

УДК 532.546

КИСЛОТНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ НА МНОГОСЛОЙНЫЕ НЕФТЯНЫЕ ПЛАСТЫ**Т. Р. Закиров¹, А. И. Никифоров¹**

Рассматривается задача о воздействии соляной кислоты на слоисто-неоднородный пласт. Для описания изменения фильтрационно-емкостных свойств пористой среды используется модель в виде пучка цилиндрических капилляров различных радиусов. Выводится формула скорости увеличения радиуса порового канала в зависимости от его радиуса и скорости фильтрации, а также от коэффициента диффузии. Система уравнений решается методом контрольных объемов на равномерной сетке. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 12-01-31180-мол_a).

Ключевые слова: пористая среда, двухфазное течение, функция распределения пор по размерам, радиус капилляра, контрольный объем.

1. Введение. Кислотная обработка нефтяных пластов является одним из наиболее широко распространенных способов воздействия на коллектор. Как правило, эта методика применяется в коллекторах с низкой проницаемостью, при этом улучшаются эксплуатационные качества пласта, такие как коэффициент извлечения или суточная добыча нефти, что является следствием увеличения в размерах старых или образования новых каналов для нефти [1]. В настоящее время в нефтедобыче в основном применяются технологии с использованием плавиковой или соляной кислоты.

На сегодняшний день существует большое количество моделей, описывающих кислотное воздействие на пористую среду. Большинство из них опирается на простейшие кинетические уравнения, связывающие массу растворенной породы с концентрацией кислоты в конкретной области, а также на вычисление проницаемости как функции пористости (формулы Козени–Кармана [2–8]). На наш взгляд, данный подход не отражает сущности происходящих в коллекторе явлений при растворении скелета породы. В частности, не описывает изменение размеров поровых каналов и их объединение при кислотном воздействии.

В настоящей статье при описании изменения пористости и проницаемости реальной пористой среды рассматривается идеальная пористая среда в виде пучка цилиндрических капилляров различных радиусов. При этом полагается, что и реальная, и идеальная пористые среды характеризуются одной и той же функцией распределения пор по размерам.

Выбор метода решения задач о движении двухфазной жидкости в нефтяных пластах определяется специфическими особенностями, связанными со сложностью как геометрии изучаемого объекта (области течения), так и самих физико-химических процессов, происходящих в пористых средах. В последнее время широкое применение к задачам механики сплошных сред получил метод контрольных объемов (control volume method) и его модификации. Основа метода заключается в том, что область течения разбивается на множество ячеек — контрольных (control volume) или конечных объемов — с последующим интегрированием (усреднением) законов сохранения по объемам ячеек [9–11]. В настоящей работе сформулированная задача решается конечно-элементным методом контрольных объемов.

2. Постановка задачи. Рассматривается двухфазная изотермическая фильтрация несжимаемых несмешивающихся жидкостей в неоднородном недеформируемом пористом пласте. Предполагается, что динамические вязкости фаз постоянны, течение жидкостей медленное (т.е. насыщенности фаз меняются квазиравновесным образом) и происходит без фазовых переходов, а функции относительных фазовых проницаемостей являются известными однозначными функциями насыщенности. Капиллярные и гравитационные силы не учитываются. Моделируется кислотное воздействие на пласт, при этом считается, что концентрация кислоты мала. Законы сохранения двухфазной трехкомпонентной фильтрации можно записать в виде

$$\text{уравнений неразрывности для нефти и воды [12]:} \quad \frac{\partial(mS_w)}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{U}_w = q_w, \quad \frac{\partial(mS_o)}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{U}_o = 0;$$

¹ Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН, ул. Лобачевского, д. 2/31, 420111, г. Казань; Т. Р. Закиров, аспирант, e-mail: timurz0@mail.ru, А. И. Никифоров, зав. лабораторией, e-mail: nikiforov@mail.knc.ru

уравнения неразрывности для кислоты [2]:

$$\frac{\partial(mS_w C)}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{U}_c = -q_c; \tag{1}$$

уравнений движения для нефти и воды: $\mathbf{U}_o = -K_o \operatorname{grad} P$, $\mathbf{U}_w = -K_w \operatorname{grad} P$;

уравнения движения для кислоты: $\mathbf{U}_c = C \mathbf{U}_w$.

В последнем уравнении предполагается, что кислота переносится со скоростью несущей ее фазы.

В приведенных выше уравнениях под индексами “*o*” и “*w*” подразумевается нефтяная и водная фазы, \mathbf{U}_α — скорость фильтрации фазы α , P — давление в фазах, S_α — насыщенность пористого тела фазой α ($S_o + S_w = 1$), C — концентрация кислоты, m — пористость, $K_\alpha = \frac{k f_\alpha}{\mu_\alpha}$, k — абсолютная проницаемость, μ_α — динамическая вязкость, f_α — функция относительной фазовой проницаемости, q_w — источник водной фазы и q_c — отрицательный источник для кислоты, характеризующий уменьшение объема кислоты в результате реакции со скелетом породы.

