

УДК 51.72, 550.34

doi 10.26089/NumMet.v16r112

СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДИФИКАЦИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ БЛОКОВОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ И СЕЙСМИЧНОСТИ ЛИТОСФЕРЫ

Л. А. Мельникова¹, В. Л. Розенберг²

Представлено краткое описание последней версии сферической блоковой модели, в которой рассмотрены возможности учета случайных факторов, существенным образом влияющих на динамику модельных параметров. Протестировано два варианта введения стохастической компоненты в процедуры вычисления сил, действующих на блок и фактически определяющих модельные землетрясения: во-первых, “зашумление” дифференциальных уравнений, описывающих динамику упругих сил и неупругих смещений, и во-вторых, использование случайных величин при задании порогов прочности среды тектонических разломов. Проведенные вычислительные эксперименты продемонстрировали перспективность внедрения стохастики в модель.

Ключевые слова: блоковые модели динамики литосферы и сейсмичности, искусственные каталоги землетрясений, масштабируемость параллельных алгоритмов.

1. Введение. Необходимость моделирования сейсмичности. Статистический анализ сейсмичности как пространственно-временной последовательности землетрясений на основе каталогов зарегистрированных событий крайне затруднен ввиду короткой истории надежных инструментальных наблюдений. Явления, обнаруженные в реальных каталогах землетрясений, могут быть единичными и не повторяться в будущем. Искусственные же каталоги, полученные путем численного моделирования, могут покрывать длительные интервалы времени, что позволяет анализировать значимость исследуемых свойств сейсмического потока, в частности, выявлять/подтверждать закономерности, предшествующие сильным толчкам. Такого рода каталоги востребованы в экспертных системах мониторинга регионального и глобального сейсмического риска [1, 2].

Основным результатом моделирования сейсмичности литосферы является искусственный каталог землетрясений, в котором каждое событие характеризуется моментом времени, координатами эпицентра, глубиной, магнитудой и интенсивностью; в некоторых моделях учитывается геологическое строение региона. Моделирование динамики земной коры предполагает получение поля скоростей движения точек на разных глубинах, поля действующих сил, обусловленных ими смещений, а также характера взаимодействия структурных элементов. До сих пор не существует адекватной теории сейсмотектонического процесса, но на основе имеющихся данных можно предположить, что различные свойства литосферы (пространственная неоднородность, иерархическая блоковая структура, типы нелинейной реологии, гравитационные и термодинамические процессы, коррозия под напряжением и др.) соотносятся со свойствами последовательностей землетрясений. Устойчивость этих свойств на количественном уровне в различных регионах позволяет сделать вывод, что литосферу можно моделировать как большую диссипативную систему, поведение которой не зависит существенно от частных деталей конкретных процессов, протекающих в геологической системе.

Среди различных подходов к моделированию литосферных процессов (см. [1] и библиографию к ней) можно выделить два основных направления. Первое, традиционное, направление опирается на детальное исследование одного специфического тектонического разлома или, нередко, одного конкретного сильного землетрясения с целью воспроизведения определенных пре- и/или постсейсмических явлений, характерных для данного разлома или события. Модели второго направления, предложенные относительно недавно, трактуют сейсмотектонический процесс гораздо более абстрактно; основной задачей моделирования является получение универсальных свойств сейсмичности, обнаруженных эмпирическим путем (прежде всего, степенного закона распределения “размера” событий, а именно закона повторяемости Гутенберга–Рихтера, кластеризации, миграции событий, сейсмического цикла и др.). Представляется, однако, что

¹ Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения РАН (УрО РАН), ул. С. Ковалевской, 16, 620990, Екатеринбург; гл. программист, e-mail: meln@imm.uran.ru

² Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения РАН (УрО РАН), ул. С. Ковалевской, 16, 620990, Екатеринбург; ст. науч. сотр., e-mail: rozen@imm.uran.ru

адекватная модель, разрабатываемая в рамках второго направления, должна не только отражать некоторые общие свойства нелинейных динамических систем, но и учитывать геометрию взаимодействующих тектонических разломов.

