

УДК 532.529.5

## ПРОСТРАНСТВЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ ПЕНЫ НА ПОДВИЖНЫХ ЛАГРАНЖЕВЫХ СЕТКАХ В УСЛОВИЯХ УДАРНО-ВОЛНОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Р. Х. Болотнова<sup>1</sup>, У. О. Агишева<sup>2</sup>

Проведено численное моделирование и исследование динамических процессов для пространственных задач, связанных с распространением волнового импульса в водной пене и с взаимодействием воздушной ударной волны с пенным барьером. Предлагаемый метод решения основан на двухфазной модели газожидкостной смеси с использованием широкодиапазонного уравнения состояния для описания термодинамических свойств компонентов смеси. Численная реализация модели осуществлена методом сквозного счета с применением подвижных лагранжевых сеток, движущихся вместе со средой, что позволило упростить расчеты двухфазных волновых течений. Проведена верификация двумерной осесимметричной модели сравнением с расчетами, полученными на основе одномерной модели в случае сферической симметрии. Проанализированы режимы течения, приводящие к блокировке воздушных ударных волн пенными завесами, сопровождающейся образованием вихревых структур. Исследованы особенности и оценена эффективность демпфирующих свойств пены.

**Ключевые слова:** импульс давления, газожидкостная пена, двухфазная модель, пространственные задачи, численное моделирование.

**1. Введение.** С развитием современных технологий растет количество технических и хозяйственных работ, использующих взрывные методы [1, 2] для решения проблем трубопроводного транспорта, энергетики, химической и ультразвуковой технологии и др. Важнейшими задачами, возникающими в таких ситуациях, являются экологическая защита и обеспечение пожаро- и взрывобезопасности. Среди различных материалов, способных рассеивать и поглощать энергию взрыва и применяемых для защиты зданий, сооружений и транспортных средств, водные пены являются наиболее мобильными средствами защиты. С помощью механизмов диссипации и преобразования энергии газожидкостные пены хорошо справляются с задачами пыле- и шумоподавления, эффективно снижают ущерб от технологических взрывов [3, 4].

Среди первых исследований, посвященных изучению способности пенных структур уменьшать все основные характеристики ударных волн, отметим работу [5], в которой экспериментально исследовано прохождение слабых ударных волн по столбу водной пены. В [5] обнаружено, что слабые волны распадаются на две: предвестник и основную волну сжатия, а более сильные волны имеют единый фронт; показано, что сорт газа в ячейках пены сильно влияет на степень гашения волны в пене. В работе [6] показано, что водные пены с содержанием воды  $0.006 < \alpha_l < 0.05$  служат оптимальной защитой от звуковых волн. В [7] экспериментально установлено, что степень демпфирования зависит также от расстояния до заряда и его массы, и выявлена более значительная эффективность пенной защиты, находящейся в контейнере с жесткими стенками, нежели вне его. запатентовано несколько способов практического применения водных пен для подавления взрывных волн: в [8] вводится дополнительный механизм диссипации путем добавления твердых частиц, в [9] предлагается использовать твердые и пористые экраны, заполненные пеной, в качестве взрыво- и звукопоглощающих барьеров. Проведены экспериментальные исследования разрушения сухой пены под действием ударных волн и формирования газочапельного потока [10]. Экспериментально установлено, что с течением времени формируется неоднородная структура пены по высоте столба [11]. В [12] проводится сравнение демпфирующих способностей газожидкостной пены с подобными средами: упругими (пенополиуретан) и слабосжимаемыми (пенопласт), отмечается, что амплитуда лидирующего скачка в торцевой части ударной трубы в газожидкостной пене несколько выше, чем в пористой среде, но пена обеспечивает быстрое затухание ударной волны, тогда как в пористых материалах за фронтом волны имеется зона релаксации, где амплитуда осцилляций возрастает с уменьшением упругости материала.

<sup>1</sup> Институт механики им. Р.Р. Мавлютова, Уфимский научный центр РАН, просп. Октября, д. 71, 450054, Башкортостан, г. Уфа; вед. науч. сотр., e-mail: bolotnova@anrb.ru

<sup>2</sup> Институт механики им. Р.Р. Мавлютова, Уфимский научный центр РАН, просп. Октября, д. 71, 450054, Башкортостан, г. Уфа; мл. науч. сотр., e-mail: agisheva\_u@mail.ru

С ростом числа натуральных экспериментов возникла необходимость разработки на их основе соответствующих теоретических моделей. Согласно обзорной работе [1], для анализа ударно-волновых процессов в пене существует несколько моделей. Наиболее простой подход, применимый для точечного заряда, основан на сведении уравнения энергии смеси к виду, подобному уравнению состояния газа с зависящим от времени показателем адиабаты, необходимым для описания процесса теплообмена (модель эффективного газа). В [13] на основе такой модели исследована зависимость затухания ударных волн в газожидкостной пене от длительности тепловой релаксации без учета других диссипативных механизмов. В [14] экспериментально и численно исследована роль процесса синерезиса в изменении демпфирующей способности пены в малых промежутках времени до 10 минут на основе модели эффективного газа, достигнуто удовлетворительное согласование расчетов с экспериментами. В [15] проводится численное моделирование процесса распространения ударной волны в пене на основе модели газочапельной среды (т.е. пена представляет собой совокупность капель жидкости в газе). В [16] проведен численный анализ ударного воздействия на водные пены на основе замкнутой односкоростной равновесной по давлению математической модели в отсутствие фазовых переходов, учитывающей контактный теплообмен для задачи о сферическом взрыве в пене, и проведено сравнение с экспериментом. В [17] проанализированы две модели пены: в первой пена представлена как непроницаемая для газа “ячеистая” структура, а во второй — описывается односкоростной равновесной моделью двухкомпонентной среды, учитывающей влияние ударного сжатия компонентов. Автор отмечает, что “ячеистая” модель эффективна в одномерном приближении, а в двумерной и трехмерной постановках предпочтительно использовать равновесную модель.

В существующих работах по ударному воздействию основной целью является оценка демпфирующих способностей пены, определение факторов, влияющих на эффективность снижения всех основных характеристик ударной волны, исследование динамики поля давления в процессе взаимодействия волны с преградой; как правило, влияние пространственных эффектов не учитывается.

Таким образом, становится важным учет многомерности задачи, исследование эффектов трансформации волнового импульса при взаимодействии с пенным слоем. В [2] численно моделируется влияние пространственной геометрии в двумерном плоском приближении на характеристики слабых волн амплитудой 0.2–0.4 МПа для тонких плоских барьеров из водной пены с содержанием воды не более 0.05. В работах [18, 19] как теоретически, так и экспериментально при исследовании взаимодействия ударной волны с различными неоднородностями показано, что происходит искривление ударного фронта и перестройка течения за фронтом ударной волны, сопровождающиеся образованием вихрей.

Основные подходы к численному моделированию динамики газожидкостных сред базируются на использовании стационарных эйлеровых либо подвижных лагранжевых сеток. В [20] описаны теоретические и практические аспекты разработки пакета программ для трехмерного численного моделирования многофазных многокомпонентных течений с использованием эйлеровых сеток, характерным недостатком которых является “размытие” контактных границ.

В работе [21] авторов настоящей статьи на основе модели двухфазной смеси в односкоростном одно-температурном приближении в одномерной постановке решены задачи, связанные с ударным воздействием на газожидкостную пену с объемным содержанием воды  $\alpha_{l0} = 0.05–0.3$ . В работе [22] получены оценки эффективности пространственного взаимодействия волнового импульса с пенной преградой в диапазоне давлений 0.1–2 МПа. Одной из главных целей настоящей работы является численное моделирование и исследование решений пространственных осесимметричных задач, описывающих нестационарные процессы взаимодействия ударно-волновых импульсов с пенными структурами, и процессов взаимодействия воздушной ударной волны с пенным слоем, сопровождающихся образованием вихревых течений в газовой области близ границы пенного слоя в диапазоне давлений до 100 МПа и в диапазоне водосодержаний  $\alpha_{l0} = 0.015–0.15$ . Численное моделирование проводится методом подвижных лагранжевых сеток с использованием естественных аппроксимаций частных производных, что обеспечивает консервативность разностной схемы [23]. Для учета влияния нелинейной сжимаемости среды при расчетах больших давлений в ударной волне используется уравнение состояния воды Р. И. Нигматулина и Р. Х. Болотновой [24].