После несложных преобразований для определения полей давления, насыщенности и концентрации кислоты получим следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial m}{\partial t} - \operatorname{div} (K \operatorname{grad} P) = q_w, \tag{2}$$

$$\frac{\partial(mS_w)}{\partial t} - \operatorname{div} (FK \operatorname{grad} P) = q_w, \tag{3}$$

$$\frac{\partial(mS_w C)}{\partial t} - \operatorname{div} (CFK \operatorname{grad} P) = -q_c. \tag{4}$$

Здесь $K = K_o + K_w$, $F = K_w / K$ — функция Баклея–Леверетта.

Уравнение химической реакции взаимодействия соляной кислоты с карбонатной породой имеет вид $\text{CaCO}_3 + 2\text{HCl} = \text{CaCl}_2 + \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$.

В результате реакции растворившийся объем элемента пористой среды будет замещен продуктами реакции (правая часть уравнения). Так как одним из образующихся веществ будет вода (со стехиометрическим коэффициентом, равным единице), можно принять, что $q_w = \frac{\partial m}{\partial t}$.

Пусть процесс фильтрации происходит в области Ω с границей Γ , состоящей из трех частей — Γ_1 , Γ_2 , Γ_3 . Будем считать, что для начального момента времени известно распределение водонасыщенности и концентрации: $S(x, y, z, 0) = S^0(x, y, z)$, $C(x, y, z, 0) = C^0(x, y, z)$.

На участке границы Γ_1 (входная часть границы) будем считать известными давление, насыщенность и концентрацию кислоты: $P|_{\Gamma_1} = P^0$, $S|_{\Gamma_1} = S^*$, $C|_{\Gamma_1} = C^*$.

На участке границы Γ_2 (выходная часть границы) будем считать заданным давление: $P|_{\Gamma_2} = P^N$.

Часть границы пласта Γ_3 будем считать непроницаемой: $\frac{\partial P}{\partial n} \Big|_{\Gamma_3} = 0$.

В общем случае величины P^0 , S^* , P^N и C^* могут зависеть от координат и от времени. В рассмотренном ниже примере насыщенность S^* и давление P^0 на Γ_1 , а также давление P^N на Γ_2 считаются постоянными. Во время поступления кислоты в пласт полагаем $C^* = 1$, в любое другое время $C^* = 0$. Если через какую-то часть участка границы Γ_1 кислота в пласт не поступает, то на этой части $C^* = 0$.

Для того чтобы описать изменения фильтрационно-емкостных характеристик пласта, воспользуемся одной из основных характеристик микронеоднородности пористой среды — функцией распределения пор по размерам ϕ . При взаимодействии кислоты с породой размеры пор будут меняться. Тогда для функции распределения пор по размерам можно записать уравнение

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (u_r \phi) = u_\eta, \tag{5}$$

где u_r — скорость изменения радиуса пор и u_η — интенсивность объединения поровых каналов в результате кислотного воздействия. В начальный момент времени $t = 0$ распределение пор по размерам в каждой точке пласта будем считать известным: $\phi(r, 0) = \phi^0(r)$.

Элементарный процесс объединения двух сталкивающихся частиц обычно рассматривается как их слияние. Основываясь на таком подходе, М. Смолуховский в 1916 г. для процесса коагуляции получил

интегро-дифференциальное уравнение

$$u_\eta = \frac{1}{2} \int_0^\nu \theta(\nu - \nu_1, \nu_1) \phi(\nu) \phi(\nu_1) d\nu_1 - \int_0^\infty \theta(\nu, \nu_1) \phi(\nu) \phi(\nu_1) d\nu_1,$$

которое будем использовать при описании объединения поровых каналов.

Неотрицательная функция θ называется ядром коагуляции, она описывает конкретное взаимодействие между частицами с объемами ν и $\nu - \nu_1$. Далее будем использовать ядро коагуляции в виде $\theta = f(c, D_e) \times A(\nu, \nu_1)$, где D_e — коэффициент эффективной диффузии. В нашем исследовании функция $A(\nu, \nu_1)$ подобрана таким образом, чтобы интенсивность слияния больших пор с маленькими была больше, чем скорость объединения маленьких пор с маленькими или больших с большими.

Чтобы определить скорость изменения радиуса пор, элементарному объему реальной пористой среды поставим в соответствие эквивалентный элементарный объем в виде пучка цилиндрических капилляров. Эквивалентность элемента реальной пористой среды и элемента, составленного из капилляров, будем понимать в следующем смысле: и тот, и другой характеризуются одной и той же функцией распределения пор по размерам; при одном и том же перепаде давления обеспечиваются одинаковые расходы жидкости через элементы.

Оценим изменение динамической пористости, вызванное структурными изменениями порового пространства, представив пористость для текущего момента времени в виде $m = \bar{m} m^0$, где m^0 — пористость пласта до кислотного воздействия, \bar{m} — фактор изменения пористости [13]: $\bar{m} = \int_0^\infty r^2 \phi dr \left(\int_0^\infty r^2 \phi^0 dr \right)^{-1}$.

