

УДК 523.4-52; 573.552

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ МЕТРОВЫХ ТЕЛ В УЕДИНЕННЫХ ОБЛАСТЯХ ПОВЫШЕННОЙ ПЛОТНОСТИ МАССИВНОГО ОКОЛОЗВЕЗДНОГО ДИСКА

О. П. Стояновская<sup>1</sup>, В. Н. Снытников<sup>1</sup>

Формирование планетных систем может происходить через развитие глобальной гравитационной неустойчивости в массивном околозвездном диске. На этом этапе диск представляет собой двухфазную среду из газа и первичных тел, значительная часть которых имеет радиус от 1 до 10 м. В таком околозвездном диске имеется возможность образования крупных уединенных вихрей с повышенной плотностью газа. Показано, что представленная численная модель диска с SPH-методом (Smoothed-Particle Hydrodynamics) для динамики газа и PIC-методом (Particle-in-Cell) для тел позволяет изучать динамику твердой фазы в формирующихся вихревых структурах, включая режимы локального повышения концентрации твердой фазы. Установлено влияние численного разрешения на воспроизводимое время термализации субдиска первичных тел в областях формирования нелинейных структур и коллапсирующего газа. Работа выполнена при поддержке Программ Президиума РАН № 28 (координаторы академик Э. М. Галимов и академик А. Ю. Розанов) и № 21 (координатор академик А. А. Боярчук), Интеграционного проекта СО РАН № 130 (координатор академик Б. Г. Михайленко).

**Ключевые слова:** самогравитирующий околозвездный диск, формирование структур, уединенные сгущения, Smoothed-Particle Hydrodynamics (SPH), Particle-in-Cell (PIC).

**1. Введение.** В теории формирования планетных систем до настоящего времени не определен механизм, обеспечивающий рост твердых тел в околозвездном диске до размера планетезималей и зародышей планет. Для того чтобы предложить согласованный сценарий формирования планет в околозвездных дисках, необходимы представления о том

1) какие структуры могут быть сформированы в дисках при развитии гравитационных и конвективных неустойчивостей [1],

2) какова динамика твердой фазы в этих структурах.

В работе [2] авторы предположили, что крупные твердые тела в околозвездных дисках могли формироваться в зонах газовых вихрей, способных аккумулировать твердую фазу. По их гипотезе, после образования в диске локальных областей, где  $\sigma_{\text{par}}/\sigma_{\text{gas}}$  достигает значения 0.1 и более, в них могут быть запущены механизмы следующего этапа планетообразования. К этим механизмам относятся неупругие столкновения роев тел и локальные гравитационные коллапсы, которые приведут к образованию крупных планетезималей и планет.

Механизмы образование вихрей в околозвездном диске, время их существования, а также их способность захватывать и удерживать твердую фазу (т.е. материал, из которого будут образованы крупные тела) изучаются рядом научных групп для среднемассивных дисков [3, 7, 10]. Масса этих дисков не превосходит 0.1 массы центрального тела — сформировавшейся примерно за миллион лет молодой звезды, выходящей на главную последовательность. Однако еще на более ранних временах, на этапе увеличения массы протозвезды и потери массы околозвездным диском, в диске могут создаваться условия для развития быстрых гравитационных неустойчивостей [12]. В настоящей статье мы рассматриваем образование крупномасштабных вихрей в массивном диске (масса которого сопоставима с массой центрального тела), вызванное глобальной гравитационной неустойчивостью всего диска [18]. Дальнейшее развитие этой неустойчивости может перейти в множественные локальные коллапсы, в которых значение плотности стремительно возрастает на много порядков величины за конечное время.

Для описания динамики массивных дисков, в которых  $\frac{M_{\text{disc}}}{M_{\text{star}}} \geq 0.5$ , необходимы глобальные модели с характерным размером системы от нескольких десятков до нескольких сотен астрономических единиц.

<sup>1</sup> Институт катализа им. Г. К. Борескова СО РАН, просп. акад. М. А. Лаврентьева, 5, 630090, Новосибирск; О. П. Стояновская, науч. сотр., e-mail: stop@catalysis.ru; В. Н. Снытников, ст. науч. сотр., e-mail: snyt@catalysis.ru

Для таких объектов возможно численное моделирование образования структур, линейные размеры которых меньше радиуса диска на 2–3 порядка. Воспроизведение процессов коллапса и укрупнения тел на более мелких масштабах предполагает переход к локальным моделям (которые также используются для изучения средне- и маломассивных дисков) или применение техники многомасштабного моделирования.