Блоковые модели динамики и сейсмичности литосферы [2, 3] разрабатывались с учетом этих двух требований. Подход к моделированию опирается на концепцию иерархической блоковой структуры литосферы [3]. Тектонические плиты представляются в виде системы абсолютно жестких блоков, находящейся в состоянии квазистатического равновесия; при этом модельное событие представляет собой резкий сброс напряжений, возникающих на разломах, разделяющих блоки, под действием внешних сил. Два главных механизма, включенных в сеймотектонический процесс, — это тектоническое нагружение с характеристической скоростью в несколько см/год и перераспределение упругого напряжения с характеристической скоростью в несколько км/с, которые рассматриваются в модели в стандартной временной шкале как, соответственно, равномерное движение и мгновенный сброс напряжения. Волновые процессы остаются вне рамок существующих блоковых моделей. Плоская модель [2, 3], в которой структура ограничена двумя горизонтальными плоскостями, является наиболее изученной; на ее основе построены аппроксимации реальных сейсмических регионов [2, 4, 5]. Однако при попытке моделирования динамики глобальных тектонических плит обнаруживаются существенные неточности, для преодоления которых введена сферическая геометрия. Компьютерная реализация сферического варианта требует гораздо больше памяти и времени работы процессора, чем плоская блоковая модель. В этой связи для работы со сферической модификацией используются многопроцессорные машины и параллельные вычислительные технологии.

В настоящей статье представлены новые результаты, полученные в задаче численного моделирования динамики и сейсмичности литосферы на основе разработанной авторами сферической блоковой модели. Фактически работа является продолжением исследований [6–9]; ее новизна состоит в описании дополнительных возможностей математической модели, связанных с введением элементов стохастики, и в презентации результатов инспирированных ими вычислительных экспериментов.

2. Сферическая блоковая модель. Версия с элементами стохастики. Приведем краткое описание последней версии сферической блоковой модели. Подробное описание всех модификаций сферической блоковой модели динамики и сейсмичности литосферы приведено в [6], поэтому в данной работе ограничимся изложением основных понятий и принципов, подчеркивая упомянутые выше нововведения.

Блоковая структура является ограниченной и односвязной частью шарового слоя глубиной H , заключенного между двумя концентрическими сферами, одна из которых (внешняя) интерпретируется как поверхность Земли, другая (внутренняя) — как нижняя граница упругой литосферы. Разделение структуры на блоки определяется пересекающими этот слой бесконечно тонкими разломами, каждый из которых представляет собой коническую поверхность, наклоненную под определенным углом к внешней сфере. Общие точки двух разломов на внешней и внутренней сферах называются вершинами. Участки разломов, ограниченные соответствующими парами соседних вершин, называются сегментами. Пересечения блока с ограничивающими сферами представляют собой сферические многоугольники, при этом пересечение с нижней (для блока) сферой называется подошвой. Предполагается, что вне блоковой структуры могут находиться граничные блоки, примыкающие к внешним сегментам. Другая возможность состоит в рассмотрении блоковой структуры, замкнутой на сфере.

Блоки считаются абсолютно жесткими, все их смещения — бесконечно малыми по сравнению с линейными размерами, поэтому геометрия блоковой структуры не меняется в процессе моделирования и структура не движется как единое целое. Гравитационными силами можно пренебречь, так как они слабо зависят от смещений блоков и блоковая структура в начальный момент времени находится в состоянии квазистатического равновесия. Блоки (в том числе и граничные) имеют шесть степеней свободы. Смещение каждого блока состоит из поступательной и вращательной компонент. Предполагается, что законы движения граничных блоков и подстилающей среды известны, при этом движение описывается как вращение на сфере, т.е. задаются положение оси вращения и угловая скорость.

Разработано несколько модификаций модели, зависящих от способа трактовки глубины сферического слоя [6]. В первой модификации модели (без глубины) считалось, что все характеристики точек структуры определяются только их координатами и не зависят от глубины сферического слоя, поскольку эта глубина значительно меньше линейных размеров блоков. Главное преимущество модификации состоит в значительной экономии времени счета при моделировании, что весьма важно при большом количестве запусков расчетных программ в экспериментах по вариации того или иного параметра; основной недостаток — невозможность учета углов наклона разломов, фактически определяющих характер сейсмичности, и других свойств неоднородной литосферы. Появившаяся позже модификация с постоянной глубиной использовала предположение об однородности литосферы по глубине (все блоки имели одну и

ту же глубину H , а свойства всех частей блока (разлома) были одинаковыми). Модификация, используемая в настоящее время, предусматривает возможность задания различных глубин (в пределах H) для разных блоков и учета зависимости вязкоупругих свойств разлома от его глубины. Отметим, что по существу это является первой попыткой учета неоднородности литосферы (например, различий в строении континентальной и океанической коры и уменьшения вязкости коры с глубиной) в блоковых моделях.