**2. Основные уравнения модели.** Расчеты динамики ударных волн проводились с использованием двумерной с цилиндрической симметрией двухфазной модели газожидкостной смеси в однодавленческом, односкоростном, двухтемпературном приближениях, базирующейся на положениях механики многофазных сред [25]. Система уравнений сохранения для фаз смеси в цилиндрических координатах (где  $z$  — ось симметрии и  $r$  — радиус) имеет следующий вид [25]:

— уравнения неразрывности фаз смеси

$$\alpha_1 \frac{d\rho_1}{dt} + \rho_1 \frac{d\alpha_1}{dt} + \alpha_1 \rho_1 \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad \alpha_2 \frac{d\rho_2}{dt} + \rho_2 \frac{d\alpha_2}{dt} + \alpha_2 \rho_2 \operatorname{div} \mathbf{v} = 0,$$

— уравнения движения смеси

$$\rho \frac{dv_r}{dt} + \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad \rho \frac{dv_z}{dt} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0,$$

— законы сохранения энергии фаз смеси

$$\rho_1 \frac{de_1}{dt} + p \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \tag{1}$$

$$\rho_2 \frac{de_2}{dt} + p \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \tag{2}$$

где  $\operatorname{div} \mathbf{v} = \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v_r}{\partial r} + \frac{\partial \rho v_z}{\partial z}$ . Здесь и далее приняты следующие обозначения гидродинамических величин:  $\rho_i$  — текущая плотность;  $\alpha_i = V_i/V$  — объемное содержание;  $V_i$  и  $V$  — удельный объем компонентов и смеси;  $m_i = \rho_i V_i$  и  $m = \rho V$  — масса компонентов и смеси;  $T_i$  — температура  $i$ -й фазы (нижний индекс  $i = 1, 2$  относится к жидкой и газовой фазам соответственно);  $\rho = \rho_1 \alpha_1 + \rho_2 \alpha_2$  и  $\rho_0$  — текущая и начальная средние плотности смеси;  $v_r$  и  $v_z$  — проекции массовой скорости на соответствующие оси;  $p_i(\rho_i, T)$  и  $e_i(\rho_i, T)$  — давление и внутренняя энергия фаз, определяемые с помощью уравнения состояния.

Покажем, что в случае односкоростного, однодавленческого приближений при условии аддитивности по массе внутренней энергии смеси

$$\rho e = \rho_1 \alpha_1 e_1 + \rho_2 \alpha_2 e_2 \Leftrightarrow m e = m_1 e_1 + m_2 e_2 \tag{3}$$

закон сохранения энергии для смеси в форме

$$\rho \frac{de}{dt} + p \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \tag{4}$$

выполняется, если выполнены законы сохранения энергии (1), (2) для каждой фазы.

Дифференцируя (3), получим

$$\frac{d(m e)}{dt} = \frac{d(m_1 e_1)}{dt} + \frac{d(m_2 e_2)}{dt} \Rightarrow m \frac{de}{dt} = m_1 \frac{de_1}{dt} + m_2 \frac{de_2}{dt}.$$

Отсюда следует условие аддитивности внутренней энергии по массе в дифференциальной форме

$$\rho \frac{de}{dt} = \alpha_1 \rho_1 \frac{de_1}{dt} + \alpha_2 \rho_2 \frac{de_2}{dt}. \tag{5}$$

Умножив (1) на  $\alpha_1$ , а (2) на  $\alpha_2$  и суммируя их, получим

$$\alpha_1 \rho_1 \frac{de_1}{dt} + \alpha_2 \rho_2 \frac{de_2}{dt} + p \operatorname{div} \mathbf{v} = 0.$$

С учетом (5) отсюда следует закон сохранения энергии для смеси (4).

В используемом широкодиапазонном уравнении состояния воды [24] при описании термодинамических параметров жидкости давление и энергия представляются в форме Ми–Грюнайзена в виде суммы потенциальной и тепловой составляющих:  $p_1 = p_1^{(p)} + p_1^{(T)}$ ,  $e_1 = e_1^{(p)} + e_1^{(T)}$ . Коэффициент Грюнайзена  $\Gamma(\rho_1)$  не зависит от температуры, теплоемкость жидкости постоянна. Упругие составляющие давления и внутренней энергии описываются потенциалом типа Борна–Майера:

$$p_1^{(p)}(\rho_1) = A \left( \frac{\rho_1}{\rho_{10}} \right)^{-\beta+1} \exp \left[ b \left( 1 - \left( \frac{\rho_1}{\rho_{10}} \right)^{-\beta} \right) \right] - K \left( \frac{\rho_1}{\rho_{10}} \right)^{\xi+1}, \quad \rho_1 = \frac{1}{V_1},$$

$$e_1^{(p)}(\rho_1) = \int_{\rho^\circ}^{\rho} \frac{p_1^{(p)}(\rho_1)}{\rho_1^2} d\rho_1 = \frac{A}{\beta \rho_{10} b} \exp \left[ b \left( 1 - \left( \frac{\rho_1}{\rho_{10}} \right)^{-\beta} \right) \right] - \frac{K}{\xi \rho_{10}} \left( \frac{\rho_1}{\rho_{10}} \right)^{\xi} + e^\circ.$$

Здесь  $A, K, b, \xi, \beta$  — константы;  $e^\circ$  — константа интегрирования для выполнения условия  $e_1^{(p)}(\rho_1^\circ) = 0$  и  $p_1^{(p)}(\rho_1^\circ) = 0$ . Тепловые составляющие определяются следующим образом:  $p_1^{(T)}(\rho_1, T_1) = \Gamma(\rho_1) c_{V1} \rho_1 T_1$ ,  $e_1^{(T)} = c_{V1} T_1$ .

Используемое аналитическое уравнение состояния [24] согласуется с экспериментальными данными по ударной и изотермической сжимаемости в широком диапазоне изменения термодинамических величин. Для газа принимается уравнение состояния совершенного газа в виде

$$p_2 = \rho_2 R T_2 = \rho_2 (\gamma_2 - 1) = c_{V2} T_2.$$

**3. Описание численного метода.** Численная реализация модельных уравнений проводилась на подвижных лагранжевых сетках с использованием конечно-разностных соотношений, полученных на основе естественных аппроксимаций частных производных в соответствии с интегральным определением [23]. Такой подход обеспечивает консервативность схемы. Схема имеет первый порядок точности.

При формировании расчетной области в виде четырехугольной сетки  $j - k$  (рис. 1), движущейся вместе со средой, центрам четырехугольников присваиваются координаты

$$\begin{aligned} 1 &= (j + 1/2, k + 1/2); & 2 &= (j - 1/2, k + 1/2); \\ 3 &= (j - 1/2, k - 1/2); & 4 &= (j + 1/2, k - 1/2). \end{aligned}$$

Для вершин четырехугольников принимаются следующие обозначения:

$$\begin{aligned} 1 &= (j, k); & 2 &= (j + 1, k); \\ 3 &= (j + 1, k + 1); & 4 &= (j, k + 1). \end{aligned}$$

Для задания граничных условий в расчетную область вводятся псевдоячейки [23] (рис. 1).

В начальный момент времени в центрах ячеек задается распределение давления, вычисляются масса и объем смеси и каждой фазы. Из условия сохранения массы ячейки вычисляется относительный объем, соответствующий четырехугольнику 1:

$$V_1^n = \frac{1}{3} \left( \frac{\rho_0}{M} \right)_1 \left[ (r_2^n + r_3^n + r_4^n) A_a^n + (r_1^n + r_2^n + r_4^n) A_b^n \right]_1 = \left( \frac{\rho_0}{\rho^n} \right)_1, \tag{6}$$

где  $A_a$  и  $A_b$  — площади треугольников:

$$\begin{cases} (A_a)_1^n = \frac{1}{2} \left[ z_2^n (r_3^n - r_4^n) + z_3^n (r_4^n - r_2^n) + z_4^n (r_2^n - r_3^n) \right], \\ (A_b)_1^n = \frac{1}{2} \left[ z_2^n (r_4^n - r_1^n) + z_4^n (r_1^n - r_2^n) + z_1^n (r_2^n - r_4^n) \right], \\ (A)_1^n = (A_a)_1^n + (A_b)_1^n. \end{cases}$$

Затем находится масса всей ячейки и каждой фазы:  $m_1 = \rho_{01} \frac{A_1^n}{V_1^n}$ ,  $m_{11} = \rho_{11} \alpha_{11} V_1^n$ ,  $m_{21} = \rho_{21} \alpha_{21} V_1^n$ .