Одиночный коллапс можно отследить локально сгущающейся сеткой. Однако если необходимо одновременно воспроизвести глобальные процессы в диске и взаимодействующие между собой коллапсы, то локальное дробление расчетной сетки ведет к измельчению сетки во всей области. Это измельчение влечет за собой быстрое возрастание числа узлов в трехмерных расчетах, и его нужно ограничивать. В этой связи, вводятся временной и пространственный масштабы, ограничивающие дробление сетки. Ввод этих масштабов определяет новый фазовый компонент из отдельных масс сколлапсировавшего вещества. Подобная процедура приводит к sink-частицам, которым приписывается масса среды, ушедшей в режим коллапса, и другие макроскопические характеристики [5, 8]. Одним из свойств этого подхода является введение искусственного, нефизического метода разделения массы между sink-частицей и остальной средой. Еще бóльшая проблема возникает в случае двухфазной среды газа и тел с возможностью отдельного коллапса в каждой из подсистем. Неодновременность коллапса в подсистемах и возможность термализации распределения по скоростям твердых тел в поле гравитирующего газа вызывают большие трудности по введению в схему вычислений таких sink-частиц. Поэтому представляется необходимым изучить свойства традиционного SPH-метода для гравитационной газодинамики вместе с PIC-методом для динамики твердых тел по расчетам определенных стадий сингулярных решений типа коллапса в двухфазной среде. В представленной в [18] численной модели используется смешанная лагранжева-эйлерова сетка с остановкой сжатия на эффективном радиусе SPH-частицы для газа. В настоящей статье мы рассматриваем указанные выше нелинейные нестационарные процессы и методами вычислительной математики анализируем возможность отделить физические процессы от свойств использованных численных методов.

Цель работы — во-первых, показать в вычислительных экспериментах, что представленная в [18] численная модель диска позволяет изучать динамику твердой фазы в формирующихся в такой системе структурах, включая режимы локального повышения концентрации твердой фазы в среде диска; во-вторых, показать влияние численного разрешения на воспроизводимое время термализации субдиска первичных тел в областях формирования структур.

**2. Математическая и численная модель массивного околозвездного диска на этапе развития гравитационной неустойчивости.** Предполагаем, что околозвездный диск на этапе развития гравитационной неустойчивости представляет собой среду из газа и первичных тел, вращающихся вокруг массивного центрального тела — протозвезды. Толщина диска первичных тел существенно меньше его радиального размера, поэтому считается, что “твердый” компонент движется только в экваториальной плоскости системы. Гибридная модель неустойчивого околозвездного диска включает в себя квазитрехмерные уравнения газовой динамики, уравнение Власова для бесстолкновительного компонента и трехмерное уравнение для самосогласованного гравитационного поля:

$$\sigma_{\text{par, gas}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{\text{par, gas}} dz; \quad p^* = \int_{-\infty}^{+\infty} p dz,$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \text{div}(\sigma \mathbf{v}) = 0, \quad \sigma \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \sigma (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p^* - \sigma \nabla \Phi,$$

$$\frac{\partial S^*}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) S^* = 0, \quad p^* = T^* \sigma, \quad \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{a} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}} = 0.$$

Здесь  $\mathbf{v}$  — скорость газа;  $p^*$  — поверхностное давление газа;  $T^* = \frac{p^*}{\sigma}$  и  $S^* = \ln \frac{T^*}{\sigma^{\gamma^*-1}}$  — производные величины, аналогичные температуре и энтропии газа, где  $\gamma^*$  — эффективный показатель политропы для квазитрехмерного случая, связанный с показателем политропы  $\gamma$  соотношением  $\gamma^* = 3 - \frac{2}{\gamma}$ ;  $\mathbf{a}$  — ускорение частиц во внешнем и самосогласованном поле;  $\mathbf{u}$  — скорость частиц;  $f = f(t, \mathbf{r}, \mathbf{u})$  — функция распределения частиц по скоростям, связанная с поверхностной плотностью частиц соотношением  $\sigma_{\text{par}} = \int f d\mathbf{u} dz$ ;  $\Phi$  — гравитационный потенциал, который представляет собой сумму потенциала неподвижного центрального тела и потенциала диска:  $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$ ;  $\Phi_1 = -\frac{M_c}{r}$ ,  $M_c$  — масса центрального тела;  $\Phi_2$  — потенциал самосогласованного гравитационного поля, который определяется как решение смешанной задачи для уравнения Лапласа:  $\Delta \Phi_2 = 0$ ,  $\Phi_2 \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0$ ,  $\left. \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \right|_{z=0} = 2\pi(\sigma_{\text{par}} + \sigma_{\text{gas}})$ .

Уравнения записаны в безразмерных переменных. Базовыми размерными величинами являются  $G$  — гравитационная постоянная,  $R_0 = 10 \text{ АЕ} = 1.5 \times 10^{12} \text{ м}$  и  $M_\odot = 2 \times 10^{30} \text{ кг}$  — характерный размер и масса системы. В начальный момент времени задаются поверхностные температура и плотность диска.

