (см. (1)). Сортируем по возрастанию. Выполненная предобработка позволяет записать алгоритм локализации узлов  $x[i, j]$  в форме алгоритма слияния с возвращением сортированного множества ребер  $r[t]$  и сортированного множества точек локализации  $x[i[k], j[k]]$ . Результатом слияния является вектор признаков  $sea[x_{ij}] \in \{0, 1\}$  локализации узлов сетки  $x_{ij}$  в море или на суше. Значение, равное 1, соответствует морю, а 0 — суше.

Алгоритм слияния с возвращением:

```

begin
   $S_\varphi = +\infty$ ; //широта Северного полюса
   $nr = |P|$ ; //число ребер
   $nx = (2n + 1)(m + 1)$ ; //число узлов
  for  $k = 1$  to  $nx$  do  $sea[i[k], j[k]] = 0$ ; //начальные признаки локализации узлов сетки
   $t = 1$ ; //индекс текущего ребра
   $k = 1$ ; //индекс узла локализации
  while ( $t \leq nr$ ) and ( $k \leq nx$ ) do begin
     $\lambda_1 = r[t].\lambda_1$ ; //ближний конец отрезка
     $\lambda_2 = r[t].\lambda_2$ ; //дальний конец отрезка,  $\lambda_1 \leq \lambda_2$ 
     $\lambda_k = x[i[k], j[k]].\lambda$ ; //долгота узла локализации
    if  $\lambda_k < \lambda_1$  then  $k = k + 1$ ; //следующий узел
  end.

```

```

else if  $\lambda_k \geq \lambda_2$  then  $t = t + 1$ ; //следующий отрезок
else begin //  $\lambda_k$  внутри отрезка  $\lambda_1 \leq \lambda_k < \lambda_2$ 
 $\varphi_1 = r[t].\varphi_1$ ; //ближний конец отрезка
 $\varphi_2 = r[t].\varphi_2$ ; //дальний конец отрезка
 $kundo = k$ ; //сохранить индекс текущего узла сетки для “возвращения”
while  $\lambda_k < \lambda_2$  do begin //локализация следующих узлов  $k, k + 1, \dots$  относительно
//текущего ребра
 $\varphi_3 = \varphi_1 + \frac{\lambda_k - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}(\varphi_2 - \varphi_1)$ ; //широта пересечения отрезка  $r[t]$  с долготой узла  $(\varphi_k, \lambda_k)$ 
 $\varphi_k = x[i[k], j[k]].\varphi$ ; //широта узла локализации
if  $\varphi_3 > \varphi_k$  then  $sea[i[k], j[k]] = (sea[i[k], j[k]] + 1) \bmod 2$ ; //пересечение выше узла  $(\varphi_k, \lambda_k)$ 
 $k = k + 1$ ; //следующий узел
if  $k > nx$  then break; //все узлы просмотрены
 $\lambda_k = x[i[k], j[k]].\lambda$ ; //долгота следующего узла сортированного вектора
end;
 $k = kundo$ ; //“возвращение” к индексу текущего узла сетки
 $t = t + 1$ ; //индекс следующего ребра
end;
end;
end.

```

Определим сложность алгоритма локализации с возвратом. Пусть  $N$  — число ребер в географии многоугольника  $P$ . При качественной географии  $P$  длина ребер ее ломаных должна быть достаточно малой, а  $N \gg 1$ . Поэтому справедливо предположить, что число узлов локализации сеточной области расчета оптимального маршрута судна составляет  $O(N)$ , а число узлов в среднем вдоль одной координатной оси в пределах одного ребра равно  $O(1)$ .

Сложность предобработки — сортировка ребер  $N$ -угольника  $P$  и сортировка узлов сеточной области — составляет  $O(N \log N)$  (сложность сортировки Флойда [7]).