Компоненты скорости вычисляются в узле сетки  $j, k$  на половинном шаге по времени  $t^{n+1/2}$ :

$$\begin{aligned} \dot{z}_{jk}^{n+1/2} &= \dot{z}_{jk}^{n-1/2} + \left( \frac{\Delta t^n}{2\varphi_{jk}^n} \right) \left[ (p_1^n + q_1^n) (r_{II}^n - r_{III}^n) + (p_2^n + q_2^n) (r_{III}^n - r_{IV}^n) + (p_3^n + q_3^n) (r_I^n - r_{II}^n) \right], \\ \dot{r}_{jk}^{n+1/2} &= \dot{r}_{jk}^{n-1/2} + \left( \frac{\Delta t^n}{2\varphi_{jk}^n} \right) \left[ (p_1^n + q_1^n) (z_{II}^n - z_{III}^n) + (p_2^n + q_2^n) (z_{III}^n - z_{IV}^n) + (p_3^n + q_3^n) (z_I^n - z_{II}^n) \right], \\ \varphi_{jk}^n &= \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{\rho_0 A^n}{V^n} \right)_1 + \left( \frac{\rho_0 A^n}{V^n} \right)_2 + \left( \frac{\rho_0 A^n}{V^n} \right)_3 + \left( \frac{\rho_0 A^n}{V^n} \right)_4 \right]. \end{aligned} \tag{7}$$

Здесь координаты узлов следующие: I =  $(j, k - 1)$ ; II =  $(j + 1, k)$ ; III =  $(j, k + 1)$ ; IV =  $(j - 1, k)$ . Далее определяются новые координаты узлов сетки:  $z_{jk}^{n+1} = z_{jk}^n + \dot{z}_{jk}^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2}$ ,  $r_{jk}^{n+1} = r_{jk}^n + \dot{r}_{jk}^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2}$ .

Для нахождения термодинамических параметров смеси, в том числе внутренней энергии фаз, воспользуемся методом, предложенным в работе [26] для одномерных задач, и обобщим его на двумерный

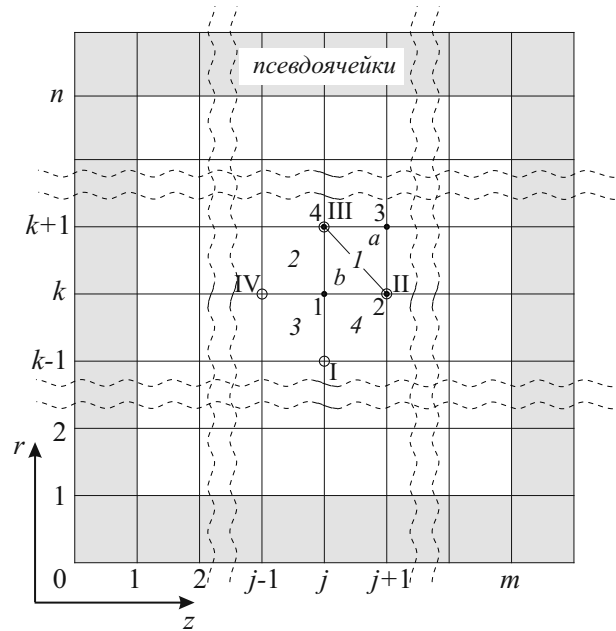


Рис. 1. Схема разбиения расчетной области

случай. Будем отличать ячейки, в которых находится разрыв решения, от ячеек с гладким решением, определяя знак разности скоростей в соседних ячейках [26]. Положим, что в ячейке  $j, k$  находится ударная волна, если  $\dot{r}_{j,k+1} - \dot{r}_{jk} < 0$  либо  $\dot{z}_{j+1,k} - \dot{z}_{jk} < 0$ , и что в этой ячейке находится волна разгрузки, если  $\dot{r}_{j,k+1} - \dot{r}_{jk} \geq 0$  либо  $\dot{z}_{j+1,k} - \dot{z}_{jk} \geq 0$ .

В предположении аддитивности внутренней энергии смеси по массе в случае отсутствия фазовых переходов [27] в рамках односкоростной, однодавленческой модели воспользуемся результатом, полученным выше в (3), (4), из которого следует, что при расчете давления на следующем временном шаге  $t^{n+1}$  объем каждой фазы можно определить в соответствии с индивидуальной адиабатой Гюгонио либо с условием адиабатичности методом поиска корня из уравнения сохранения массы смеси в алгебраической форме [27]. Далее определяются температуры фаз.

Для сглаживания численных осцилляций в разностную схему (7) вводится добавка к давлению в виде искусственной вязкости [23], которая учитывается только при сжатии газожидкостной смеси: если  $\frac{\dot{\rho}_{jk}}{\rho_{jk}} > 0$ , то  $q_1^n = \left( C_0^2 \rho_{0,j,k} \left( \frac{\dot{\rho}_{jk}}{\rho_{jk}} \right)^2 A_{jk}^n \rho_{jk}^n \right)_1$ , где  $C_0^2$  — коэффициент квадратичной вязкости.

На конечном этапе вычислительного цикла находятся объемные содержания фаз:

$$\alpha_{2j,k}^n = \frac{\rho_{jk}^n - \rho_{1j,k}^n}{\rho_{2j,k}^n - \rho_{2j,k}^n}, \quad \alpha_{1j,k}^n = 1 - \alpha_{2j,k}^n.$$

Далее вычислительный цикл повторяется на новом шаге по времени, начиная с вычисления удельного объема (6). Для обеспечения устойчивости численного решения шаг по времени выбирался в соответствии с условием устойчивости, представляющим собой видоизмененную форму условия Неймана–Рихтмайера, где характерная толщина ячейки принимается равной площади ячейки, деленной на длину наибольшей диагонали [23].

Контроль за достоверностью численных расчетов осуществлялся с помощью проверок на сходимость и устойчивость. Сходимость численных методов проверялась на последовательности измельчающихся сеток. Устойчивость схемы по начальным данным проверялась с помощью варьирования амплитуды и формы задаваемого первоначального импульса. В работе [22] было проведено тестирование описанной модели по данным экспериментальной работы ударного сжатия водных пен [4]. Показано, что расчетная амплитуда проходящей ударной волны и время прихода отраженной волны от слоя пены удовлетворительно согласуются с экспериментом. Разработанный вычислительный алгоритм реализован в виде программного продукта на языке Object Pascal в свободной среде разработки Lazarus.

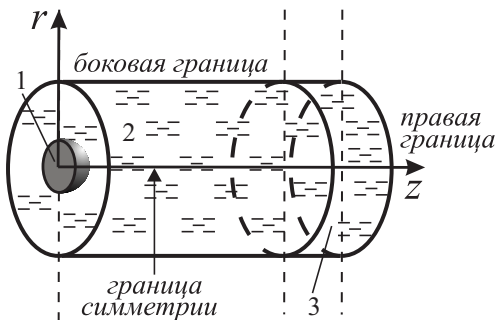


Рис. 2. Расчетная схема задачи

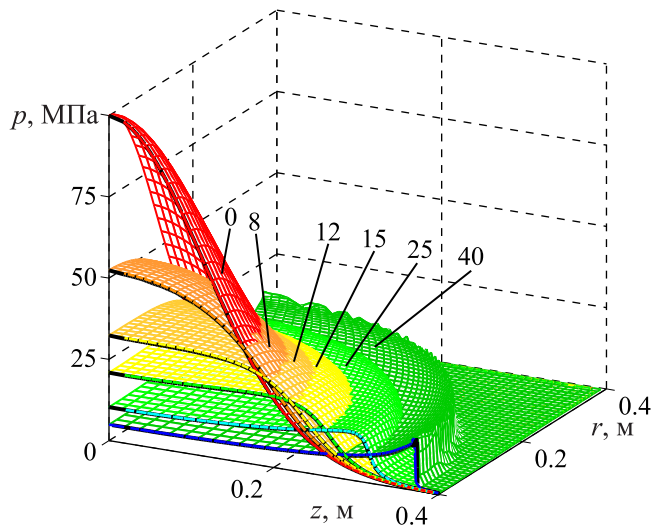


Рис. 3. Сравнение результатов расчетов по распространению волнового импульса в газе по одномерной (черные линии в плоскости  $(z, p)$ ) и двумерной (цветные поверхности) моделям в указанные моменты времени (мкс)

