

УДК 533.6:628.5

## О МОДЕЛИРОВАНИИ ОТРЫВНОГО ТЕЧЕНИЯ НА ВХОДЕ В КРУГЛЫЙ ВСАСЫВАЮЩИЙ КАНАЛ

О. А. Аверкова<sup>1</sup>, И. Н. Логачев<sup>1</sup>, К. И. Логачев<sup>1</sup>, А. И. Пузанок<sup>1</sup>, И. В. Ходаков<sup>1</sup>

Обсуждаются методы математического моделирования отрывных течений на входе во всасывающий канал на основе дискретных вихревых особенностей кольцевой и многоугольной формы. Рассматриваются задачи в стационарной, нестационарной осесимметричной и квазисимметричной постановке. Производится сравнение расчетных величин скорости с экспериментальными данными других авторов. Делается вывод о возможности использования вихревых многоугольных элементов для исследования течений в спектрах действия приточных и вытяжных устройств при их взаимодействии в трехмерных областях. Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ (код проекта НШ-588.2012.8), РФФИ (проект № 12-08-97500-р\_центр\_а) и в соответствии с программой стратегического развития Белгородского государственного технологического университета им. В. Г. Шухова (проект № А-10/12).

**Ключевые слова:** отрывные течения, дискретные вихри, течения вблизи всасывающего канала.

**1. Введение.** Круглый патрубок является элементом многих технологических установок, в частности в местной вытяжной вентиляции используют круглые всасывающие зонты для улавливания пылегазовых выбросов, в авиационной технике используют круглые воздухозаборники, различные сопла и пробоотборники [1, 2] круглой формы. Поэтому исследование течений при всасывании или истечении из таких патрубков представляет значительный интерес для науки и техники. Истечению турбулентных струй посвящены многочисленные научные труды, всасывающим факелам — значительно меньше. Учет отрыва потока на входе во всасывающие каналы приближает расчетные величины к данным эксперимента [3–21].

Найденные очертания вихревых областей позволяют разрабатывать рекомендации о профилировании входных кромок патрубка и снижении его аэродинамического сопротивления [3, 7–9, 12]. Использование тонких профилей и экранов позволяет за счет эффекта струи снизить объемы воздуха, поступающего в системы аспирации [13–21]. Для численных исследований отрывных течений хорошо зарекомендовал себя метод дискретных вихрей [4–6, 8–15, 18–21, 24, 25]. В работах [9, 13, 18, 19, 21] использовалась стационарная, а в трудах [4–6, 7–13, 18, 20] нестационарная постановка задачи для расчета отрывных течений на входе в щелевидные и круглые всасывающие каналы. В этих работах в качестве дискретных вихревых особенностей использовались бесконечно тонкие прямолинейные вихревые шнуры и кольцевые вихри.

В настоящей статье для построения дискретной модели к этим вихревым элементам добавляются многоугольные вихревые рамки, что позволяет перейти к решению трехмерных задач о всасывающих факелах с учетом отрыва потока. Целью работы является разработка и исследование различных методов математического моделирования отрывных течений на входе в круглую всасывающую трубу с использованием кольцевых и многоугольных дискретных вихревых особенностей.

**2. Осесимметричная задача в стационарной постановке.** Рассмотрим область течения (рис. 1) на входе в круглый всасывающий канал. С острой кромки  $C$  происходит срыв потока и образуется свободная поверхность тока. Необходимо определить ее положение и скорость потока в любой заданной точке.

Математическая постановка задачи состоит в решении двумерного уравнения Лапласа  $\Delta\varphi = 0$  для потенциальной функции  $\varphi$  при заданных значениях граничной нормальной составляющей скорости  $\left. \frac{\partial\varphi}{\partial n} \right|_S = v_n(x) - U_n$ , где  $x$  — точка границы  $S$ . Функция  $U_n$  выражает влияние свободных вихрей, находящихся на свободной поверхности тока, положение которой заранее не известно.

Выписанное выше уравнение сводится к граничному сингулярному интегральному уравнению

$$\int_S G(x, \xi) \omega(\xi) ds(\xi) = v_n(x) - \mu \int_\sigma G(x, \xi) d\sigma(\xi),$$

<sup>1</sup> Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова, ул. Костюкова, 46, 308012, г. Белгород; О. А. Аверкова, доцент; И. Н. Логачев, профессор; К. И. Логачев, профессор; А. И. Пузанок, программист; И. В. Ходаков, аспирант; e-mail: kilogachev@mail.ru

где  $\omega(\xi)$  — плотность циркуляции присоединенного вихревого слоя;  $\mu = \text{const}$  — плотность циркуляции свободного вихревого слоя, непрерывно размещенного на поверхности  $\sigma$ , образующейся при срыве потока с острой кромки;  $\xi$  — произвольная точка границы  $S$ . Функция  $G(x, \xi)$  численно равна величине скорости в точке  $x(x_1, x_2)$  вдоль направления единичного вектора  $\mathbf{n} = \{n_1, n_2\}$ , вызываемой вихрем единичной циркуляции, расположенного в точке  $\xi(\xi_1, \xi_2)$ .