Цикл слияния при  $nr = N$  и  $nx = O(N)$  **while** ( $i \leq nr$ ) **and** ( $k \leq nx$ ) **do** двух сортированных множеств в алгоритме повторяется  $O(N)$  раз. Вложенный цикл **while**  $\lambda_k < \lambda_2$  **do** — это локализация узлов относительно одного ребра. По предположению число таких узлов в среднем равно  $O(1)$ . Сложность цикла слияния составляет  $O(N) \cdot O(1) = O(N)$ . Следовательно, сложность алгоритма локализации с возвратом определяется сложностью сортировки  $O(N \log N) + O(N) = O(N \log N)$ . Заметим, что прямой подход локализации  $O(n)$  узлов сеточной области в рамках границы многоугольника с числом ребер  $O(n)$  требует сложности  $O(n^2)$  [9].

Рассмотренный подход локализации точек реализован в рамках задачи расчета маршрутов судов в ГИС “Океан”. На рис. 2 представлены локализация узлов сеточной области акватории плавания и расчет модельного рекомендованного маршрута судна.

**4. Расчет оптимального маршрута судна.** Выбору маршрута предшествует расчет ветро-волновых полей. Расчет выполняется в коде GRIB по данным попутных судовых наблюдений за состоянием поверхности океана и полям давления или геопотенциала на уровне 1000 Мб на все сроки прогноза. Проведение расчетов возможно по данным любого из центров прогноза погоды. В основу модели расчета положен механизм адаптации — инструмент динамической настройки параметров численных моделей ветра и волн [1, 6]. Расчет скорости судна на волнении осуществляется по “универсальной формуле” П. М. Хохлова (ЦНИИМФ) [10]. Формула является статистической моделью, параметры которой установлены на основании обработки большого количества натуральных данных испытания судов. Параметрами “универсальной формулы” выступают скорость судна на тихой воде, высота волны, курсовой угол волны и водоизмещение судна. Не существует споров по вопросу о важности создания адекватной математической модели каждого конкретного судна [11]. Знание математической модели судна важно для конструкторских разработок. Однако на современном этапе развития науки вследствие сложности расчета и неполноты учета причин потери скорости представляется целесообразным остановиться на эмпирических методах определения потери скорости от воздействия ветра, волнения и волнового течения [8].

В рассматриваемой постановке поиск оптимального маршрута сводится к отысканию кратчайшего пути в простом ориентированном графе  $G(X, U)$  (рис. 2) между двумя выделенными вершинами  $D_1$  и  $D_2$  сеточной области  $[D_1, D_2]$ .

В основу вычислений положена модификация алгоритма Дейкстры [5]. Узлы области  $[D_1, D_2]$  составляют множество вершин графа  $X = \{x_{ij} \mid i = 0, \pm 1, \dots, \pm n; j = 0, 1, \dots, m - 1\}$ , где  $x_{ij} = (\varphi_i, \lambda_j)_D$  —

координаты узлов динамической сетки, вычисленные по формулам перехода (1)–(5) от статической сетки  $[S_1, S_2]$  к динамической  $[D_1, D_2]$ ;  $D_1 = x_{00}$  — пункт отправления;  $D_2 = x_{0m}$  — пункт назначения. Ребра графа  $U$  фиксируют возможные переходы судном по маршруту между узлами сетки. В данной реализации ребра определяются между узлами соседних слоев сетки (рис. 5) в направлении пункта назначения  $U = \{(x_{i_k j}, x_{i_r j+1}) \mid i_k, i_r = 0, \pm 1, \dots, \pm n; j = 0, 1, \dots, m-1\}$ . Для каждого ребра графа рассчитывается вес  $w(x_{i_k j}, x_{i_r j+1}) \geq 0$ , равный времени перехода судном данного отрезка пути с учетом ветро-волновой обстановки на переходе. Время вычисляется делением длины ребра перехода  $(x_{i_k j}, x_{i_r j+1})$  на скорость судна в узле  $x_{i_k j}$ . Значения ветра и волн в узле  $x_{i_k j}$  определяются линейной интерполяцией двух последовательных по времени сроков соответствующих полей (с учетом их заблаговременности), между которыми располагается время прохождения судном указанного узла  $x_{i_k j}$ . Сумму весов ребер в пути будем называть длиной (расстоянием или временем) пути.