Плотность газа и субдиска первичных тел взята в виде диска Маклорена массы  $M_{\text{par, gas}}$  и радиуса  $R$ :  $\sigma_{\text{par, gas}}(r) = \frac{3M_{\text{par, gas}}}{2\pi R^2} \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}$ . Температура газа в начальный момент времени определяется как  $T^*(r) \sim \sigma(r)$  по заданной  $T_0$  — температуре в центре диска. Задаваемое начальное распределение плотности и температуры является равновесным, но неустойчивым. Такое распределение лучше отвечает целям нашей работы для массивных дисков, чем экспоненциальные зависимости для средне- и маломассивных дисков. Начальные скорости тел задаются в виде суммы регулярной и хаотической составляющих  $\mathbf{u} = \mathbf{u}' + \mathbf{u}''$ , где  $\mathbf{u}'$  — регулярная и  $\mathbf{u}''$  — хаотическая скорость.

Скорость газа и регулярная скорость частиц определяются из условия равенства центробежной и центростремительной сил:

$$\frac{v_\phi^2}{r} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial p^*}{\partial r} + \frac{\partial \Phi}{\partial r}, \quad \frac{u_\phi'^2}{r} = \frac{\partial \Phi}{\partial r}, \quad v_r = 0, \quad u_r' = 0.$$

Хаотическая скорость частиц  $\mathbf{u}''$  задается по гауссову закону с нулевым математическим ожиданием и заданной дисперсией  $v_d$ .

Разработанный численный алгоритм решения системы уравнений общего вида основан на методе дробных шагов с расщеплением по физическим процессам и реализован в виде кода Sombrego, подробное описание которого приведено в [17, 18]. На каждом временном шаге решается уравнение Власова, система уравнений газовой динамики и смешанная задача для уравнения Лапласа.

Расчетная область представляет собой цилиндр, в нижнем сечении которого расположены модельные частицы. Радиус расчетной области в два раза превосходит начальный радиуса диска. Нулевое значение гравитационного потенциала на бесконечности аппроксимируется на границу расчетной области соотношением

$$\Phi(r) = -\frac{M}{r} - \frac{1}{r^3} (I_x + I_y + I_z - 3I_0),$$

где  $I_x, I_y, I_z$  — осевые моменты инерции,  $I_0$  — центральный момент инерции системы и  $M$  — масса диска.

Решение уравнения Власова осуществляется методом частиц в ячейках, для параллельной реализации которого применяется лагранжева декомпозиция области. Уравнения газовой динамики решаются методом SPH, для которого применялся “operational-based” подход с распараллеливанием процедуры вычисления сумм и пересылкой рассчитанных значений массивов. Уравнение Лапласа решается на цилиндрической сетке. Для решения уравнения Лапласа используется итерационный метод, где в качестве начального приближения берется значение с предыдущего временного шага. Метод включает в себя быстрое преобразование Фурье по угловой координате и процедуру блочной последовательной верхней релаксации. Параллельная реализация метода осуществляется через распределение по процессорам гармоник потенциала, полученных в результате дискретного преобразования Фурье.

Представленные в настоящей статье результаты получены на расчетной сетке с количеством ячеек  $200 \times 256 \times 200$  (с использованием  $10^7$  PIC-частиц и  $1.6 \times 10^5$  SPH-частиц с постоянным временным шагом  $\tau = 0.0025$ ) и на расчетной сетке  $400 \times 512 \times 400$  (с использованием  $4 \times 10^7$  PIC-частиц и  $6.4 \times 10^5$  SPH-частиц с постоянным временным шагом  $\tau = 0.0001$ ).

### 3. Вычислительные эксперименты: результаты и обсуждение.

**3.1. Динамика твердых тел в сгущениях на начальной стадии их коллапсирования.** В работе [18] было показано, что при определенных условиях в массивном двухфазном диске за счет развития глобальной гравитационной неустойчивости образуются крупные уединенные области повышенной плотности газа, в которых газ твердоотельно вращается вокруг точки максимума плотности. В [13] проведено численное моделирование динамики твердых тел в таких областях и показано, что собственное гравитационное поле таких вихрей способно захватывать первичные тела, преобразуя их эллиптические траектории в эпициклические. В настоящей работе мы хотим показать, что такие вихри могут аккумулировать в себе твердую фазу. В них локально повышается концентрация метровых тел по сравнению с фоновой средой диска. Внутри вихрей создаются условия для локального гравитационного коллапса при низких значениях эффективного показателя адиабаты газа  $\gamma$ .

Известно [16], что при  $\gamma < 4/3$  и при большом радиусе по сравнению с длиной Джинса сжимающийся под действием собственного гравитационного поля объем газа может перейти в режим коллапсирования.

Мы промоделировали динамику массивного диска, используя значение эффективного показателя адиабаты газа  $\gamma^* = 1.1$ . Подобные значения показателя адиабаты внутри массивного диска для смеси водорода и гелия обуславливаются следующими причинами. Во-первых, при температурах свыше 600 К вклад в теплоемкость молекулярного водорода начинают вносить колебательные степени свободы с предельным значением  $\gamma = 9/7$ . Во-вторых, дальнейшее снижение показателя адиабаты газового компонента среды при температурах свыше 1000 К вносит диссоциация молекулярного водорода на два атома. Таким образом, в среде диска при относительно высоких температурах возможны локальные гравитационные коллапсы, инициированные его газовым компонентом.