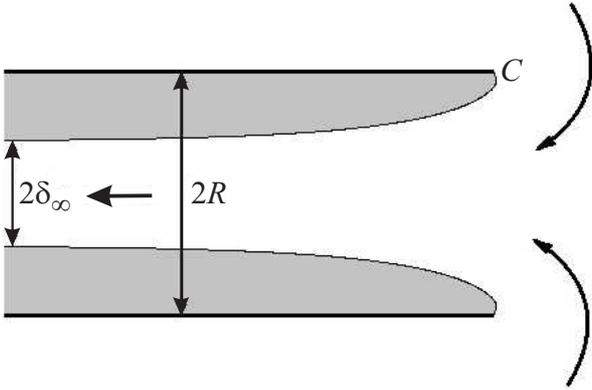


Рис. 1. Отрывное течение на входе в круглую трубу в меридиональной плоскости

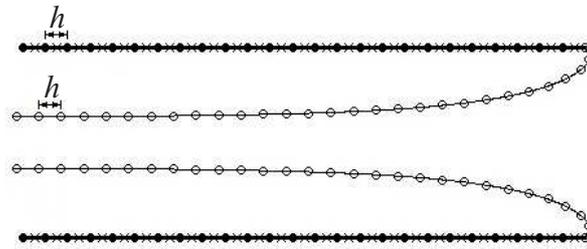


Рис. 2. Дискретная модель течения (крестики — контрольные точки; закрашенные кружочки — присоединенные вихревые кольца; кружочки — свободные вихревые кольца)

Для осесимметричной задачи в цилиндрической системе координат имеем

$$G(x, \xi) = \begin{cases} \frac{A_1 b + A_2 a}{b} \frac{4}{(a-b)\sqrt{a+b}} E(t) - \frac{A_2}{b} \frac{4}{\sqrt{a+b}} F(t) & \text{при } b \neq 0, \\ \frac{\xi_2^2 n_1}{2a\sqrt{a}} & \text{при } b = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где

$$b = 2x_2\xi_2 > 0, \quad a = (x_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2 + x_2^2 > 0, \quad A_1 = \frac{\xi_2^2 n_1}{4\pi}, \quad A_2 = \frac{\xi_2}{4\pi} [(x_1 - \xi_1)n_2 - x_2 n_1],$$

$$F(t) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1-t^2 \sin^2 \theta}}, \quad E(t) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-t^2 \sin^2 \theta} d\theta, \quad t = \frac{2b}{a+b}.$$

Вихревой слой, моделирующий поверхность трубы, заменяется бесконечно тонкими вихревыми кольцами постоянной интенсивности  $\Gamma(\xi^k)$ ,  $k = \overline{1, N}$  (рис. 2). Вихрь, лежащий на острой кромке  $C$ , считается свободным, что следует из теоремы, изложенной в работе [25]: интенсивность присоединенного вихревого слоя в точке срыва потока равна нулю. Между присоединенными вихрями располагались контрольные точки. Пусть  $\xi^k(\xi_1, \xi_2)$  — точка расположения  $k$ -го присоединенного вихря и  $x^p(x_1, x_2)$  —  $p$ -я контрольная точка. Тогда скорость в точке  $x^p$  вдоль единичного направления  $\mathbf{n}$ , индуцированная вихрем  $\Gamma(\xi^k)$ , расположенным в точке  $\xi^k$ , определяется из выражения  $v_n(x^p) = G(x^p, \xi^k)\Gamma(\xi^k)$ .

Полагалось, что на свободной поверхности тока, стекающей с кромки  $C$ , интенсивность вихрей постоянна и равна  $\gamma$ . Расстояние между свободными вихрями есть величина постоянная и равная  $h$ . Первое приближение для свободной линии тока выбиралось следующим образом. Первые три вихревых кольца располагались в плоскости входного проема канала начиная с острой кромки при равномерном уменьшении радиуса с шагом  $h$ , остальные — с постоянным радиусом и смещением их внутрь трубы с тем же шагом  $h$ .

Пусть  $N$  — количество присоединенных вихрей;  $\zeta^k$  — точка расположения свободного вихря;  $N_S$  — количество свободных вихрей, расположенных на свободной поверхности тока, срывающейся с острой кромки  $C$ .