Алгоритм поиска кратчайшего пути, начиная из вершины  $D_1 = x_{00}$ , просматривает граф в ширину, пометая вершины  $x_{ij}$  значениями-метками их расстояний от  $x_{00}$ . Метки могут быть временными и окончательными. Временная метка вершины  $x_{ij}$  — это минимальное расстояние от  $x_{00}$  до  $x_{ij}$ , если в определении пути на графе были учтены не все маршруты из  $x_{00}$  в  $x_{ij}$ . Окончательная же метка  $x_{ij}$  — это минимальное расстояние от  $x_{00}$  до  $x_{ij}$ . Алгоритм заканчивается, как только вершине  $D_2 = x_{0m}$  будет назначена окончательная метка — это минимальное расстояние от  $D_1$  до  $D_2$ . Текущие значения меток вершин  $x_{ij}$  фиксируются в векторе  $\text{dist}[x_{ij}]$ . Элементы вектора  $\text{mark}[x_{ij}]$  фиксируют признаки меток вершин  $x_{ij}$ . Для окончательных меток значение  $\text{mark}[x_{ij}]$  равно true, для временных — false. Как только  $\text{mark}[D_2]$  примет значение true, величина  $\text{dist}[D_2]$  составит длину минимального пути из  $D_1$  в  $D_2$ . Локализация вершин  $x_{ij}$  море–суша представляется вектором  $\text{sea}[x_{ij}]$ . Заполнение вектора  $\text{sea}[x_{ij}]$  выполняется согласно алгоритму локализации с возвращением (см. раздел 3). Значение  $\text{sea}[x_{ij}]$ , равное 1, соответствует морю, а 0 — суше.

Вначале вершине  $x_{00}$  присваивается окончательная метка 0 (нулевое расстояние до самой себя), а каждой из остальных вершин  $x_{ij} \in X$  присваивается временная метка  $+\infty$  (начальное приближение окончательной метки). На каждом шаге значения временных меток уточняются (уменьшаются) и одной вершине с минимальной временной меткой присваивается окончательная метка. Пересчет временных меток выполняется следующим образом.

Пусть  $x_{i_k j_k}$  — вершина, которой на предыдущем шаге была назначена окончательная метка, а  $x_{i_j k+1}$  — вершина с временной меткой следующего слоя сетки (рис. 5), смежная  $x_{i_k j_k}$ , т.е. доступная для перехода по ребру графа из вершины  $x_{i_k j_k}$ . Вершине  $x_{i_j k+1}$  назначается новая временная метка, если путь из вершины  $x_{00}$  через  $x_{i_k j_k}$  в вершину  $x_{i_j k+1}$  меньше текущей ее метки  $\text{dist}[x_{i_j k+1}]$ . Новая метка вершины  $x_{i_j k+1}$  — это длина нового пути  $\text{dist}[x_{i_j k+1}] = \text{dist}[x_{i_k j_k}] + w(x_{i_k j_k}, x_{i_j k+1})$ . Каждый переход по ребрам графа фиксируется в элементе вектора  $\text{prev}[x_{i_j k+1}] = x_{i_k j_k}$ , который указывает на ранее пройденную вершину с окончательной меткой  $x_{i_k j_k}$ . Вектор  $\text{prev}[x_{ij}]$  позволяет записать последовательность вершин искомого кратчайшего пути в обратном порядке  $D_2, \text{prev}[D_2], \text{prev}[\text{prev}[D_2]], \text{prev}[\text{prev}[\text{prev}[D_2]]], \dots, D_1$ .