**4. Эволюция волнового импульса при взаимодействии с барьером из водной пены.** Для исследования влияния пространственных эффектов на особенности формирования волновой картины течения в газе, содержащем барьер из водной пены, решалась следующая задача: в цилиндрической области

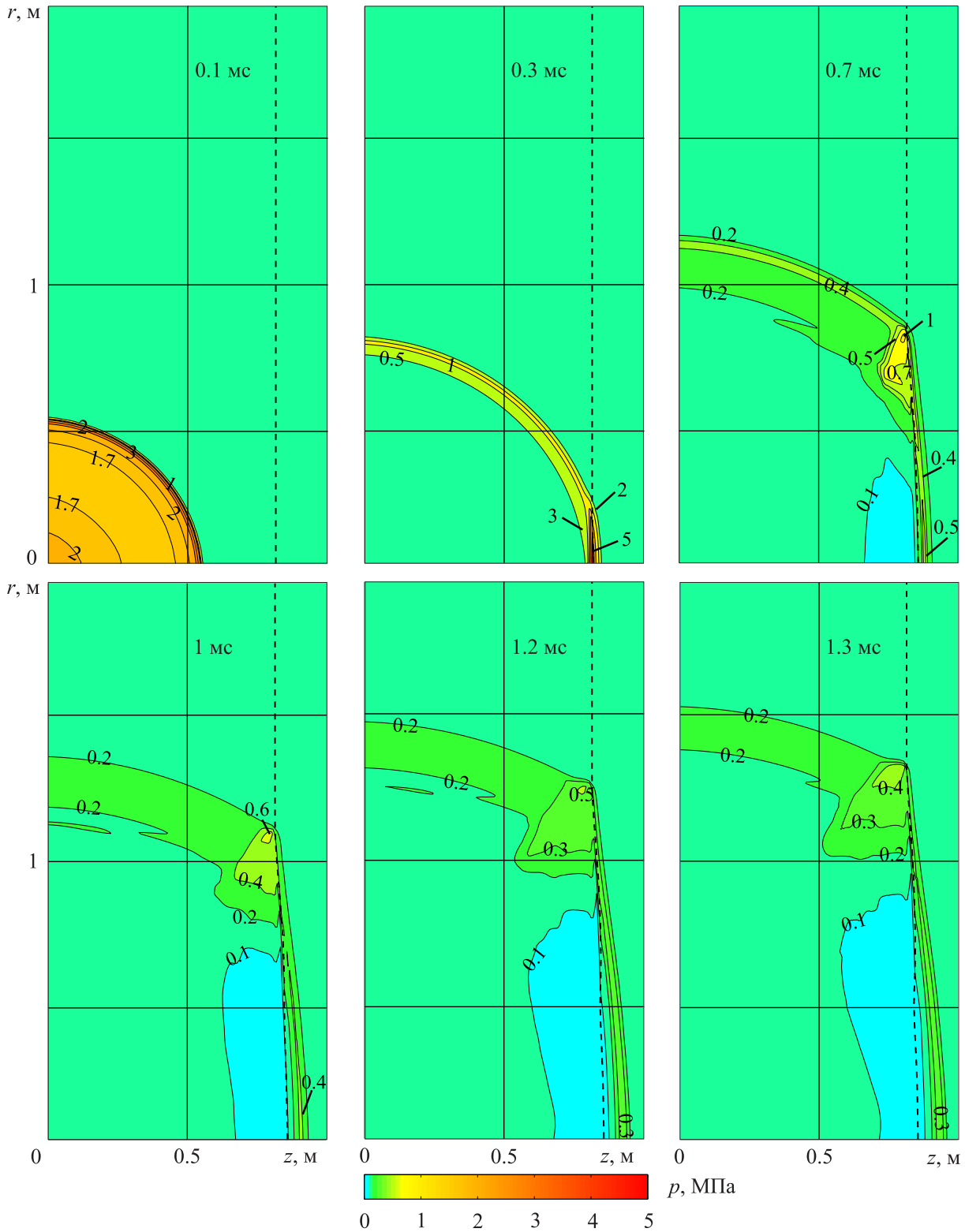


Рис. 4. Динамика взаимодействия импульса давления с пенным слоем ( $\alpha_{l0} = 0.1$ ) в виде поля давлений и изобар (МПа) в указанные моменты времени.

Штриховая линия — граница газовой области с пенным слоем

размером  $r = 2$  м,  $z = 1$  м (рис. 2) в начальный момент времени в зоне 1 задается импульс давления, аппроксимируемый гладкой экспоненциальной функцией вида:

$$p(r, z) = p_0 + \Delta p e^{-(r^2+z^2)/a^2}, \quad (8)$$

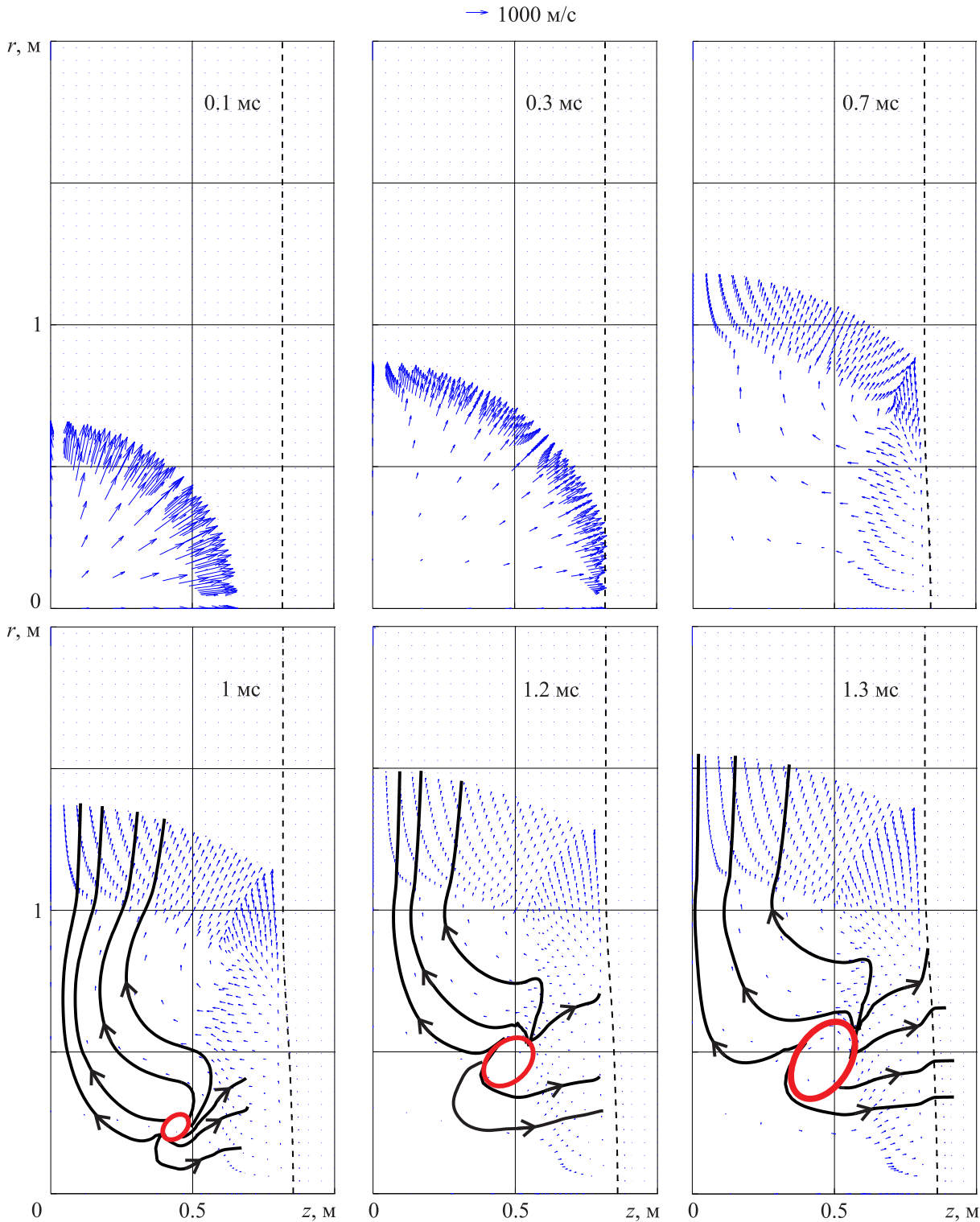


Рис. 5. Динамика поля скоростей  $v$  при взаимодействии импульса давления с пенным слоем ( $\alpha_{10} = 0.1$ ) в указанные моменты времени. Линии тока — черные, области вихря — красные, граница газовой области с пенным слоем — штриховые линии