Изменение абсолютной проницаемости оценим, представив проницаемость для текущего момента времени $k(x, y, z, t)$ в виде произведения $k = \bar{k} k^0$, где k^0 — проницаемость пласта до кислотного воздействия и $\bar{k}(x, y, z, t)$ — фактор остаточного сопротивления, который определим, воспользовавшись моделью параллельных капилляров и законом Пуазейля: $\bar{k} = \int_0^\infty r^4 \varphi dr \left(\int_0^\infty r^4 \varphi^0 dr \right)^{-1}$.

3. Метод численного решения. Будем считать, что пласт единичной толщины и все свойства пластовой системы не зависят от координаты Z (плоский случай). Пример области течения с участками границы $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ в этом случае показан на рис. 1.

Покроем эту область прямоугольной сеткой конечных элементов с шагом Δx по оси X и с шагом Δy по оси Y . Искомые значения давления, насыщенности и концентрации кислоты свяжем с узлами сетки.

Решение на каждом конечном элементе будем искать в виде $S = \sum_{j \in J} S_j w_j$,

$$P = \sum_{j \in J} P_j w_j, C = \sum_{j \in J} C_j w_j, \text{ где } J \text{ — множество номеров вершин элемента; } w_j \text{ — базисные функции; } P_j, S_j, C_j \text{ — искомые узловые значения давления, водонасыщенности и концентрации кислоты, зависящие от времени.}$$

Контрольные объемы выберем в виде прямоугольных областей, в центре которых находятся узлы сетки, а границы представляют собой отрезки прямых, проходящих через середины сторон ячеек сетки с одним общим узлом. Для четырехугольного элемента введем локальную систему координат, в которой билинейные базисные функции имеют вид $w_i = \frac{1}{4} (1 + \xi \xi_i)(1 + \eta \eta_i)$, где ξ_i, η_i — координаты вершин элемента в локальной системе координат. Первая вершина имеет координаты $(1, 1)$, вторая — $(-1, 1)$, третья — $(-1, -1)$, четвертая — $(1, -1)$. Связь с глобальными координатами установим соотношениями $x = \sum_{j \in J} x_j w_j, y = \sum_{j \in J} y_j w_j$.

3.1. Аппроксимация уравнения для функции распределения пор по размерам. Решение для функции распределения пор по размерам будем отыскивать также при помощи конечно-элементного метода контрольных объемов. Для этого область изменения размера пор $[0, r_N]$ разобьем на N конечных

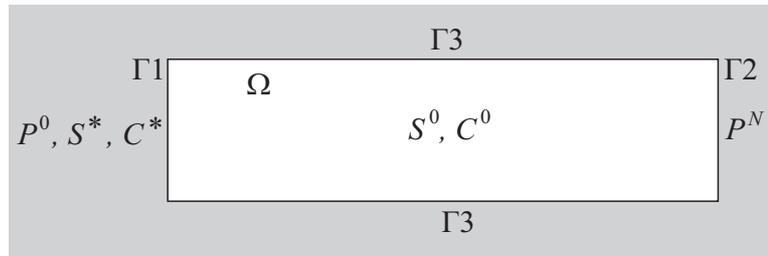


Рис. 1. Область фильтрации

элементов $r \in [r_{l-1}, r_l]$, $1 \leq l \leq N$, $r_0 = 0$, а решение на каждом элементе будем отыскивать в виде

$$\phi^l(x, t) = \phi_{l-1}\omega_{l-1}^l + \phi_{l-1}\omega_l^l, \tag{6}$$

где $\phi_l(t)$ — значение искомой функции ϕ в узле r_l и $\omega_{l-1}^l(r)$, $\omega_l^l(r)$ — базисные (пробные) функции на l -м элементе. В качестве контрольного объема выберем окрестность l -го узла, ограниченную точками r_l и r_{l+1} : $r_l \in [r_{l-1}, r_l]$, $r_{l+1} \in [r_l, r_{l+1}]$, которые сместим от центров элементов по правилу $\bar{r}_l = \frac{r_l + r_{l+1}}{2} + \gamma \frac{r_l - r_{l-1}}{2}$, $-1 \leq \gamma \leq 1$, причем $\gamma = 0$ будет соответствовать положению точки на середине стороны элемента, $\gamma = 1$ — ее полному смещению в сторону бóльших размеров пор, $\gamma = -1$ — полному смещению в сторону меньших размеров пор. Так как процесс однонаправленный (размеры пор могут только увеличиваться), то для получения устойчивого решения необходимо смещать контрольные объемы в сторону меньших радиусов.