Алгоритм поиска оптимального маршрута судна:

**begin**

**for**  $x_{ij} \in X$  **do begin**

$\text{mark}[x_{ij}] = \text{false}$ ; //временные метки

$\text{dist}[x_{ij}] = +\infty$ ; //начальные приближения

**end**;

$i_k = 0$ ; //  $i_k, j_k$  — индексы текущей вершины с окончательной меткой

$j_k = 0$ ;

$\text{mark}[x_{i_k j_k}] = \text{true}$ ; //окончательная метка

$\text{dist}[x_{i_k j_k}] = 0$ ;

$\text{prev}[x_{i_k j_k}] = x_{00}$ ;

**while not**  $\text{mark}[D_2]$  **do begin**

**if**  $j_k < m$  **then begin** //пересчет временных меток следующего  $j_k + 1$  слоя вершин сетки

**for**  $i = -n$  **to**  $n$  **do begin**

**if**  $\text{sea}[x_{i, j_k+1}] = 1$  //вершина в море

**and not**  $\text{mark}[x_{i, j_k+1}]$  //временная метка

```

        and dist[xi,jk+1] > dist[xikjk] + w(xikjk, xi,jk+1) then begin
dist[xi,jk+1] = dist[xikjk] + w(xikjk, xi,jk+1); //новая длина
prev[xi,jk+1] = xikjk; //пройденная вершина маршрута
    end;
end;
end;
//Поиск новой вершины xikjk ∈ X с минимальной временной меткой
dist[xikjk] = minxij ∈ X & sea[xij]=1 & mark[xij]=false dist[xij];
mark[xikjk] = true; //ik, jk — индексы новой текущей вершины с окончательной меткой
end;
end.

```

Рассмотрим сложность алгоритма. Пусть  $N = |X|$  — число вершин в графе. Алгоритм обращается к телу цикла **while not** mark[ $D_2$ ] **do** не более  $|X| - 1$  раз. Тогда число операций, требующихся при каждом таком обращении, равно  $O(|X|)$ . Следовательно, сложность алгоритма составит  $O(N^2)$ .

**5. Заключение.** Рассматриваемая задача выбора оптимального маршрута судна реализована в рамках действующего программного комплекса ГИС “Океан” [4]. Комплекс внедрен в оперативную практическую работу в Приморском управлении по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды. Задача проводки судов решается в отделе морских гидрометеорологических прогнозов.

Реализация вычислений допускает расчет маршрута по следующим критериям: “безопасный маршрут”, “минимальное время” и “маршрут ДБК”. При расчете по критерию “безопасный маршрут” накладываются ограничения — не заходить в районы с высотой волн, превышающих предельную допустимую высоту. В случае критерия “минимального времени” ограничения на высоты волн снимаются. В общем случае время перехода судна по критерию “безопасный маршрут” не меньше, чем по критерию “минимальное время”. По критерию “маршрут ДБК” все вычисления осуществляются для маршрута по ДБК. Как правило, данный маршрут строят лишь для того, чтобы посмотреть его временные показатели и ветро-волновые поля на переходе.

Время расчета маршрута определяется разрешением сеточной области  $[D_1, D_2]$ , величиной отклонения ее узлов от ДБК (см. раздел 2) и расстоянием перехода. Указанные параметры сетки можно менять в любых разумных пределах. Для океанских переходов достаточно точности градусной сетки. Если допустить возможные отклонения маршрута от ДБК на 15 градусов, то расчет по времени оптимального пути в пределах Тихоокеанского бассейна на персональном компьютере займет не более 15 секунд. Расчет полей ветра и волн на весь период прогноза (7–10 суток) для всей акватории Тихого океана занимает примерно 30 секунд. На рис. 2 представлен модельный расчет оптимального маршрута судна, выполненный по критерию “безопасный маршрут” с такими параметрами: предельная допустимая высота волн 3 метра, скорость судна 14 узлов, градусная сеточная область, отклонения маршрута от ДБК в пределах 15 градусов.