где  $\Delta p = 100$  МПа и  $a = 0.4$  м. Область 2 заполнена газом (азот). В слое 3 толщиной 0.2 м расположен слой пены с начальным объемным водосодержанием  $\alpha_{10} = 0.1$ . Боковая и правая границы полагаются свободными, левая граница фиксирована. На рис. 3 показана начальная стадия процесса формирования

ударной волны в газе из импульса давления, заданного функцией (8). С течением времени амплитуда давления снижается, фронт головной волны распространяется радиально, имея сферически симметричную конфигурацию (см. рис. 3 при  $t = 8-25$  мкс). В силу пропорционального роста скорости волны при увеличении в ней давления фронт волны постепенно становится круче и к моменту времени 40 мкс формируется ударная волна амплитудой 12 МПа. Для верификации разработанной вычислительной модели проведено сравнение результатов, полученных по двумерной модели, с результатами расчетов по сферически симметричной одномерной модели [25] (см. на рис. 3 линии черного цвета в плоскости  $(z, p)$ ).

На рис. 4 и 5 представлено взаимодействие сформировавшейся воздушной ударной волны с пенным слоем в виде динамики поля давлений (рис. 4) и поля скоростей (рис. 5) в указанные моменты времени. Штриховой линией на рисунках обозначена граница слоя водной пены. Амплитуда давления ударной волны, движущейся к границам области при  $t = 0.1$  мс (рис. 4), составляет 6 МПа, скорость газа в этот момент превышает 1500 м/с (рис. 5). С течением времени амплитуда волны снижается до 1 МПа и скорость уменьшается до 800 м/с (см.  $t = 0.3$  мс на рис. 4 и 5). Когда волновой импульс достигает границы пены и начинается процесс отражения ударной волны от поверхности пены, более плотной по сравнению с газом, происходит увеличение амплитуды давления до 5 МПа. По мере сжатия пенного слоя и, следовательно, увеличения объемного водосодержания до  $\alpha_1 = 0.28$  скорость звука в пене значительно снижается [27], а волна существенно теряет свою скорость. Граница пены в зоне взаимодействия с ударной волной смещается в направлении движения волны, амплитуда давления внутри пенного слоя составляет 0.3 МПа. За фронтом отраженной от границы пены ударной волны при  $t = 0.7$  мс возникает зона разрежения, которая расширяется с течением времени (см. рис. 4 при  $t = 1-1.3$  мс). Взаимодействие отраженной волны с движущимся к боковой границе импульсом приводит к усложнению волновой картины течения. Поскольку пенный слой блокирует распространение ударной волны в направлении оси  $z$ , дальнейшие движения переотраженных импульсов происходят в газовой области вдоль границы пены. Пространственная неоднородность формирующихся внутренних течений за счет отражения ударных волн от границы с пеной сопровождается искривлением фронта ударной волны, ослаблением давления и, как следствие, образованием вихревых течений по аналогии с работой [19], в которой тоже фиксировалось образование вихрей при взаимодействии волнового потока с неоднородным слоем. Действительно, расчеты настоящей работы показали, что формирующееся поле скоростей приводит к образованию вихревой структуры, выделенной на рис. 5 зоной красного цвета при  $t = 1$  мс. Линии тока, представленные на том же рисунке, показывают траектории и направления движения частиц от вихря к фронту ударной волны. К моменту времени  $t = 1.2$  мс вихревая область расширяется и смещается правее к границе пены. При  $t = 1.3$  мс фиксируется дальнейшее расширение зоны вихря и снижение скорости частиц.

**5. Особенности распространения волнового импульса в водной пене.** Для исследования механизмов демпфирования импульсного воздействия в пене решалась следующая задача: в цилиндре с жесткими стенками размерами  $r = 0.5$  м,  $z = 1$  м (рис. 2), заполненном водной пеной с объемным содержанием воды  $\alpha_{l0} = 0.015$  (сухая пена) либо  $\alpha_{l0} = 0.15$  (мокрая пена), в начальный момент времени, как и в предыдущей задаче, в зоне 1 задается импульс давления вида (8).

На рис. 6 показана начальная стадия процесса формирования волновых течений в пене из импульса давления, заданного функцией (8), при объемном содержании жидкости  $\alpha_{l0} = 0.15$ . На этом же рисунке приведено сравнение двумерных расчетов с результатами, полученными по одномерной модели в случае сферической симметрии. При продвижении волны сжатия вглубь пены на фронте волны увеличивается водосодержание, что приводит к существенному замедлению скорости распространения волны [27] по сравнению со скоростью аналогичной волны в газе (см. предыдущую задачу). Кроме того, формирование

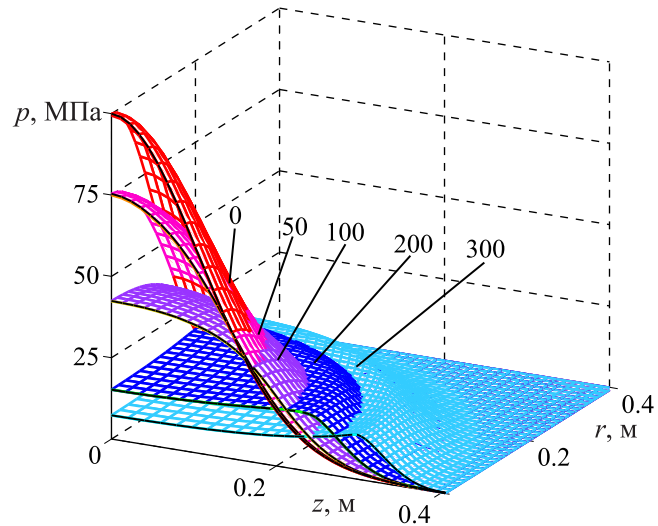


Рис. 6. Сравнение результатов расчетов по распространению волнового импульса в пене с начальным объемным содержанием воды  $\alpha_{l0} = 0.15$  по одномерной (черные линии в плоскости  $(z, p)$ ) и двумерной (цветные поверхности) моделям в указанные моменты времени (мкс)