Система линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных интенсивностей  $\Gamma(\xi^q)$  присоединенных вихрей имеет вид

$$\sum_{q=1}^N G(x^p, \xi^q)\Gamma(\xi^q) = -\gamma \sum_{k=1}^{N_S} G(x^p, \zeta^k), \quad (2)$$

где  $p = 1, 2, \dots, N$ . После определения неизвестных циркуляций  $\Gamma(\xi^q)$ , где  $q = 1, 2, \dots, N$ , скорость в любой точке  $x(x_1, x_2)$  области вдоль любого заданного направления вычисляется по формуле

$$v_n(x) = \sum_{q=1}^N G(x, \xi^q) \Gamma(\xi^q) + \gamma \sum_{k=1}^{N_s} G(x, \zeta^k).$$

На первой итерации после определения неизвестных циркуляций вихрей строится поверхность тока, стекающая с острой кромки. После того как она удаляется от всасывающего проема трубы на расстояние больше 10 калибров (калибр — радиус трубы), ее построение прекращается. Для построения поверхности тока интегрируется дифференциальное уравнение  $\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y}$ . Построение поверхности тока начинается с острой кромки. Свободные кольцевые вихри располагают по этой поверхности равномерно с шагом, равным  $h$ .

После определения второго приближения для свободных поверхностей тока необходимо снова решить систему уравнений (2) и определить циркуляции присоединенных вихрей. Затем строится третье приближение свободной поверхности тока и т.д.

Данный итерационный процесс продолжается до того момента, когда значения коэффициента сжатия струи  $\delta_\infty/R$  всасывающего патрубка на предыдущей и последующей итерации не будут отличаться на величину заданной точности  $\varepsilon$ .

Если расстояние от точки до вихря меньше радиуса дискретизации  $h/2$ , то скорость, вызываемая этим вихрем, определяется из следующего выражения:  $v_n(x) = 8\pi \frac{(x_1 - \xi_1)n_2 - (x_2 - \xi_2)n_1}{h^2}$ .

Пример расчета линий тока приведен на рис. 3.

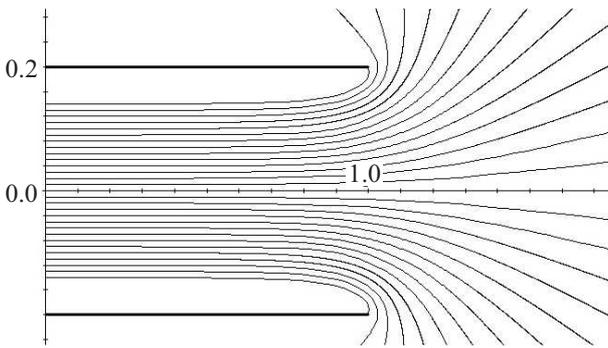


Рис. 3. Линии тока на входе в круглую трубу радиусом 0.2 м

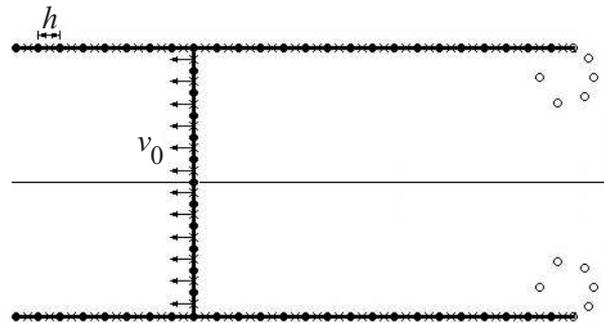


Рис. 4. Дискретная модель для нестационарной осесимметричной модели в меридиональной плоскости

**3. Осесимметричная задача в нестационарной постановке.** В этом случае для дискретной модели границы добавляется всасывающее отверстие (рис. 4) и производится дискретизация по времени с шагом  $\Delta t$ . Черные кружочки — присоединенные вихри, крестики — расчетные (контрольные) точки, полые кружочки — свободные вихри. Заметим, что здесь на оси симметрии расположен вихрь нулевого радиуса (в численном случае радиус получается почти нулевой), т.е., по сути, этого вихря нет.

Система уравнений для расчета неизвестных циркуляций присоединенных вихрей в момент времени  $t = m\Delta t$  с использованием условия бесциркуляционного течения имеет вид

$$\begin{cases} v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m G^{p\tau} \gamma^\tau, \\ \sum_{k=1}^n \Gamma^k + \sum_{\tau=1}^m \gamma^\tau = 0, \end{cases}$$

где  $v_n^p = v_n(x^p)$ ;  $\Gamma^k = \Gamma(\xi^k)$ ;  $G^{pk} = G(x^p, \xi^k)$ ;  $G^{p\tau} = G(x^p, \zeta^\tau)$ ;  $\gamma^\tau$  — циркуляция свободного вихря, сошедшего с острой кромки в момент времени  $\tau$  и расположенного в точке  $\zeta^\tau$ ;  $G^{p\tau}$  — функция влияния на  $p$ -ю расчетную точку вихря  $\gamma^\tau$ ;  $G^{pk}$  определяется по формуле (1).