В качестве начальных параметров были выбраны следующие величины. Радиус диска составлял 20 АЕ (2 безразмерные единицы), масса центрального тела  $M_c = 0.45M_\odot$ , диск был представлен газовым компонентом массы  $M_{\text{gas}} = 0.52M_\odot$  и субдиском первичных тел  $M_{\text{par}} = 0.03M_\odot$ . Температура газа в центре диска составляла 1220 К (0.26 безразмерных единиц), начальная дисперсия тел по скоростям 95 м/с (0.01 безразмерных единиц).

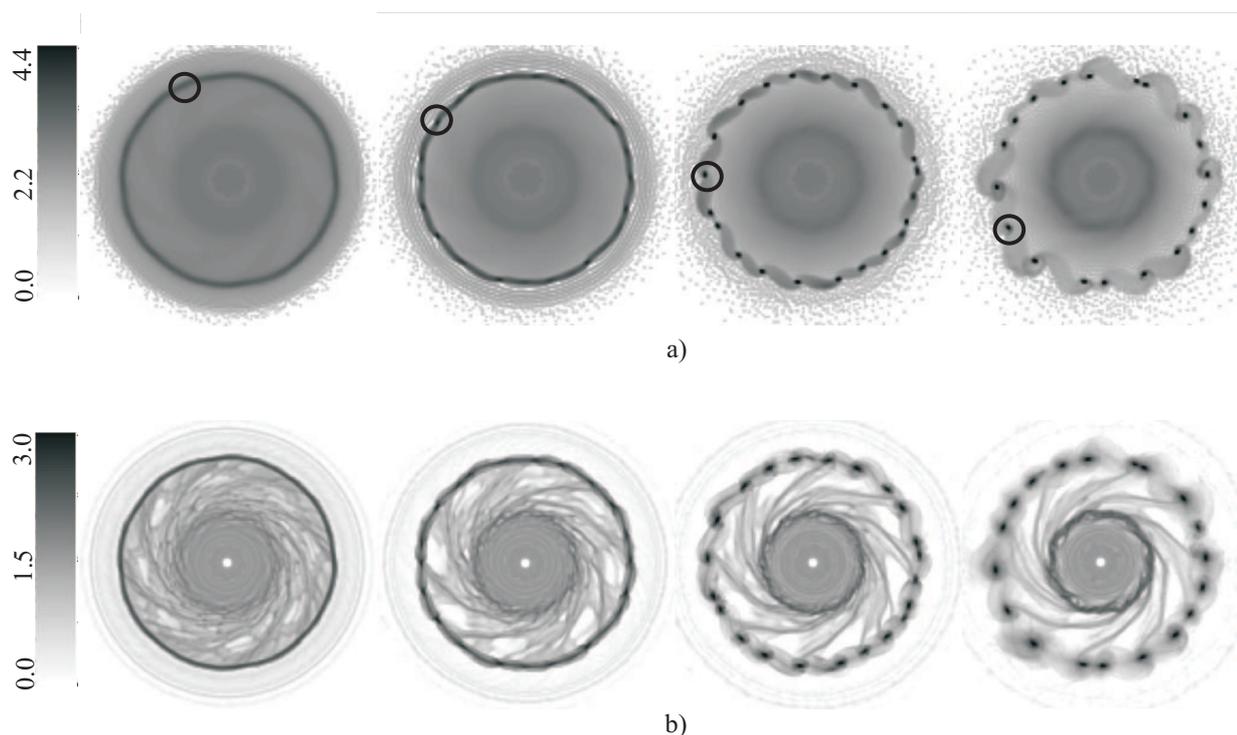


Рис. 1. Логарифм поверхностной плотности газа (а) и субдиска первичных тел (b) в моменты времени  $T = 8; 9; 10; 11$

На рис. 1 приведен логарифм поверхностной плотности газа (вверху) и первичных тел (внизу) в моменты времени  $T = 8; 9; 10; 11$ . В этом расчете полный оборот периферии диска происходит за время  $T = 15$ . Из рисунка видно, что за пол-оборота в диске на периферии формируется плотное кольцо газа и первичных тел, которое разваливается на отдельные области повышенной плотности. В центральной области, где азимутальные скорости частиц и газа высокие, в газопылевой среде не развиваются возмущения. С коротационного радиуса выходят многочисленные спиральные рукава волн плотности, хорошо видимые на распределении плотности тел. Спиральные волны взаимодействуют между собой, укрупняясь и поглощая более мелкие. К моменту времен  $T = 11$  в субдиске тел остаются 8 спиральных рукавов, которые отсутствуют в газе.

Изменение поверхностной плотности газа и тел в сгущении в несколько моментов времени приведено на рис. 2. Для газа приводимое на рисунке значение определялось как максимум плотности SPH-частицы, находящейся в сгустке. Для первичных тел аналогичные значения определялись как среднее: масса тел, находящихся в сгущении, отнесенная к площади сгущения. Принадлежность SPH- и PIC-частицы сгущению устанавливалась из следующих соображений. Поскольку в [18] показано, что уединенные области повышенной плотности от момента их формирования до начала объединения с другими областями являются объектами с центральной симметрией, их размер может быть охарактеризован радиусом. Мы положили, что радиус области повышенной плотности  $r_{\text{clump}}$  — полуширина возмущения плотности газа.