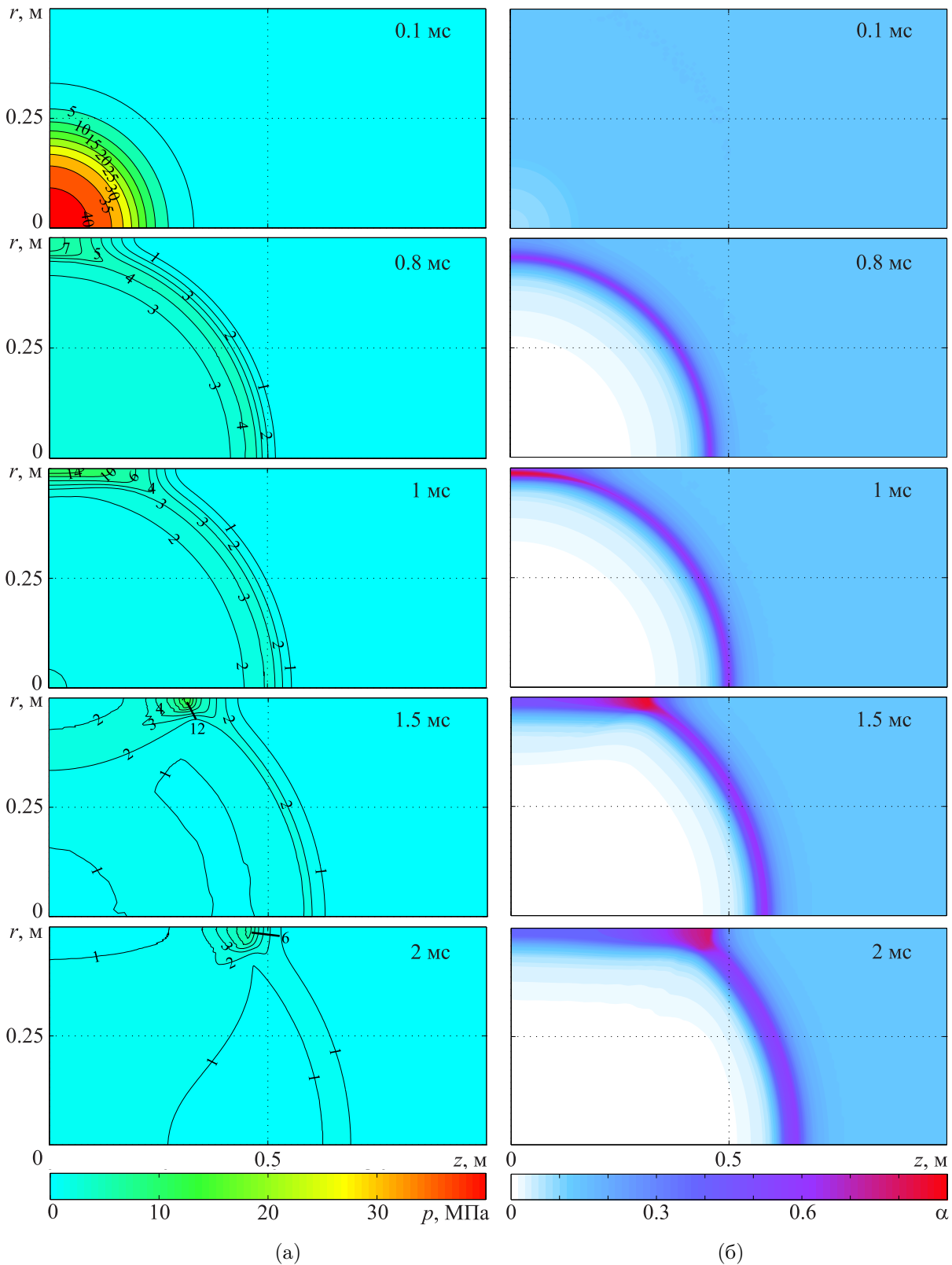


Рис. 7. Динамика поля давлений, изобар (МПа) (а) и водосодержаний (б) в водной пене с начальным объемным содержанием воды  $\alpha_{l0} = 0.15$

профиля волны также имеет особенности: более сжатые участки пены обладают меньшей скоростью звука, а в зонах разгрузки, где водосодержание мало, напротив, скорость звука возрастает [27] и, следовательно, волна разгрузки догоняет головную волну сжатия. Таким образом, указанные причины приводят к ослаб-

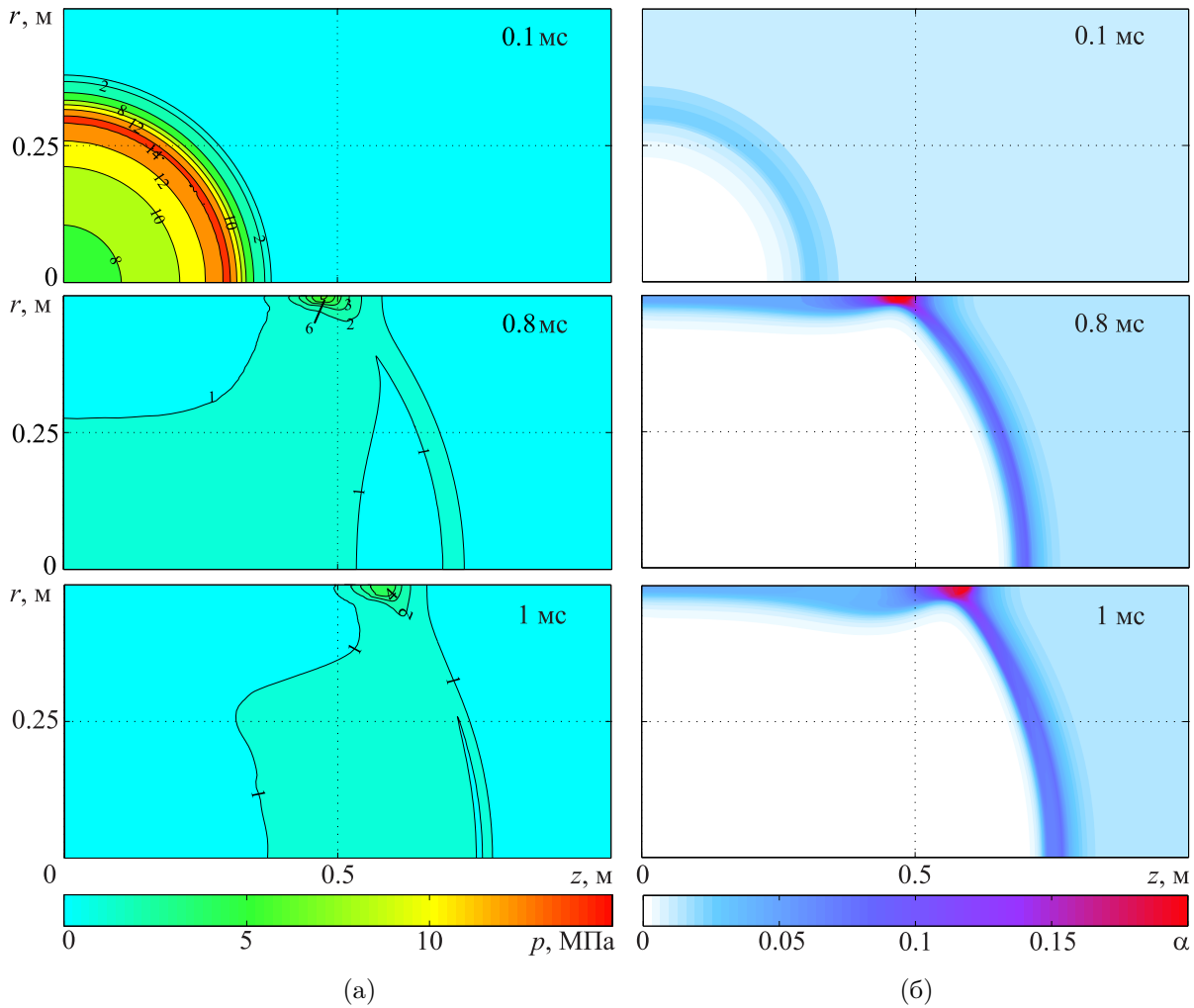


Рис. 8. Динамика поля давлений, изобар (МПа) (а) и водосодержаний (б) в водной пене с начальным объемным содержанием воды  $\alpha_{10} = 0.015$

лению амплитуды давления на фронте волны и ее диссипации: ударная волна в пене в рассматриваемом случае не образуется. Подтверждение предлагаемого объяснения существенного ослабления волнового импульса в пене можно найти в экспериментах, описанных в работе [3], в которой исследовалось ослабление взрывной волны водными пенами. Дальнейшую динамику волновых течений можно проследить по изменению полей давлений и газосодержаний, представленных на рис. 7. Во фронте волны при движении к боковой границе наблюдается рост объемного водосодержания до  $\alpha_1 = 0.6$ , за фронтом образуется зона разрежения с незначительным объемным содержанием воды. К моменту времени 0.8 мс радиально распространяющаяся волна амплитудой 5 МПа достигает боковой границы области и начинается процесс взаимодействия волны с жесткой стенкой и давление на боковой границе в узкой зоне возрастает до 14 МПа, а водосодержание — до  $\alpha_1 = 0.85$  (см. рис. 7 при  $t = 1$  мс). Отраженная от боковой границы волна имеет малую амплитуду давления порядка 2 МПа. Область повышенного давления (12 МПа при  $t = 1.5$  мс) сохраняется только на боковой границе за счет процесса отражения радиальной волны от жесткой стенки. При дальнейшем движении радиальной волны водосодержание на ее фронте составляет  $\alpha_1 = 0.55$ , происходит расширение зоны разрежения за фронтом волны. Область взаимодействия проходящей и отраженной волны движется вдоль боковой границы, давление в ней постепенно снижается. Таким образом, волновой импульс “сдвигает” пену к границам области, оставляя за собой газовую полость, при этом волна существенно теряет свою скорость, фронт волны становится все более пологим и наблюдается диссипация энергии волны.