Эта система разрешима вследствие условия бесциркуляционного течения. В начальный момент она

имеет вид

$$\begin{cases} \Gamma^1 G^{11} + \dots + \Gamma^{n-1} G^{1,n-1} + \Gamma^n \cdot 0 = v_n^1, \\ \dots\dots\dots \\ \Gamma^{N-1} G^{N-1,1} + \dots + \Gamma^{N-1} G^{N-1,N-1} + \Gamma^{N-1} \cdot 0 = v_n^{N-1}, \\ \Gamma^1 + \Gamma^2 + \dots + \Gamma^{N-1} + \Gamma^N = 0. \end{cases}$$

Таким образом, выписанная система эквивалентна отбрасыванию вихря с нулевым радиусом и отбрасыванию условия бесциркуляционного течения.

Заметим, что при расположении активного сечения (всасывающего сечения) между расчетными точками получаются неадекватные результаты.

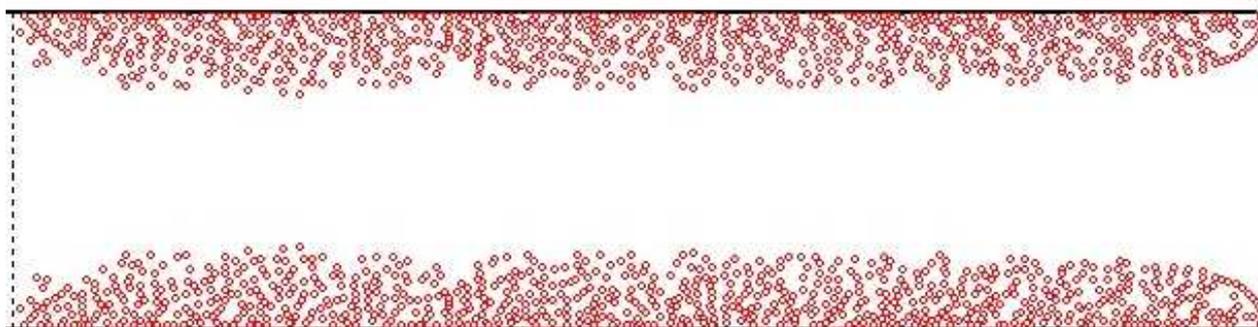


Рис. 5. Вихревая структура течения на входе в круглый патрубок радиусом 0.2 м

Таким образом, в каждый расчетный момент времени решается система уравнений для определения неизвестных интенсивностей присоединенных вихрей; определяются новые положения свободных вихрей с использованием формул  $x' = x + v_x \Delta t$ ,  $y' = y + v_y \Delta t$  и производится шаг по времени. При достижении свободными вихрями активного сечения они удаляются из рассмотрения. Расчет ведется до того момента, когда свободные вихри заполнят всю расчетную область (рис. 5) и течение можно считать установившимся. Заметим, что и в этом случае величина скорости не становится постоянной, она пульсирует с течением времени, что позволяет определить турбулентные характеристики течения: продольные и поперечные пульсации скоростей (рис. 6).

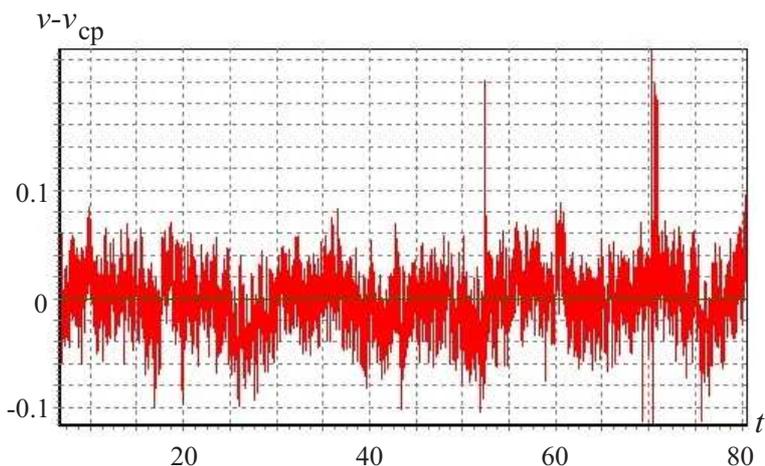


Рис. 6. Продольные пульсации осевой скорости на входе в трубу ( $v_{cp} = 1.16072$  м/с)