Считалось, что PIC- или SPH-частица находится в области повышенной плотности, если она расположена внутри круга, центр которого представляет собой точку локального максимума плотности газа, а радиус равен  $r_{clump}$ . Из графика следует, что независимо от размера сеточной ячейки прирост плотности в сгустке как по газу, так и по частицам имеет схожий характер. На грубой сетке плотность меняется экспоненциально и затем выходит на насыщение, связанное с размером сеточной ячейки. На более мелкой сетке рост плотности идет быстрее, чем по экспоненте, и может быть интерпретирован как коллапс, имеющий свой предел также на размере сеточной ячейки.

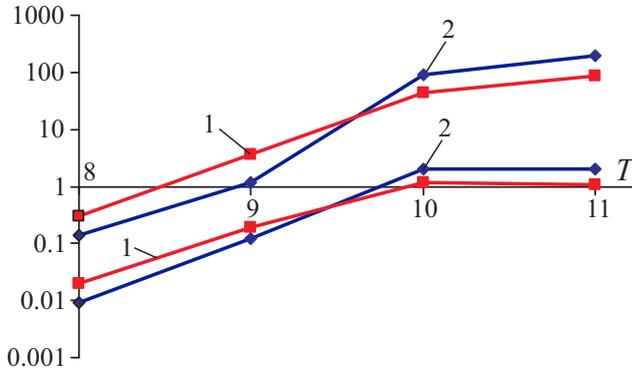


Рис. 2. Поверхностная плотность газа и первичных тел в моменты времени  $T = 8; 9; 10; 11$  в отдельном сгущении при меняющемся численном разрешении: 1) расчет на сетке  $200 \times 256 \times 200$ , 2) расчет на сетке  $400 \times 512 \times 400$

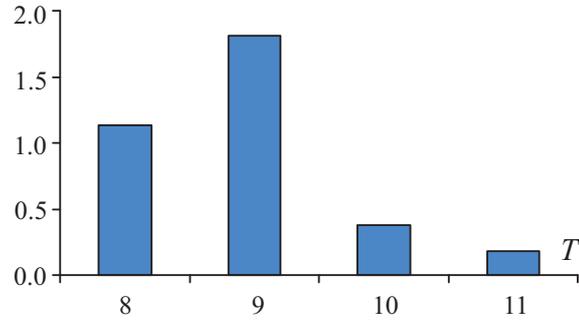


Рис. 3. Соотношение  $\frac{\sigma_{par}}{\sigma_{gas}}$  в выделенном сгустке, отнесенное к исходному значению  $\frac{\sigma_{par}}{\sigma_{gas}}$  диска

Рис. 3 показывает изменение соотношения поверхностных плотностей газа и первичных тел в сгущении по сравнению с заданным в диске на начальный момент времени. Видно, что к моменту времени 9 концентрация твердой фазы в структуре повысилась в 2 раза, а при дальнейшем движении сгустка снизилась в 5 раз.

Отметим, что аналогичное изменение соотношения  $\sigma_{par}/\sigma_{gas}$  имело место в расчетах, где использовался эффективный показатель адиабаты  $\gamma^* = 5/3$ , не приводящий к коллапсированию сгущений. При таком значении  $\gamma^*$  характерный размер отдельного сгущения в 5 раз больше, чем размер сформировавшегося сгущения при показателе адиабаты  $\gamma^* = 1.1$  [18]. Расчеты режимов с  $\gamma^* = 5/3$  проводились на тех же сетках  $200 \times 256 \times 200$  и  $400 \times 512 \times 400$  при соответствующем изменении временного шага и количества модельных частиц, что обеспечивало высокое разрешение отдельного сгущения. Тем самым подтверждается, что аккумуляция и последующее рассеяние твердой фазы не является следствием недостаточного численного разрешения.

Из рис. 3 видно, что рост плотности газа в сформировавшихся структурах сопровождается увеличением концентрации тел. При этом ключевым вопросом является природа областей повышенной плотности в субдиске первичных тел: является ли она волной, т.е. перенос профиля плотности осуществляется без переноса вещества, или сгустком, состоящим из одних и тех же частиц. В случае сгустка в этой области целесообразно рассматривать дальнейшие механизмы столкновительного укрупнения (гравитационной коагуляции роев тел).