Искомые узловые значения функции распределения пор по размерам определим из условия равенства нулю интегралов от невязок по контрольному объему, полученных подстановкой решения в виде (6) в кинетическое уравнение (5):

$$\int_{\bar{r}_l}^{\bar{r}_{l+1}} \frac{\partial \phi}{\partial t} dr + \int_{\bar{r}_l}^{\bar{r}_{l+1}} \frac{\partial \phi}{\partial r} (u_r \phi) dr = \int_{\bar{r}_l}^{\bar{r}_{l+1}} u_\eta dr, \quad l = \overline{1, N}.$$

Используя “лампинг” [9] и выполнив интегрирование, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d\phi_l}{dt} (\bar{r}_{l+1} - \bar{r}_l) + (u_r \phi)|_{\bar{r}_{l+1}} - (u_r \phi)|_{\bar{r}_l} = u_\eta (\bar{r}_{l+1} - \bar{r}_l).$$

Решение этой системы будем отыскивать по неявной схеме. В случае равномерной сетки при полном смещении контрольного объема в сторону бóльших радиусов для множества искомых узловых значений функции распределения пор по размерам будем иметь систему линейных алгебраических уравнений

$$\phi_i^{\tau+1} \left(1 - \frac{\Delta t u_r^{\tau+1}{}_i}{r_{i+1} - r_i} \right) + \phi_{i+1}^{\tau+1} \frac{\Delta t u_r^{\tau+1}{}_{i+1}}{r_{i+1} - r_i} = \phi_i^\tau + u_\eta \Delta t.$$

3.2. Аппроксимация уравнений для давления. Проинтегрируем уравнение (2) по контрольному

объему:
$$\iint_{\Omega} \operatorname{div} \left[\left(\frac{K_o}{\mu_o} + \frac{K_w}{\mu_w} \right) \operatorname{grad} P \right] d\Omega = \iint_{\Omega} \frac{dm}{dt} d\Omega - \iint_{\Omega} q_w d\Omega.$$

После интегрирования по частям получим $\int_{G_i} \left(\frac{K_o}{\mu_o} + \frac{K_w}{\mu_w} \right) \frac{\partial P}{\partial n} d\gamma = \iint_{\Omega_i} \frac{dm}{dt} d\Omega - q_{wi}$, где G_i — граница области Ω_i и n — внешняя нормаль к G_i .

Для множества всех узлов получим систему линейных уравнений $[A_{ij}] \times \{P_j\} = \{B_i\}$, где

$$A_{ij} = \int_{G_i} \left(\frac{K_o}{\mu_o} + \frac{K_w}{\mu_w} \right) \left(\frac{dw_j}{dx} dy - \frac{dw_j}{dy} dx \right), \quad B_i = \frac{dm_i}{dt} |\Omega_i| - q_{wi}, \quad |\Omega_i| = \iint_{\Omega_i} d\Omega.$$

Если в i -м узле давление известно (задано), то i -е уравнение системы корректируется: $A_{ii} = 1$, $A_{ij} = 0$ (если $i \neq j$), $B_i = P_i^0$ или $B_i = P_i^n$ в зависимости от того, какому участку границы принадлежит узел (в этих узлах давление также задано); $B_i = 0$ — для узлов, принадлежащих границе, на которой выполняется условие $\left. \frac{\partial P}{\partial n} \right|_{\Gamma_3} = 0$.

3.3. Аппроксимация уравнения для насыщенности. Проинтегрируем уравнение (3) по кон-

трольному объему Ω_i и получим
$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial(mS)}{\partial t} - q_w \right) d\Omega = \iint_{\Omega} \operatorname{div} \left[F \left(\frac{K_o}{\mu_o} + \frac{K_w}{\mu_w} \right) \operatorname{grad} P \right] d\Omega.$$

При аппроксимации первого интеграла применим “лампинг”-подход:

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial(mS)}{\partial t} - q_w \right) d\Omega = \frac{d(m_i S_i)}{dt} |\Omega_i| - q_{wi}.$$

При вычислении второго интеграла используем формулу интегрирования по частям и аппроксимацию “вверх по потоку”:

$$\iint_{\Omega} \operatorname{div} \left[F \left(\frac{K_o}{\mu_o} + \frac{K_w}{\mu_w} \right) \operatorname{grad} P \right] d\Omega = \sum_j F_{ij}^{\text{up}} \int_{G_{ij}} \left(\frac{K_o}{\mu_o} + \frac{K_w}{\mu_w} \right) \frac{\partial P}{\partial n} d\gamma.$$

Символ “up” означает, что соответствующая величина берется “вверх по потоку” [9]. Так, при вычислении интеграла по части границы контрольного объема, пересекающей ребро (i, j) , на четырехугольной сетке имеем $F_{ij}^{\text{up}} = F_i$, если $P_i > P_j$, и $F_{ij}^{\text{up}} = F_j$, если $P_i < P_j$.