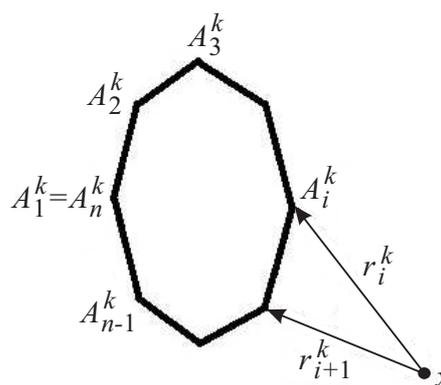


Рис. 7. К определению влияния на точку  $x$   $k$ -й вихревой  $n$ -угольной рамки

**4. Квазиосесимметричная задача в нестационарной постановке.** Использование вихревых многоугольных рамок усложняет расчеты, но дает возможность решать трехмерные задачи.

Влияние на произвольную точку  $x(x_1, x_2, x_3)$   $k$ -й вихревой  $n$ -угольной рамки единичной интенсивно-

сти (рис. 7) определяется из выражения

$$G(x, k) = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N \frac{[(r_{i+1}^k - r_i^k) \times r_i^k]}{|r_{i+1}^k - r_i^k|^2 |r_i^k|^2 - ((r_{i+1}^k - r_i^k) \cdot r_i^k)^2} \left( -\frac{(r_{i+1}^k - r_i^k) \cdot r_{i+1}^k}{|r_{i+1}^k|} + \frac{(r_{i+1}^k - r_i^k) \cdot r_{i+1}^k}{|r_i^k|} \right), \quad (3)$$

где  $r_i^k = \{A_{1i}^k - x_1, A_{2i}^k - x_2, A_{3i}^k - x_3\}$ ,  $A_i^k (A_{1i}^k, A_{2i}^k, A_{3i}^k)$  —  $i$ -я  $k$ -й многоугольной рамки.

Тогда индуцированная рамкой интенсивности  $\Gamma(k)$  скорость  $v$  в точке  $x$  вдоль направления  $n$  вычисляется с помощью скалярного произведения  $v_n(x) = (G(x, k) \cdot n)\Gamma(k)$ .

Далее будем обозначать  $G^{pk} = (G(x^p, k) \cdot n)$ , где  $x^p$  —  $p$ -я контрольная точка. Контрольные точки располагаются посередине между многоугольными вихревыми рамками по поверхности трубы или в центре треугольных и четырехугольных вихревых рамок, расположенных в активном сечении трубы (рис. 8).

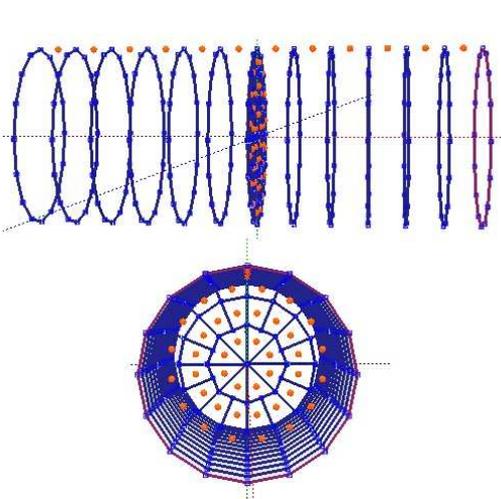


Рис. 8. Дискретная модель для квазиосесимметричной задачи

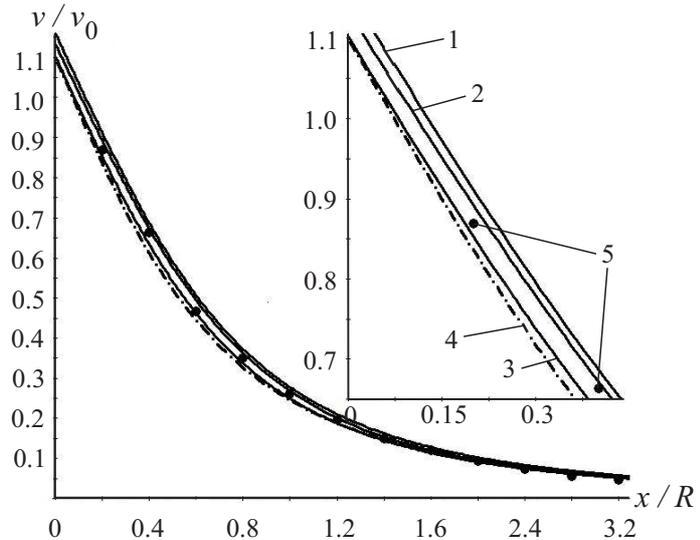


Рис. 9. Изменение безразмерной осевой скорости при удалении от входа в круглую трубу: 1) осесимметричная задача в нестационарной постановке при  $\Delta t = 0.01$ ; 2) квазиосесимметричная задача в нестационарной постановке при  $\Delta t = 0.01$ ; 3) осесимметричная задача в стационарной постановке; 4) расчеты по формуле (6); 5) экспериментальные данные [22] (черные кружочки)

Заметим, что по всей рамке интенсивность  $\Gamma$  неизменна во всех точках вихревого многоугольника.