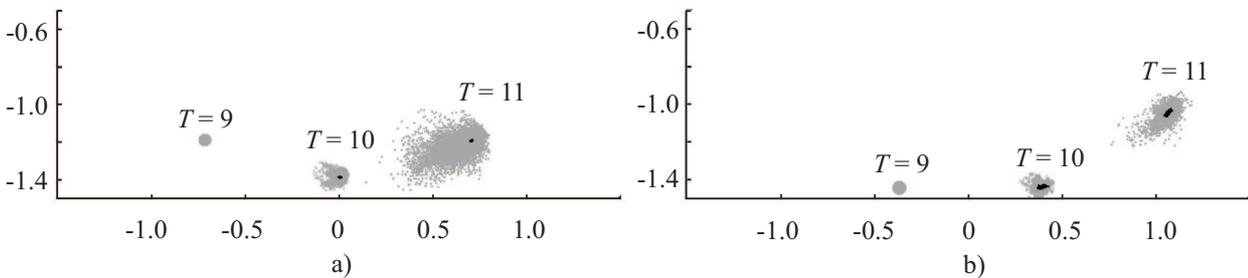


Рис. 4. Динамика группы SPH- и PIC-частиц, зафиксированных в сгущении в моменты времени  $T = 9; 10; 11$ : а) расчет на сетке  $400 \times 512 \times 400$ , б) расчет на сетке  $200 \times 256 \times 200$

На рис. 4 показана динамика группы SPH- и PIC-частиц, зафиксированных в сгущении, отмеченном на рис. 1, в момент времени  $T = 9$  (области, занимаемые SPH- и PIC-частицами, совпадают). Для момен-

тов  $T = 10; 11$  светло-серым показана область, занимаемая PIC-частицами, внутри нее темно-серым — область, занимаемая SPH-частицами.

Видно, что с момента  $T = 9$  коллапсирующий сгусток газа движется как объем, состоящий из одних и тех же частиц, что подтверждает сделанный в [13] вывод, что уединенные области повышенной плотности в газе сначала представляют собой волновые объекты, которые затем переходят в режим сгущений, состоящих из одних и тех же частиц. Увеличение численного разрешения позволяет воспроизвести сжатие объема до меньших размеров и соответствующий рост плотности газа на 3 порядка с появлением точечных, на масштабе сеточной ячейки, гравитационных потенциалов по периферии диска. Эти потенциалы коллапсирующего газа оказывают воздействие на динамику частиц.

Из рис. 4 следует, что движение твердых тел в области газового сгущения сопровождается рассеянием: определенная доля тел покидает сжимающуюся область сгустка. Сопоставляя рис. 4а и 4б, видим, что на качественном уровне такое рассеяние воспроизводится в расчетах при меняющемся численном разрешении; это свидетельствует о том, что инициация рассеяния не является численным артефактом. С другой стороны, видно, что чем подробнее сетка, тем больше область, занимаемая рассеявшимися телами, поэтому в разделе 3.2 исследуется влияние численного разрешения на воспроизводимую коллективную динамику тел в диске (количество твердой фазы в структуре). Рассеяние твердых тел в точечном потенциале сколлапсировавшего газа приводит к появлению нового собственного диска вокруг сгустка и может служить объяснением формирования системы спутников вокруг планет.

Изменение соотношения  $\sigma_{\text{par}}/\sigma_{\text{gas}}$  в 2 и более раз может инициировать запуск конвективных неустойчивостей в двухфазной среде (см., например, [14]). Кроме того, могут начать развиваться локальные гравитационные неустойчивости джинсовского типа, которые для двухфазной среды характеризуются эффективной джинсовской длиной, зависящей как от параметров газа, так и от параметров субдиска первичных тел [12].

Важно отметить, что максимум соотношения плотностей может достигаться уже на начальных стадиях формирования структур (когда плотность газа оказывается повышенной по сравнению с начальной менее, чем на порядок). Переход к локальным моделям отдельных сгущений обычно осуществляется с момента возрастания плотности на 2–3 порядка [6]. Это означает, что процессы, которые могут оказать влияние на изменение  $v_d$ , должны быть включены уже в глобальные модели дисков. К числу таких процессов относятся в первую очередь неупругие столкновения гравитационно-связанных роев тел [15] и трение твердых тел о газ, плотность которого в коллапсирующем сгущении возрастает быстрее, чем экспоненциально.

**3.2. Функция распределения тел по скоростям.** В [13] показано, что эффективность захвата твердой фазы газовыми вихрями коррелирует с начальной дисперсией скоростей тел: чем ниже дисперсия, тем интенсивнее захват. При формировании радиально несимметричных структур в диске разброс твердых тел по скоростям увеличивается (происходит термализация субдиска первичных тел) [11, 12]. Таким образом, в рассматриваемой двухфазной модели диска присутствуют (как минимум) два характерных времени: время роста плотности среды под воздействием локального гравитационного поля сгустка и время термализации тел. Возможность локальных гравитационных коллапсов для твердой фазы будет определяться соотношением этих времен.

Для того чтобы в расчетах воспроизводить время роста плотности, предложены критерии численного разрешения, которые связывают величину расчетной сетки (радиус сглаживания для метода SPH) с локальной джинсовской длиной [4, 9].