Для множества всех узлов сетки конечных элементов будем иметь систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно искомым узловых значений насыщенности:

$$\frac{d(m_i S_i)}{dt} |\Omega_i| - q_{wi} = \sum_j F_{ij}^{\text{up}} \int_{G_{ij}} \left(\frac{K_o}{\mu_o} + \frac{K_w}{\mu_w} \right) \frac{\partial P}{\partial n} d\gamma.$$

3.4. Аппроксимация уравнения для кислоты. Проинтегрируем уравнение (4) по частям Ω_i области течения и проделаем операции, как и в разделе 3.3, с правой и левой частями получившегося уравнения. Аппроксимация “вверх по потоку” будет иметь вид $F_{ij}^{\text{up}} C_{ij}^{\text{up}} = \begin{cases} F_i C_i, & \text{если } P_i > P_j, \\ F_j C_j, & \text{если } P_i < P_j. \end{cases}$

Получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно искомым узловых значений концентрации кислоты:

$$\frac{d(m_i S_i)}{dt} |\Omega_i| = \sum_j F_{ij}^{\text{up}} C_{ij}^{\text{up}} \int_{G_{ij}} \left(\frac{K_o}{\mu_o} + \frac{K_w}{\mu_w} \right) \frac{\partial P}{\partial n} d\gamma - q_{ci} |\Omega_i|.$$

3.5. Аппроксимация уравнений по времени. Уравнения для насыщенности и кислоты аппроксимируем по времени по явной схеме. Заменяя временную производную в уравнении для насыщенности ее разностным аналогом, получим

$$\frac{m_i^{\tau} S_i^{\tau} - m_i^{\tau-1} S_i^{\tau-1}}{\Delta t} |\Omega_i| = \sum_j F_{ij}^{\text{up}}{}^{\tau-1} \int_{G_{ij}} \left(\frac{K_o}{\mu_o} + \frac{K_w}{\mu_w} \right)^{\tau-1} \frac{\partial P^{\tau-1}}{\partial n} d\gamma - q_{wi}{}^{\tau-1},$$

$$S_i^{\tau} = \frac{m_i^{\tau-1} S_i^{\tau-1}}{m_i^{\tau}} + \frac{\Delta t}{m_i^{\tau} |\Omega_i|} \sum_j F_{ij}^{\text{up}}{}^{\tau-1} \int_{G_{ij}} \left(\frac{K_o}{\mu_o} + \frac{K_w}{\mu_w} \right)^{\tau-1} \frac{\partial P^{\tau-1}}{\partial n} d\gamma + \frac{q_{wi}{}^{\tau-1} \Delta t}{m_i^{\tau}}.$$

Аналогично, в уравнении для кислоты, имеем

$$C_i^{\tau} = \frac{m_i^{\tau-1} S_i^{\tau-1} C_i^{\tau-1}}{m_i^{\tau} S_i^{\tau}} + \frac{\Delta t}{m_i^{\tau} S_i^{\tau} |\Omega_i|} \sum_j F_{ij}^{\text{up}}{}^{\tau-1} C_{ij}^{\text{up}}{}^{\tau-1} \int_{G_{ij}} \left(\frac{K_o}{\mu_o} + \frac{K_w}{\mu_w} \right)^{\tau-1} \frac{\partial P^{\tau-1}}{\partial n} d\gamma + \frac{q_{wi}^{\tau-1} \Delta t}{m_i^{\tau} S_i^{\tau}}.$$

Для $4M$ искомым переменных $m_i, P_i, S_i, C_i, i = \overline{1, M}$, получается $4M$ уравнений. Система является замкнутой. При решении этой системы по известным распределениям пористости, насыщенности, давления и концентрации кислоты в подобластях в момент времени $\tau - 1$ определяются распределения давления, насыщенности, пористости и концентрации кислоты в момент времени τ . Система уравнений, состоящая из M линейных уравнений с неизвестными значениями давлениями в узлах сетки, решается прямым или итерационным методом. Затем по явной схеме находят значения насыщенности и концентрации кислоты.

4. Вычисление скорости увеличения радиуса порового канала. При взаимодействии кислоты с поверхностью капилляра радиус капилляра увеличивается. Кинетическое уравнение, характеризующее изменение массы обоих компонентов, представлено в следующем уравнении:

$$\chi u_m \pi r^2 (C_{\text{in}} - C_{\text{out}}) \Delta t = \rho_m 2\pi r L \Delta r,$$

где u_m — средняя скорость фильтрации, C_{in} и C_{out} — массовые концентрация кислоты на входе и на выходе из капилляра соответственно, ρ_m — плотность породы, L — длина капилляра, r — радиус капилляра,

χ — стехиометрический коэффициент. Левая часть показывает уменьшение массы кислоты в результате взаимодействия с породой, а правая — приращение радиуса капилляра вследствие растворения.

В представленной работе рассматривается гипотеза, согласно которой капилляры в пучке могут быть заняты либо нефтью, либо водой, однако доля капилляров радиуса r , занятых i -й фазой, пропорциональна насыщенности образца фазой. Через образец длиной единичного поперечного сечения Δl под действием перепада давления ΔP в единицу времени пройдет жидкость в объеме $Q = |U| = \left(\frac{K_o}{\mu_o} + \frac{K_w}{\mu_w} \right) \frac{\Delta P}{\Delta l}$.