В момент времени  $t = m\Delta t$  система для определения неизвестных интенсивностей присоединенных вихревых рамок имеет вид

$$\sum_{k=1}^N G^{pk} \Gamma^k = v^p - \sum_{\tau=1}^m G^{p\tau} \gamma^\tau, \quad p = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

а скорость в этот момент времени во внутренней точке  $x$  вдоль заданного направления  $n$  определяется путем суммирования влияния на данную точку всех присоединенных и свободных рамок:

$$v_n(x) = \sum_{k=1}^N G^k \Gamma^k + \sum_{\tau=1}^m G^\tau \gamma^\tau, \quad (5)$$

где  $G^k$  — функция влияния на точку  $x$   $k$ -й вихревой рамки,  $\Gamma^k$  — ее циркуляция,  $G^\tau$  — функция влияния на точку  $x$  вихревой рамки, сошедшей с острой кромки в момент времени  $\tau$ .

В следующий момент времени происходит сход новых вихрей, старые сдвигаются по направлению потока, определяются неизвестные циркуляции присоединенных вихрей путем решения системы (4) и т.д., пока не будет достигнута заданная цель.

Новое положение вершины свободной рамки определяется из формул  $x' = x + v_x \Delta t$ ,  $y' = y + v_y \Delta t$ ,  $z' = z + v_z \Delta t$ , где  $(x, y, z)$  — координаты ее предыдущего положения,  $\{v_x, v_y, v_z\}$  — составляющие вектора скорости в этой точке (находятся с использованием формул (3) и (5) вдоль направлений  $\mathbf{n} = \{1, 0, 0\}$ ,  $\mathbf{n} = \{0, 1, 0\}$ ,  $\mathbf{n} = \{0, 0, 1\}$  соответственно).

Если некоторая точка расположена по отношению к данной вихревой рамке на расстоянии, меньшем радиуса дискретизации, то влияние этой вихревой рамки на данную точку не учитывается.

В каждый момент времени в поток будет сходить многоугольная вихревая рамка с интенсивностью, равной интенсивности многоугольной вихревой рамки, лежащей на срезе приточного отверстия. Циркуляция этой вихревой свободной рамки с течением времени уже изменяться не будет. Изменяется лишь ее положение.

**5. Результаты расчета и их обсуждение.** Для проверки адекватности и достоверности рассмотренных моделей был произведен расчет осевой скорости в зависимости от расстояния до входа во всасывающее отверстие. Сравнение производилось с экспериментальными данными работы [22] и расчетами по формуле [26]

$$v = 1.1 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 0.655/x^2}} \right). \tag{6}$$

Удаленность  $x$  обезразмеривалась путем деления на радиус трубы; скорость делилась на среднюю скорость во всасывающем канале (рис. 9).

Во всех моделях расстояние между соседними присоединенными вихрями равнялось 0.01 м; шаг дискретизации — 0.005 м. Практически полное совпадение с экспериментальными данными демонстрируют расчеты, выполненные в рамках стационарной модели (кривая 3 на рис. 9). Эта же модель с высокой точностью позволяет определить коэффициент сжатия струи и коэффициент местного сопротивления (к.м.с.) входа в трубу по формуле  $\zeta = \left( 1 - \frac{1}{(\delta_\infty/R)^2} \right)^2$ . Расчетное значение величины к.м.с.  $\zeta \approx 1.08$  и отличается от экспериментального  $\zeta = 1$  [23] на 8%. Эта особенность модели позволяет исследовать влияние различных экранов и профилей на величину  $\zeta$  [14, 19, 20].

Несколько завышенные величины скорости (не более чем на 3%) дают расчеты в рамках нестационарных моделей (кривые 1 и 2). Для квазисимметричной задачи использовались 64-угольные вихревые особенности, шаг дискретизации 0.00495. Вихревое течение при этом (рис. 10) имеет структуру, подобную структуре для осесимметричной задачи в нестационарной постановке (рис. 5): вблизи стенок трубы образуется возвратная область течения, чего не улавливает стационарная модель. Коэффициент сжатия всасываемой струи и, соответственно, к.м.с. в рамках нестационарных моделей определить затруднительно, поскольку форма поверхности тока, сходящей с острой кромки трубы, пульсирует во времени. Однако даже и при усреднении величины  $\delta_\infty$  расчетное значение к.м.с. превышает экспериментальное более чем на 50%. Что касается времени счета, то квазисимметричная задача решается в несколько раз дольше, чем осесимметричные. Тем не менее существует возможность решать пространственные задачи в предположении, что границы течения других тел, находящихся в расчетной области, не оказывают существенного влияния на осевую симметрию течения в районе круглого патрубка. Разработанная программа позволяет и обратить течение, т.е. исследовать течение приточной турбулентной струи (рис. 11).