Покажем на качественном уровне, как численное разрешение влияет на воспроизводимое в расчетах время термализации тел. Для этого сравним результаты расчетов, полученные на сетке  $200 \times 256 \times 200$  (с использованием  $10^6$  PIC-частиц и 160 000 SPH-частиц) и на сетке  $400 \times 512 \times 400$  (с использованием  $4 \times 10^6$  PIC-частиц и 640 000 SPH-частиц). На рис. 5 приведена функция  $\delta N = \frac{\partial N}{\partial v_r} \delta v_r$ , где  $N$  — функция распределения по скоростям PIC-частиц, расположенных в кольце [1.2; 1.5]. К моменту времени  $T = 8$  плотное кольцо из газа и тел уже сформировано, начинается развитие азимутальной неустойчивости с нарастанием амплитуды отдельных волновых пакетов. Видно, что в обоих расчетах модельные частицы оказались значительно термализованными по сравнению с начальным распределением, при котором  $v_d = 0.01$ . Однако в расчете на сетке  $400 \times 512 \times 400$  в моменты времени  $T = 8$  и  $T = 9$  частицы оказываются менее “нагретыми”, чем в расчете на сетке  $200 \times 256 \times 200$  в те же моменты времени, а к моменту времени  $T = 11$  функции распределения тел по скоростям являются практически одинаковыми. Это дает основание проводить расчеты на сетке с крупными ячейками для оценки распределения физических параметров на больших временах.

В [13] установлено, что при изучаемой картине развития неустойчивости твердые тела приобретают

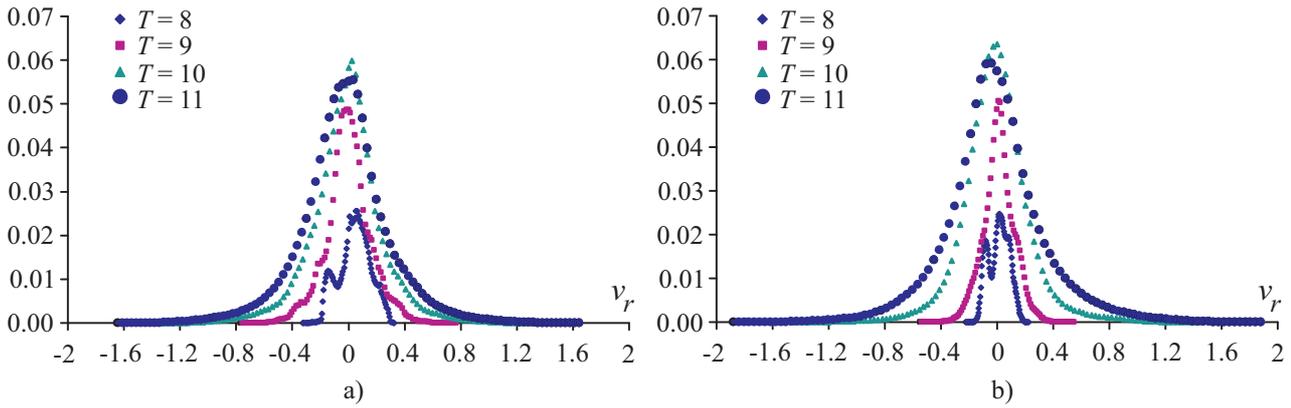


Рис. 5. Функция  $\delta N = \frac{\partial N}{\partial v_r} \delta v_r$ , где  $N$  — функция распределения по скоростям PIC-частиц, расположенных в кольце [1.2; 1.5]: а) расчет на сетке  $400 \times 512 \times 400$ , б) расчет на сетке  $200 \times 256 \times 200$

эпициклические траектории: движутся вокруг областей повышенной плотности по малым радиусам. Поэтому необходимо убедиться, что на картину аккумуляции–рассеяния твердых тел не оказывает влияния погрешность, связанная с временным шагом при разрешении центростремительного ускорения. Для этого расчет на сетке  $200 \times 256 \times 200$  был проведен также с уменьшенным в 2 раза временным шагом. Сравнение результатов при  $\tau = 0.00025$  и  $\tau = 0.000125$  показало, что функция  $\delta N = \frac{\partial N}{\partial v_r} \delta v_r$ , характеризующая темпы термализации субдиска первичных тел при формировании структур, воспроизводится практически одинаково. Таким образом, разница в воспроизведении рассеяния связана, в первую очередь, не с временным, а с пространственным разрешением модели.

Таким образом, расчеты на сетке с меньшим количеством ячеек дают более быструю термализацию первичных тел. Это означает, что использование сеток с более крупными ячейками в разработанной численной модели дает недооценку количества твердой фазы в структурах. Дальнейшее повышение разрешения (которое может быть осуществлено за счет более эффективных алгоритмов распараллеливания) не уменьшит зафиксированных значений соотношения  $\sigma_{\text{par}}/\sigma_{\text{gas}}$ .