Рассмотрим капилляр радиуса r . Связь между средней скоростью движения однофазной жидкости в канале и перепадом давления выражается уравнением Хагена–Пуазейля $u_m = \frac{r^2}{8\zeta\mu_w} \frac{\Delta P}{\Delta l}$, где ζ — извилистость капилляров, устанавливающая соответствие между реальным образцом и пучком капилляров [14].

Связь между концентрацией кислоты до и после взаимодействия со стенкой капилляра определяется соотношением $\frac{C_{out}}{C_{in}} = \exp\left(-\frac{2k_c L}{ru_m}\right)$, где k_c — массовая константа химической реакции [15]. В [16] теоретически исследованы зависимости скорости массообмена от скорости потока жидкости, радиуса капилляра и коэффициента диффузии. Данная закономерность имеет следующий вид: $k_c = 1.86D_e^{2/3} \left(\frac{u_m}{2rL}\right)^{1/3}$, где D_e — коэффициент эффективной диффузии, равный 10^{-11} м²/с [15]. Таким образом, опуская математические выкладки, для скорости увеличения радиуса капилляра можно вывести формулу (см. рис. 2) $u_r = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{0.744\chi C_{in}}{\rho_m} \left(rD_e^2 \frac{\Delta P}{\Delta L}\right)^{1/3} (L\mu_w\zeta)^{-1/3}$.

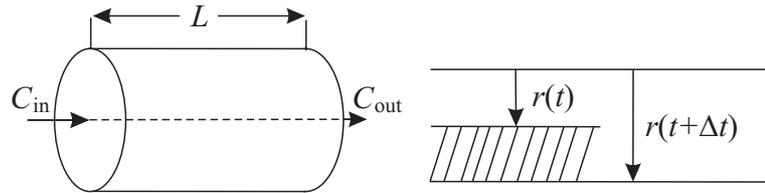


Рис. 2. Схематическое изображение капилляра к выводу формулы для u_r

В работе [17] при выводе формулы для скорости увеличения радиуса капилляра полагалось, что u_r не зависит от скорости фильтрации. Вследствие увеличения объема порового пространства количество кислоты, в свою очередь, в процессе реакции будет уменьшаться (в уравнении (1) присутствует q_c — отрицательный источник). Воспользуемся моделью “пучок капилляров”. Будем вычислять интенсивность этого источника по формуле $q_c = N \left(\int 2\pi r u_r(r) \phi(r) L dr \right) \left(\int \phi(r) dr \right)^{-1}$, где N — число капилляров, определяемое из уравнения $m|\Omega| = N \left(\int \pi r^2 \phi(r) L dr \right) \left(\int \phi(r) dr \right)^{-1}$.

5. Пример расчета. В качестве примера нами рассмотрена разработка залежи нефти в двухслойном пласте с непроницаемой перемычкой, в которой имеется литологическое окно.

Расчеты выполнены для фрагмента пласта, представляющего собой в плане прямоугольную область размером 50 × 11 м, ограниченную непроницаемыми границами. Толщина пласта равна 11 м. Перемычка толщиной 1 м расположена вдоль горизонтальной оси пласта и имеет одно литологическое “окно” размерами 3 м, которое расположено на расстоянии 7 м от левой границы пласта.

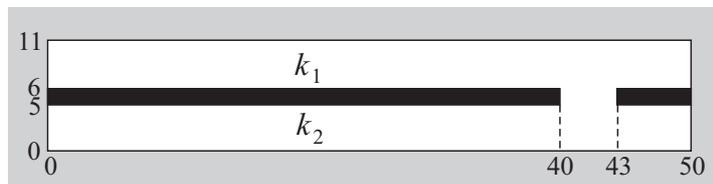


Рис. 3. Модель слоистого нефтяного пласта

Кровля и подошва пласта считаются непроницаемыми. Схематично пласт изображен на рис. 3. Начальная проницаемость пласта выше перемычки: $k_1 = 0.02$ мкм², ниже перемычки: $k_2 = 0.05$ мкм²; проницаемость перемычки равна 10^{-6} мкм². Начальная пористость пласта равна $m = 0.05$; динамические вязкости нефти и воды принимаются равными $\mu_o = 35$ мПа × с и $\mu_w = 1$ мПа × с соответственно. Вода поступает через левое сечение, через правое — происходит отбор жидкости. Кислотная компонента нагнетается только в верхний слабопроницаемый пропласток в течение 40 суток. Давление на входе и на выходе из пласта 2.5 и 1 МПа соответственно. Функции относительных фазовых проницаемостей были приняты в следующем виде: $f_w = \frac{A_w(S - S_{min})^{P_w}}{(S_{max} - S_{min})^{P_w}}$, $f_o = \frac{A_o(S_{max} - S)^{P_o}}{(S_{max} - S_{min})^{P_o}}$, где $A_w = 0.1$, $P_w = 3$, $A_o = 1$, $P_o = 2$, $S_{min} = 0.2$ —

насыщенность пласта связанной водой, $1 - S_{\max} = 0.2$ — насыщенность пласта остаточной нефтью.