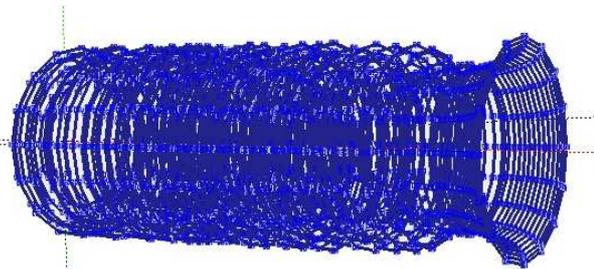


Рис. 10. Вихревая структура течения внутри трубы в момент времени 1.65 при шаге по времени 0.01 и шаге дискретизации 0.005

В случае моделирования приточной струи структура течения (рис. 11) коррелируется с расчетами, изложенными в книгах [4, 24]. Осевая симметрия сохраняется до достаточно больших значений времени (рис. 11а–11с). Вихревые многоугольники начинают образовывать вихревые сгустки, затем малейшие нарушения симметрии, вызванные ошибками округления, интенсивно нарастают, захватывая всю струю за исключением начального участка струи (рис. 11d). Эта строгая осевая симметрия на начальном участке струи и всасываемого отрывного течения в трубе в определенной мере может являться обоснованием применимости квазисимметричного подхода для моделирования пространственных задач.

**6. Выводы.** Разработаны методы математического моделирования и их программно-алгоритмическая поддержка для расчета осесимметричных и пространственных отрывных течений в спектрах действия вытяжных каналов. Использование стационарных дискретных вихрей позволяет с достаточной точностью

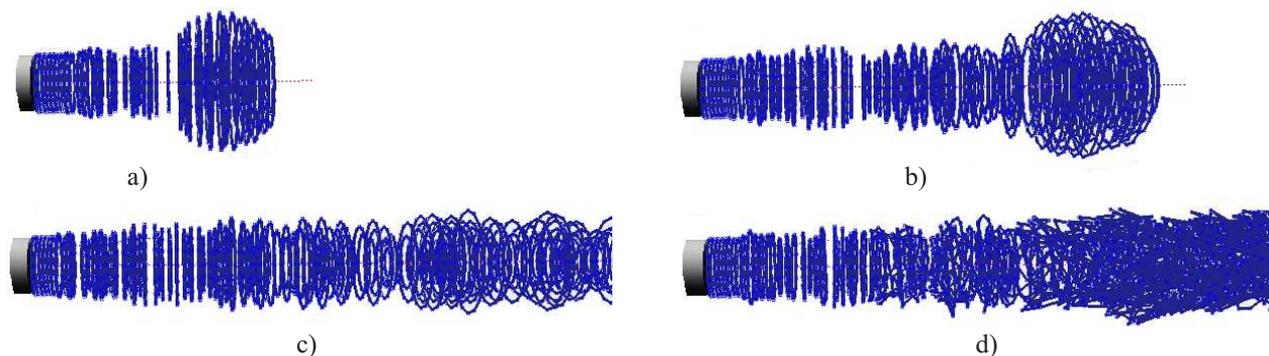


Рис. 11. Вихревая структура течения при истечении струи из трубы радиусом 0.1 при шаге дискретизации 0.00495, расстоянии между соседними 16-угольными присоединенными вихревыми особенностями 0.01 м и шаге по времени 0.03 с: а)  $t = 2.22$ ; б)  $t = 4.14$ ; в)  $t = 8.88$ ; д)  $t = 12.36$