**4. Заключение.** Мы показали, что реализованная в виде кода Sombrego численная модель массивного околозвездного диска с SPH-методом для гравитационной газодинамики и PIC-методом для динамики твердых тел позволяет изучать формирующиеся в глобальной системе нелинейные структуры, включая режимы локального повышения концентрации твердой фазы и переходы к локальным сингулярным особенностям типа коллапса. Для системы, в которой происходит формирование измельчающихся структур, расчеты на последовательности сгущающихся сеток позволяют определять область применимости глобальной модели (какие процессы должны учитываться на макромасштабе, а какие могут быть отнесены к локальным).

Показано, что использование сеток с более крупными ячейками в разработанной численной модели дает недооценку количества твердой фазы в возникающих множественных вихрях. При этом в численных экспериментах установлено, что максимум соотношения плотностей между конденсированной составляющей и газом может достигаться уже на начальных стадиях формирования вихревых структур. Это означает, что факторы, которые могут оказать влияние на изменение разброса твердых тел по скоростям, необходимо изучить уже в глобальных моделях, рассматривающих процессы во всем диске. К числу таких процессов относятся в первую очередь неупругие столкновения гравитационно-связанных роев тел [15], общее падение плотности газа за счет его аккреции на протозвезду и обратного ухода в молекулярное облако, теплоперенос излучением и трение твердых тел о газ, плотность которого в коллапсирующем сгущении возрастает быстрее, чем экспоненциально.

Из требований к численной модели выявлено, что разрешение, необходимое для расчета определенных стадий локальных гравитационных коллапсов (сингулярных решений), может быть достигнуто без использования sink-частиц. Такой сквозной алгоритм расчета нелинейных сингулярных решений позволяет включать в математическую модель другие необходимые физические факторы, а также повышать производительность расчетов, используя современные суперкомпьютеры различной архитектуры.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Barge P., Jorda L. Instabilities and structures in proto-planetary Disks // EPJ Web of Conferences. 2013. **46**

- (<http://dx.doi.org/10.1051/epjconf/20134600001>).
2. *Barge P., Sommeria J.* Did planet formation begin inside persistent gaseous vortices? // *Astronomy and Astrophysics*. 1995. **295**. L1–4.
  3. *Barranco J.A., Marcus P.S.* Three-dimensional vortices in stratified protoplanetary disks // *The Astrophysical Journal*. 2005. **623**, N 2. 1157–1170.
  4. *Bate M.R., Burkert A.* Resolution requirements for smoothed particle hydrodynamics calculations with self-gravity // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 1997. **288**. 1060–1072.
  5. *Bate M.R., Bonnell I.A., Price N.M.* Modelling accretion in protobinary systems // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 1995. **277**. 362–376.
  6. *Galvagni M., Hayfield T., Boley A.C., Mayer L., Roscar R., Saha P.* The collapse of protoplanetary clumps formed through disc instability: 3D simulations of the pre-dissociation phase // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2012. **472**, N 2. 1725–1740.
  7. *Johansen A., Andersen A.C., Brandenburg A.* Simulations of dust-trapping vortices in protoplanetary discs // *Astronomy and Astrophysics*. 2004. **417**, N 1. 361–374.
  8. *Hubber D.A., Walch S., Whitworth A.P.* An improved sink particle algorithm for SPH simulations // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2013. In press (arXiv:1301.4520).
  9. *Lodato G., Clarke C.* Resolution requirements of smoothed particle hydrodynamics simulations of self-gravitating accretion discs // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2011. **413**. 27–35.
  10. *Lesur G., Papaloizou J.C.B.* On the stability of elliptical vortices in accretion discs // *Astronomy and Astrophysics*. 2009. **498**, N 1. 1–12.
  11. *Rice W.K.M., Lodato G., Pringle J.E., Armitage P.J., Bonnell I.A.* Planetesimal formation via fragmentation in self-gravitating protoplanetary discs // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2006. **372**. 9–13.
  12. *Stoyanovskaya O.P., Snytnikov V.N.* Clump formation due to the gravitational instability of a multiphase medium in a massive protoplanetary disc // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2013. **428**. 2–12.
  13. *Stoyanovskaya O.P., Snytnikov V.N.* Boulders dynamics and gas flow in self-gravitating high-density areas of massive circumstellar discs // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* (submitted).
  14. *Youdin A.N., Goodman J.* Streaming instabilities in protoplanetary disks // *Astrophys. J.* 2005. **620**. 459–469.
  15. *Маркелова Т.В., Снытников В.Н.* Моделирование процесса планетообразования в околозвездных дисках // *Вычислительные методы и программирование*. 2012. **13**. 443–451.
  16. *Поляченко В.Л., Фридман А.М.* Равновесие и устойчивость гравитирующих систем. М.: Наука, 1976.
  17. *Стойновская О.П., Снытников В.Н.* Особенности SPH-метода решения газодинамических уравнений для моделирования нелинейных волн в двухфазной гравитирующей среде // *Математическое моделирование*. 2010. **22**, № 5. 29–44.
  18. *Стойновская О.П., Снытников В.Н.* Численное моделирование образования уединенных вихрей повышенной плотности в околозвездном диске // *Вычислительные методы и программирование*. 2012. **13**. 377–383.

Поступила в редакцию  
19.07.2013

---