На рис. 8 приведены распределения давления и газосодержания при распространении аналогичного импульса (8) в пене с начальным водосодержанием  $\alpha_{10} = 0.015$  (сухая пена). Для сравнения выбраны те же моменты времени, что и на рис. 7. Согласно представленным расчетам процесс распространения

волны в более сухой пене идет быстрее, и к моменту времени 0.1 мс уже формируется волна амплитудой 14 МПа; далее начинается процесс отражения от боковой жесткой границы. Скорость волны в сухой пене значительно выше за счет малого объемного водосодержания; следовательно, демпфирующие способности сухой пены ( $\alpha_{10} = 0.015$ ) ниже, чем у мокрой ( $\alpha_{10} = 0.15$ ). Тем не менее, эффективность защитных характеристик сухой пены можно повысить увеличением размеров области, заполненной пеной.

**6. Заключение.** В настоящей статье представлены результаты моделирования и численного исследования пространственных нестационарных задач, связанных с особенностями взаимодействия воздушной ударной волны со слоем водной пены, и эволюции волнового импульса в ограниченных объемах пены различной плотности.

Предлагаемая математическая модель получена на основе двумерной с цилиндрической симметрией модели двухфазной газожидкостной среды, определяемой системой, включающей в себя уравнения неразрывности, движения, сохранения энергии для каждой фазы смеси в односкоростном, однодавленческом, двухтемпературном приближении с использованием широкодиапазонного уравнения состояния, описывающего термодинамические свойства компонент смеси.

Численная реализация проведена на подвижных лагранжевых сетках с использованием конечно-разностных соотношений, полученных естественной аппроксимацией частных производных в соответствии с интегральным определением в предположении аддитивности по массе внутренней энергии смеси. Разработанный вычислительный алгоритм реализован на языке Object Pascal в свободной среде разработки Lazarus. Проведено тестирование предлагаемой модели и получено удовлетворительное согласование расчетов с результатами, проведенными на основе одномерных задач, и с экспериментальными данными по ударному нагружению газожидкостной пены.

Анализ полученных расчетов показал, что взаимодействие воздушной ударной волны с пенным барьером приводит к ее блокировке при распространении вглубь пены и “направляет” ударную волну вдоль границы пенной преграды. Обнаружены зоны образования вихрей, которые явились следствием пространственной неоднородности формирующихся внутренних течений за счет отражения ударных волн от границы с пеной, сопровождающейся искривлением фронта ударной волны и образованием областей пониженного давления.

При исследовании процессов распространения волнового импульса в пене, в отличие от решения аналогичной задачи в газе, показано существенное замедление скорости распространения волны, которая с течением времени не трансформируется в ударную волну. Отмечено, что волновой импульс “сдвигает” пену к боковой твердой границе области, взаимодействие с ней в узкой зоне приводит к усилению давления и водосодержания в пене, фронт радиальной волны размывается, что приводит к диссипации энергии волны, являющейся одним из определяющих факторов эффективности пенных защит.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (р\_поволжье\_а 14-01-97007), Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ-2669.2014.1) и Программы фонда фундаментальных исследований ОЭМПУ РАН (ОЭ-13) Молодежного научно-инновационного конкурса (проект УМНИК-1-13-I N 275).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Britan A., Shapiro H., Liverts M., Chinmayya A., Hadjadj A., Ben-Dor G. Macro-mechanical modelling of blast wave mitigation in foams. Part I: review of available experiments and models // *Shock Waves*. 2013. **23**, N 1. 5–23.
2. Ball G.J., East R.A. Shock and blast attenuation by aqueous foam barriers: influences of barrier geometry // *Shock Waves*. 1999. **9**, N 1. 37–47.
3. Del Prete E., Chinmayya A., Domergue L., Hadjadj A., Haas J.-F. Blast wave mitigation by dry aqueous foams // *Shock Waves*. 2013. **23**, N 1. 39–53.
4. Britan A., Ben-Dor G., Shapiro H., Liverts M., Shreiber I. Drainage effects on shock wave propagating through aqueous foams // *Colloids and Surfaces A: Physicochem. Eng. Aspects*. 2007. **309**, N 1–3. 137–150.
5. Borisov A.A., Gelfand B.E., Kudinov V.M., Palamarchuk B.I., Stepanov V.V., Timofeev E.I., Khomik S.V. Shock waves in water foams // *Acta Astronautica*. 1978. **5**, N 11/12. 1027–1033.
6. Shea J.W., Pater L.L. Foam filled muzzle blast reducing device // United States Patent No. US4454798. 1984.
7. Raspet R., Butler P.B., Yanahi F. The reduction of blast overpressure from aqueous foam in a rigid confinement // *Applied Acoustics*. 1987. **22**, N 1. 35–45.
8. Moxon N.T., Torrance A.C., Richardson S.B. Sound attenuation with foam // United Kingdom Patent No. GB2199869A. 1988.
9. Gettle G.L., Homer V.H. Acoustic/shock wave attenuating assembly // United States Patent No. US5225622. 1993.
10. Британ А.Б., Зиновик И.Н., Левин В.А. Распространение ударных волн по вертикальному столбу пены с градиентом плотности // *Прикладная математика и техническая физика*. 1992. **33**, № 2. 27–32.

11. Британ А.Б., Зиновик И.Н., Левин В.А. Разрушение пены ударными волнами // Физика горения и взрыва. 1992. **28**, № 5. 108–116.
12. Британ А.Б., Зиновик И.Н., Левин В.А., Митичкин С.Ю., Тестов В.Г., Хайбо Ху. Особенности распространения газодинамических возмущений при взаимодействии ударных волн с двухфазными средами пенистой структуры // Журнал технической физики. 1995. **65**, № 7. 19–28.
13. Важенко В.А., Кудинов В.М., Паламарчук Б.И. К вопросу о затухании сильных ударных волн в релаксирующих средах // Физика горения и взрыва. 1984. **20**, № 1. 105–111.
14. Васильев Е.И., Митичкин С.Ю., Тестов В.Г., Хайбо Ху. Численное моделирование и экспериментальное исследование влияния процесса синерезиса на распространение ударных волн в газожидкостной пене // Журнал технической физики. 1997. **67**, № 11. 1–9.
15. Васильев Е.И., Митичкин С.Ю., Тестов В.Г., Хайбо Ху. Динамика давления при ударном нагружении газожидкостных пен // Журнал технической физики. 1998. **68**, № 7. 19–23.
16. Ждан С.А. Численное моделирование взрыва заряда ВВ в пене // Физика горения и взрыва. 1990. **26**, № 2. 103–110.
17. Суров В.С. Сравнительный анализ двух моделей пены // Физика горения и взрыва. 1995. **31**, № 3. 22–28.
18. Киселев С.П., Киселев В.П. Подъем частиц пыли за отраженной ударной волной, скользящей над слоем частиц // Прикладная механика и техническая физика. 2001. **42**, № 5. 8–15.
19. Коротеева Е.Ю., Иванов И.Э., Знаменская И.А. Развитие турбулентности за фронтом ударной волны при ее движении по неоднородной области // Письма в ЖТФ. 2012. **38**, № 11. 46–52.
20. Дьяченко С.В. Разработка пакета программ для трехмерного численного моделирования многофазных многокомпонентных течений в атомной энергетике // Вычислительные методы и программирование. 2014. **15**. 162–182.
21. Болотнова Р.Х., Агишева У.О. Особенности распространения ударных волн в водных пенах с неоднородной плотностью // Сборник трудов Института механики УНЦ РАН. 2012. Вып. 9. 41–46.
22. Агишева У.О. Воздействие ударных волн на пузырьковые и пенные структуры в двумерных осесимметричных объемах // Вестник Башкирского университета. 2013. **18**, № 3. 640–645.
23. Олдер Б., Фербах С., Ротенберг М. Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967.
24. Нигматуллин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Упрощенная форма // Теплофизика высоких температур. 2011. **49**, № 2. 310–313.
25. Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987.
26. Куропатенко В.Ф., Мустафин В.К. Методика расчета нестационарных течений в многокомпонентных неравновесных смесях веществ // Вестник Челябинского университета. 1997. **6**, № 1. 97–102.
27. Агишева У.О., Болотнова Р.Х., Бузина В.А., Галимзянов М.Н. Параметрический анализ режимов ударно-волнового воздействия на газожидкостные среды // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2013. № 2. 15–28.