Шаг по времени составлял 1 сут. Вычисления выполнялись на сетке из 100×55 узлов.

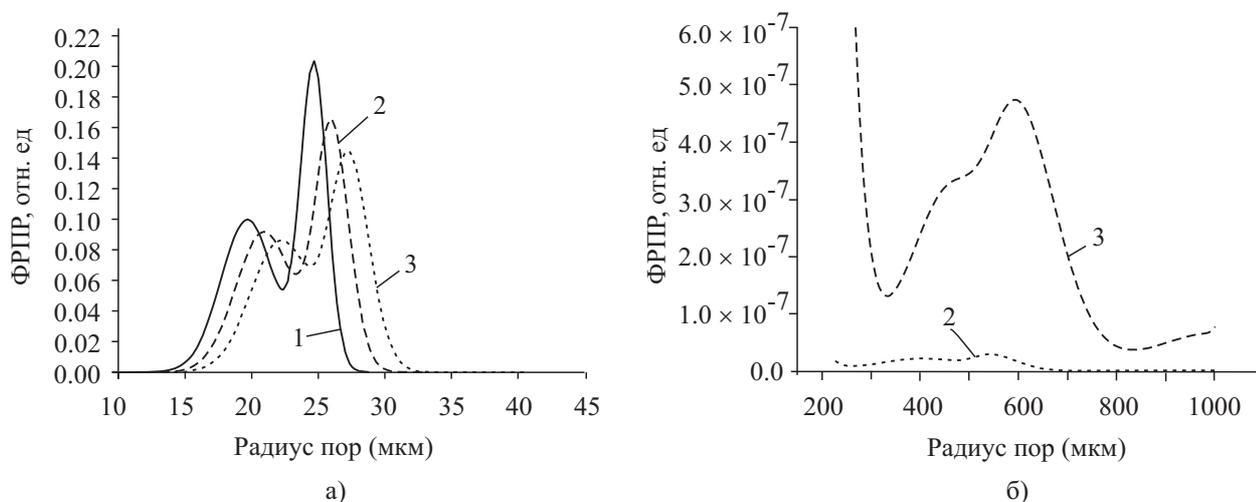


Рис. 4. Изменение функции распределения пор по размерам в результате кислотной обработки:
1) $t = 0$ сут, 2) $t = 30$ сут, 3) $t = 60$ сут

На рис. 4 показана функция распределения пор по размерам для трех моментов времени в точке с координатами (1, 50). Вследствие химической реакции кислоты с поверхностью капилляра его радиус увеличивается, что отражается в смещении графика функции распределения в сторону больших радиусов.

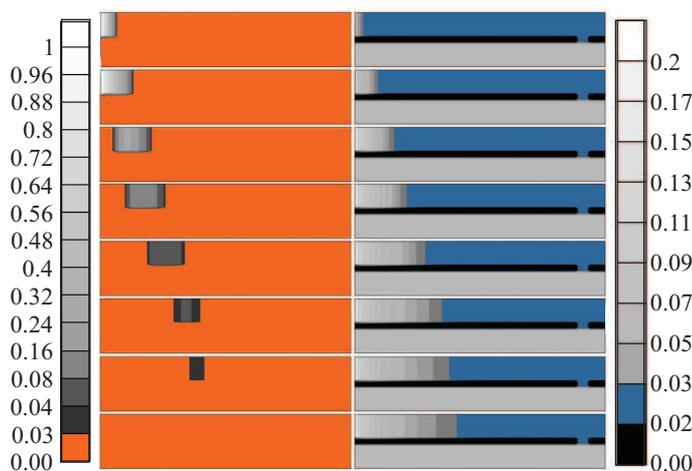


Рис. 5. Поля концентрации кислоты и абсолютной проницаемости для восьми моментов времени

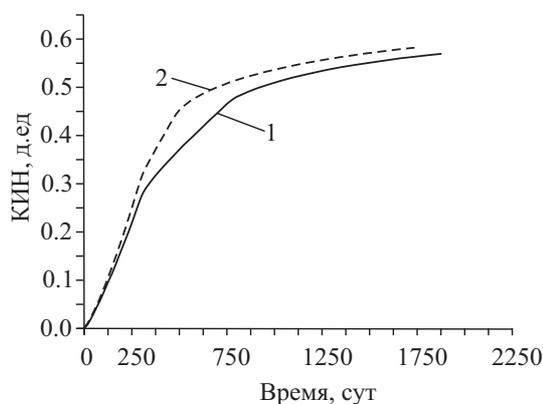


Рис. 6. КИН при обычном заводнении (1) и после кислотного воздействия (2) на пласт