В результате расчета оптимального маршрута в рамках сеточной области  $[D_1, D_2]$  формируется составное временное поле волнения. В каждом узле сетки сохраняется величина высоты волны на момент прохождения его судном. Данное составное по времени поле волн в изолиниях отображается на фоне выбранного маршрута (рис. 2). Наличие такого поля дает объективную картину в случае отклонения выбранного маршрута от ДБК. В рамках проекта ГИС “Океан” реализована общая модель формирования и отображения в режиме мультипликации динамики изменения во времени и в пространстве (на стандартных высотах) двумерных полей. Отображение допустимо в числовом и в графическом виде (изолинии, градиентное заполнение изолиний, направление ветра) [17]. Компонент расчета маршрутов является важным инструментом для специалистов океанологов, занятых проводкой судов, а также позволяет в оперативном режиме проводить расчеты произвольных маршрутов и наблюдать в динамике перемещение судов на фоне мультипликации во времени полей давления, ветра, волнения, осадков и др. Рассмотренный подход позволяет в полной мере оценить гидрометеорологическую обстановку в районе плавания и заблаговременно принять адекватное решение.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абузяров З.К. Морское волнение и его прогнозирование. Л.: Гидрометеоиздат, 1981.
2. Автоматизированная система расчета оптимальных курсов судов в Тихоокеанском бассейне. Отчет по теме № 21–82–2. Часть 1. № 01820087684. ДВГТУ. Владивосток: ДВГТУ, 1982.

3. Выбор наиболее выгоднейшего маршрута судна в зависимости от гидрометеорологических условий с помощью ЭВМ. Отчет по теме № 815, № 76029426. ЛВИМУ. Л.: ЛВИМУ, 1976.
4. *Иванов Б.Н.* Автоматизированный комплекс “ГИС Океан” обеспечения безопасности полетов и мореплавания // Труды ДВГТУ. Вып. 136. Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2004. 23–25.
5. *Иванов Б.Н.* Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс. М.: Известия, 2011.
6. *Иванов Б.Н.* Модель адаптации расчета скорости ветра и высот волн // Тр. Гидрометцентра СССР. Вып. 292. Л.: Гидрометиздат, 1988. 156–161.
7. *Кнут Д.* Искусство программирования для ЭВМ. Т. 3. Сортировка и поиск. М.: Мир, 1978.
8. *Лубковский В.К.* Определение ветро-волновых потерь скорости судов смешанного плавания с помощью ортогонально-линейного волномера // Науч. пробл. трансп. Сибири и Дальнего Востока. 2007. Вып. 1. 68–73.
9. *Препарата Ф., Шеймос М.* Вычислительная геометрия: Введение. М.: Мир, 1989.
10. *Хохлов П.М.* Учет воздействия волнения на судно повышает безопасность плавания и эффективность работы флота // Безопасность мореплавания. Вып. 6(31). М.: ЦБНТИ ММФ, 1969. 9–51.
11. *Шифрин Л.С.* Моделирование на ЭВМ дополнительного сопротивления судна в условиях морского волнения // Судостроение. 1975. № 1. 13–18.
12. *Barber C., Sen P., Downie M.* Parallel dynamic programming and voyage management // Concurrency: Practice and Experience. 1994. 6, N 8. 673–696.
13. *Kosmos O.T., Vlachos D.S.* Simulated annealing for optimal ship routing // Computers and Operation Research. 2008. 39, N 3. 576–581.
14. *James R.W.* Application of wave forecast to marine navigation. Washington: US Navy Hydrography Office, 1957.
15. *James R.W., Hanssen G.L.* Optimum ship routing // J. of Navigation. US Navy Hydrography Office. 1960. N 13. 253–272.
16. *Vlachos D.S.* Optimal ship routing based on wind and wave forecast // Application Numerical Analysis in Computational Mathematics. 2004. 1, N 2. 547–551.
17. *Иванов Б.Н.* Структуры вложенности поля изолиний в задаче градиентного заполнения // Вычислительные методы и программирование. 2006. 7, № 1. 155–165.

Поступила в редакцию  
12.01.2012

---