Поступила в редакцию  
01.06.2014

---

## Spatial Modeling of Water Foam Dynamics with Moving Lagrangian Grids under Shock Wave Impact

R. Kh. Bolotnova<sup>1</sup> and U. O. Agisheva<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Mavlutov Institute of Mechanics, Ufa Branch of Russian Academy of Sciences; prospekt Oktyabrya 71, Ufa, 450054, Russia; Dr. Sci., Leading Scientist, e-mail: bolotnova@anrb.ru

<sup>2</sup> Mavlutov Institute of Mechanics, Ufa Branch of Russian Academy of Sciences; prospekt Oktyabrya 71, Ufa, 450054, Russia; Junior Scientist, e-mail: agisheva\_u@mail.ru

Received June 1, 2014

**Abstract:** The dynamic processes of wave pulse propagation in an aqueous foam and the air shock wave interaction with the foam barrier are numerically modeled and studied. The proposed method of solution is based on a two-phase gas-liquid mixture model using a wide-range state equation for describing the thermodynamic properties of mixture components. The shock-capturing method with moving Lagrangian grids is used, which allows one to simplify the numerical analysis of two-phase shock-wave flows. The two-dimensional axisymmetric model is verified by comparison with the numerical results obtained on the basis of the spherically symmetric one-dimensional model. The flow regimes causing the air shock wave blocking by foam barriers, followed by

the formation of vortex structures, are analyzed. The efficiency and features of foam damping properties are discussed.

**Keywords:** pressure pulse, gas-liquid foam, two-phase model, spatial problems, numerical simulation, moving Lagrangian grids, two-phase wave flows.

### References

1. A. Britan, H. Shapiro, M. Liverts, et al., "Macro-Mechanical Modelling of Blast Wave Mitigation in Foams. Part I: Review of Available Experiments and Models," *Shock Waves* **23** (1), 5–23 (2013).
2. G. J. Ball and R. A. East, "Shock and Blast Attenuation by Aqueous Foam Barriers: Influences of Barrier Geometry," *Shock Waves* **9** (1), 37–47 (1999).
3. E. Del Prete, A. Chinnayya, L. Domergue, et al., "Blast Wave Mitigation by Dry Aqueous Foams," *Shock Waves* **23** (1), 39–53 (2013).
4. A. Britan, G. Ben-Dor, H. Shapiro, et al., "Drainage Effects on Shock Wave Propagating through Aqueous Foams," *Colloids Surf. A: Physicochem. Eng. Aspects* **309**, Nos. 1–3, 137–150 (2007).
5. A. A. Borisov, B. E. Gelfand, V. V. Kudinov, et al., "Shock Waves in Water Foams," *Acta Astronaut.* **5** (11/12), 1027–1033 (1978).
6. J. W. Shea and L. L. Pater, *Foam Filled Muzzle Blast Reducing Device*, United States Patent No. US 4,454,798 (1984).
7. R. Raspet, P. B. Butler, and F. Yanahi, "The Reduction of Blast Overpressure from Aqueous Foam in a Rigid Confinement," *Appl. Acoust.* **22** (1), 35–45 (1987).
8. N. T. Moxon, A. C. Torrance, and S. B. Richardson, *Sound Attenuation with Foam*, United Kingdom Patent No. GB 2,199,869 A (1988).
9. G. L. Gettle and V. H. Homer, *Acoustic/Shock Wave Attenuating Assembly*, United States Patent No. US 5,225,622 (1993).
10. A. B. Britan, I. N. Zinovik, and V. A. Levin, "Shock-Wave Propagation through a Vertical Foam Column with a Density Gradient," *Zh. Prikl. Mekh. Tekh. Fiz.* **33** (2), 27–32 (1992) [*J. Appl. Mech. Tech. Phys.* **33** (2), 166–170 (1992)].
11. A. B. Britan, I. N. Zinovik, and V. A. Levin, "Breaking up Foam with Shock Waves," *Fiz. Goreniya Vzryva* **28** (5), 108–116 (1992) [*Combust., Expl., Shock Waves* **28** (5), 550–557 (1992)].
12. A. B. Britan, I. N. Zinovik, V. A. Levin, et al., "Features of the Distribution of Gasdynamic Disturbances in the Interaction of Shock Waves with Two-Phase Media in a Foam Structure," *Zh. Tekh. Fiz.* **65** (7), 19–28 (1995).
13. V. A. Vakhnenko, V. M. Kudinov, and B. I. Palamarchuk, "Damping of Strong Shocks in Relaxing Media," *Fiz. Goreniya Vzryva* **20** (1), 105–111 (1984) [*Combust., Expl., Shock Waves* **20** (1), 97–103 (1984)].
14. E. I. Vasil'ev, S. Yu. Mitichkin, V. G. Testov, and Khu Khaibo, "Numerical Simulation and Experimental Research on the Effect of Syneresis on the Propagation of Shock Waves in a Gas-Liquid Foam," *Zh. Tekh. Fiz.* **67** (11), 1–9 (1997) [*Tech. Phys.* **42** (11), 1241–1248 (1997)].
15. E. I. Vasil'ev, S. Yu. Mitichkin, V. G. Testov, and Hu Haibo, "Pressure Dynamics during Shock Loading of Aqueous Foams," *Zh. Tekh. Fiz.* **68** (7), 19–23 (1998) [*Tech. Phys.* **43** (7), 761–765 (1998)].
16. S. A. Zhdan, "Numerical Modeling of the Explosion of a High Explosive (HE) Charge in Foam," *Fiz. Goreniya Vzryva* **26** (2), 103–110 (1990) [*Combust., Expl., Shock Waves* **26** (2), 221–227 (1990)].
17. V. S. Surov, "Comparative Analysis of Two Foam Models," *Fiz. Goreniya Vzryva* **31** (3), 22–28 (1995) [*Combust., Expl., Shock Waves* **31** (3), 291–296 (1995)].
18. S. P. Kiselev and V. P. Kiselev, "Lifting of Dust Particles behind a Reflected Shock Wave Sliding above a Particle Layer," *Zh. Prikl. Mekh. Tekh. Fiz.* **42** (5), 8–15 (2001) [*J. Appl. Mech. Tech. Phys.* **42** (5), 741–747 (2001)].
19. E. Yu. Koroteeva, I. E. Ivanov, and I. A. Znamenskaya, "The Development of Turbulence Behind a Shock Wave Front Moving in an Inhomogeneous Region," *Pis'ma Zh. Tekh. Fiz.* **38** (11), 46–52 (2012) [*Tech. Phys. Lett.* **38** (6), 519–522 (2012)].
20. S. V. Dyachenko, "Development of a Software Package for 3D Modeling of Multiphase Multicomponent Flows in Nuclear Power Engineering," *Vychisl. Metody Programm.* **15**, 162–182 (2014).
21. R. Kh. Bolotnova and U. O. Agisheva, "Features of the Propagation of Shock Waves in Water Foam with Inhomogeneous Density," *Tr. Inst. Mekh. im. R.R. Mavlutova, Ufa Branch Akad. Nauk*, No. 9, 41–46 (2012).
22. U. O. Agisheva, "Shock Wave Impact on the Bubble and Foam Structures in Two-Dimensional Axisymmetric Volumes," *Vestn. Bashkir. Univ.* **18** (3), 640–645 (2013).

23. B. Alder, S. Fernbach, and M. Rotenberg, *Computing Methods in Fluid Dynamics* (Academic, New York, 1964).
24. R. I. Nigmatulin and R. Kh. Bolotnova, "Wide-Range Equation of State of Water and Steam: Simplified Form," *Teplofiz. Vys. Temp.* **49** (2), 310–313 (2011) [*High Temp.* **49** (2), 303–306 (2011)].
25. R. I. Nigmatulin, *Dynamics of Multiphase Media* (Nauka, Moscow, 1987; Hemisphere, Washington, 1991), Vol. 1–2.
26. V. F. Kuropatenko and V. K. Mustafin, "A Method for Calculating Unsteady Flows in Multi-Component Nonequilibrium Mixtures of Media," *Vestn. Chelyab. Univ.* **6** (1), 97–102 (1997).
27. U. O. Agisheva, R. Kh. Bolotnova, V. A. Buzina, and M. N. Galimzyanov, "Parametric Analysis of the Regimes of Shock-Wave Action on the Gas–Liquid Media," *Izv. Akad. Nauk, Mekh. Zhidk. Gaza*, No. 2, 15–28 (2013) [*Fluid Dyn.* **48** (2), 151–162 (2013)].