определять поле скоростей, границы отрыва потока и коэффициент местного сопротивления на входе во всасывающее отверстие. Моделирование нестационарных течений при помощи кольцевых вихревых особенностей позволяет исследовать вихревые течения в застойных областях и определять пульсации скорости. Использование вихревых многоугольников дает дополнительную возможность исследования пространственных течений в областях с приточными и вытяжными каналами, а также выявлять закономерности взаимодействия приточных и вытяжных струйных течений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зарипов Ш.Х., Зингарева Л.М., Киселев О.М. Аспирация аэрозоля в трубу из неподвижной среды // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2000. № 2. 104–109.
2. Гильфанов А.К., Зарипов Ш.Х., Маклаков Д.В. Расчет концентраций частиц в задаче аспирации аэрозоля в тонкостенную трубу // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2009. № 6. 89–99.
3. Посохин В.Н., Катков М.В. Экспериментальное изучение вихревых зон в потоках вблизи всасывающих щелевых отверстий // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2001. № 1. 61–63.
4. Белоцерковский С.М., Гиневский А.С. Моделирование турбулентных струй и следов на основе метода дискретных вихрей. М.: Физматлит, 1995.
5. Сабельников В.А., Смирных Е.А. Численный расчет турбулентного течения на начальном участке плоского канала с острыми кромками методом дискретных вихрей // Ученые записки ЦАГИ. 1985. XVI, № 4. 59–64.
6. Зимонин В.Л., Козлов В.Е., Прасковский А.А. Исследование турбулентного течения на начальном участке цилиндрического канала с острыми кромками // Ученые записки ЦАГИ. 1981. XII, № 1. 145–152.
7. Посохин В.Н., Салимов Н.Б., Логачев К.И., Живов А.М. К расчету течения вблизи щелевидного отсоса-раструба // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2002. Сообщение 1: № 8, 70–76; сообщение 2: № 9, 80–85; сообщение 3: № 10, 81–85.
8. Логачев К.И., Пузанок А.И., Посохин В.Н. Расчет течений на входе в отсосы-раструбы методом дискретных вихрей // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2004. № 7–8. 61–69.
9. Логачев К.И., Посохин В.Н. Расчет течения вблизи круглого всасывающего патрубка // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2004. № 1. 29–32.
10. Логачев К.И., Пузанок А.И., Посохин В.Н. Расчет вихревого течения у щелевидного бокового отсоса // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2004. № 6. 64–69.
11. Логачев К.И., Пузанок А.И., Селиванова Е.В. Численный расчет течения вблизи экранированного отсоса-раструба // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2005. № 6. 53–58.
12. Логачев И.Н., Логачев К.И. Аэродинамические основы аспирации. СПб: Химиздат, 2005.
13. Аверкова О.А., Логачев И.Н., Логачев К.И. Отрывные течения в спектрах вытяжных каналов. М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2012.
14. Аверкова О.А., Логачев И.Н., Логачев К.И., Логачев А.К. Закономерности отрывного течения при входе в выступающий канал с экранами // Ученые записки ЦАГИ. 2013. XLIV, № 2. 33–49.
15. Логачев И.Н., Логачев К.И., Зоря В.Ю., Аверкова О.А. Моделирование отрывных течений вблизи всасывающей щели // Вычислительные методы и программирование. 2010. 11, № 1. 43–52.
16. Логачев И.Н., Логачев К.И., Аверкова О.А. Математическое моделирование отрывных течений при входе в экранированный плоский канал // Вычислительные методы и программирование. 2010. 11, № 1. 68–77.
17. Логачев И.Н., Логачев К.И., Аверкова О.А. Математическое моделирование струйного течения воздуха при входе в плоский канал с козырьком и непроницаемым экраном // Вычислительные методы и программирование.

- ние. 2010. **11**, № 2. 160–167.
18. *Аверкова О.А., Логачев И.Н., Логачев К.И.* Моделирование потенциальных течений с неизвестными границами на основе стационарных дискретных вихрей // Вычислительные методы и программирование. 2011. **12**, № 2. 213–219.
  19. *Аверкова О.А., Логачев И.Н., Логачев К.И.* Моделирование отрыва потока на входе во всасывающие каналы в областях с разрезами // Вычислительные методы и программирование. 2012. **13**, № 2. 298–306.
  20. *Аверкова О.А., Зоря В.Ю., Логачев И.Н., Логачев К.И.* Численное моделирование воздушных течений на входе в щелевые неплотности аспирационных укрытий // Новые огнеупоры. 2010. № 5. 31–36.
  21. *Аверкова О.А., Логачев И.Н., Логачев К.И.* Моделирование отрыва потока на входе в щелевые неплотности аспирационных укрытий // Новые огнеупоры. 2012. № 10. 56–60.
  22. *Alden J.L., Kane J.M.* Design of industrial ventilation systems. New York: Industrial Press, 1982.
  23. *Идельчик И.Е.* Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1977.
  24. *Бабкин В.И., Белоцерковский С.М., Гуляев В.В., Дворак А.В.* Струи и несущие поверхности: моделирование на ЭВМ. М.: Наука, 1989.
  25. *Лифанов И.К.* Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. М.: Янус, 1995.
  26. *Посохин В.Н.* Расчет местных отсосов от тепло- и газовыделяющего оборудования. М.: Машиностроение, 1984.

Поступила в редакцию  
14.04.2013

---