В работе [17] было отмечено, что для каждой залежи и каждой системы ее разработки существует момент времени начала закачки кислотной оторочки, при котором коэффициент извлечения нефти будет максимальным. В данной работе оптимизация момента начала кислотного воздействия не проводилась, но на основании результатов работы [17] принято, что кислота начинает нагнетаться на 50-е сутки от начала разработки пласта. Одним из основных параметров, напрямую влияющих на скорость процессов фильтрации в нефтяной залежи, является коэффициент проницаемости. На рис. 5 на различные моменты времени показаны поля концентрации кислоты (слева) и синхронно поля абсолютной проницаемости (справа) в процессе кислотной обработки пласта. Как видно из рисунков, объем кислоты в результате реакции с пористой средой уменьшается и в конечном итоге достигает нуля (оранжевый цвет на рисунке указывает на то, что кислоты на данном участке нет). Соответственно, поле проницаемости остается неизменным на тех участках пласта, куда кислота не попала.

Численный эксперимент прерывался, когда отбор нефти через выходное сечение становился менее $0.015 \text{ м}^3/\text{сут}$. В расчетах это ограничение достигалось при обводненности (доле воды в отбираемой жидко-

сти) продукции на выходе из пласта 97%. Для сравнения был выполнен расчет без применения кислотной обработки пласта (обычное заводнение, $C^* = 0$). В этом случае ограничение по отбору нефти достигалось при обводненности 93%.

Основным параметром, характеризующим эффективность кислотной обработки, является коэффициент извлечения нефти. Данная величина вычисляется как отношение количества извлеченной нефти к начальному количеству нефти в пласте.

Об успешности кислотного воздействия можно судить по рис. 6, на котором коэффициент извлечения нефти (КИН) в случае кислотной обработки пласта сравнивается с КИН при обычном заводнении.

Как видно из графика, закачка раствора кислоты в нефтяной пласт позволила увеличить коэффициент извлечения нефти на 1.5%.

6. Основные результаты. В работе представлена новая математическая модель вытеснения нефти водой с применением кислотного воздействия на пласт, в которой для описания изменения фильтрационно-емкостных характеристик коллектора использована модель идеальной пористой среды в виде пучка капилляров различных радиусов. Учтена зависимость скорости химической реакции от скорости фильтрации воды.

Получены численные результаты, характеризующие эффективность кислотного воздействия на пласт.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кроуи К., Масмонтейл Ж., Томас Р. Тенденции в кислотной обработке матрицы // Нефтяное обозрение. 1996. **3**. 20–30.
2. Булгакова Г.Т., Шарифуллин А.Р., Харисов Р.Я., Байзитова А.В., Телин А.Г., Пестриков А.В. Лабораторные и технические исследования кислотной обработки карбонатов // Нефтяное хозяйство. 2010. **4**. 2–6.
3. Смирнов А.С., Федоров К.М., Шевелев А.П. О моделировании кислотного воздействия на карбонатный пласт // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2010. № 5. 114–121.
4. Quintard M., Bazin B., Lenormand R. Core-scale description of porous media dissolution during acid injection. Part II. Calculation of the effective properties // Computational and Applied Mathematics. 2006. **25**, N 4. 55–78.
5. Aronson J.-B., Haver P., Houot J., Kern M., Semin A. Reactive transport in porous media // ESAIM Proc. 2009. **28**. 227–245.
6. Hoefner M.L., Fogler H.S. Pore evolution and channel formation during flow and reaction in porous media // AIChE Journal. 1988. **34**, N 1. 45–54.
7. Golfier F., Bazin B., Lenormand R., Quintard M. Core-scale description of porous media dissolution during acid injection. Part I. Theoretical development // Computational and Applied Mathematics. 2004. **23**, N 2/3. 173–194.
8. Данаев Н.Т., Кашеваров А.А., Пеньковский В.И. Оценка эффективности кислотной обработки приквасинной зоны с учетом капиллярного запирания пластовой воды // Прикл. механ. и технич. физика. 2004. **45**, № 3. 111–118.
9. Флетчер Р. Численные методы на основе метода Галеркина. М.: Мир, 1988.
10. Taniguchi N., Kobayashi T. Finite volume method on the unstructured grid system // Computers and Fluids. 1991. **19**, N 3/4. 287–295.
11. Li B., Chen Z., Huan G. Control volume function approximation methods and their applications to modeling porous media flow // Advances in Water Resources. 2003. **26**. 435–444.
12. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984.
13. Никифоров А.И., Анохин С.В. О моделировании вытеснения нефти водой с гелеобразующими добавками // Математическое моделирование. 2002. **14**, № 12. 117–127.
14. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973.
15. Fredd C., Fogler S. Influence of transport and reaction on wormhole formation in porous media // AIChE Journal. 1998. **44**, N 9. 1933–1949.
16. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Гос. изд-во физико-математич. литературы, 1959.
17. Закиров Т.Р., Никифоров А.И. Моделирование кислотного воздействия на нефтяные пласты при заводнении // Нефтяное хозяйство. 2012. **6**. 62–65.

Поступила в редакцию
29.11.2012