В новой версии модели рассмотрены две схемы введения стохастической компоненты в процедуры вычисления сил, действующих на блок и фактически определяющих модельные землетрясения: во-первых, “зашумление” дифференциальных уравнений, описывающих динамику сил и смещений, и во-вторых, использование случайных величин при задании порогов прочности среды тектонических разломов.

Поскольку блоки являются абсолютно жесткими, все деформации имеют место на разломах и подошвах блоков; силы возникают на подошвах из-за смещения блоков относительно подстилающей среды и на поверхностях ограничивающих их разломов из-за смещений соседних блоков или их подстилающей среды. Приведем формулы для определения упругой силы (f_t, f_l, f_n) , действующей на единицу площади разлома:

$$f_t(\tau) = K_t(\Delta_t(\tau) - \delta_t(\tau)), \quad f_l(\tau) = K_l(\Delta_l(\tau) - \delta_l(\tau)), \quad f_n(\tau) = K_n(\Delta_n(\tau) - \delta_n(\tau)). \quad (1)$$

Здесь τ — время; (t, l, n) — система координат, связанная с точкой приложения силы (оси t и l лежат в плоскости, касательной к поверхности разлома, ось n ей перпендикулярна); $\Delta_t, \Delta_l, \Delta_n$ — компоненты относительного смещения в системе (t, l, n) : (а) соседних блоков в случае, если точка принадлежит части разлома, разделяющей блоки, и (б) блока и подстилающей среды соседнего блока в случае, если точка принадлежит части разлома, отделяющей блок от подстилающей среды соседнего блока; $\delta_t, \delta_l, \delta_n$ — соответствующие неупругие смещения, зависимость от времени которых описывается линейными стохастическими дифференциальными уравнениями вида

$$\begin{aligned} d\delta_t(\tau) &= W_t K_t (\Delta_t(\tau) - \delta_t(\tau)) d\tau + \lambda_t d\xi_t(\tau), \\ d\delta_l(\tau) &= W_l K_l (\Delta_l(\tau) - \delta_l(\tau)) d\tau + \lambda_l d\xi_l(\tau), \\ d\delta_n(\tau) &= W_n K_n (\Delta_n(\tau) - \delta_n(\tau)) d\tau + \lambda_n d\xi_n(\tau). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь ξ_t, ξ_l, ξ_n — стандартные независимые скалярные винеровские процессы (т.е. выходящие из нуля, имеющие нулевое математическое ожидание и дисперсию, равную τ); коэффициенты $\lambda_t, \lambda_l, \lambda_n$ отвечают за амплитуду случайных воздействий. Единственным решением каждого из уравнений (2), понимаемых в смысле Ито, является нормальный марковский случайный процесс с непрерывными реализациями [10]. Коэффициенты K_t, K_l, K_n в (1) и (2), характеризующие упругие свойства разлома, и коэффициенты W_t, W_l, W_n в (2), характеризующие вязкие свойства разлома, могут быть различными для разных разломов и, кроме того, могут изменяться в зависимости от глубины.

В начальный момент времени $\tau = 0$ смещения и силы, вычисляемые согласно (1) и (2), имеют нулевые значения; фактически источником движения модельной структуры является движение подстилающей среды и граничных блоков (если они имеются), определяющее динамику относительных смещений (типа $\Delta_t, \Delta_l, \Delta_n$) как на разломах, так и на подошвах блоков.

Аналогично (1) и (2) выглядят формулы для вычисления сил и неупругих смещений на подошвах блоков. Смещения любого внутреннего блока и углы его поворотов находятся из условия равенства нулю суммы всех сил, действующих на блок, и суммарного момента этих сил. Это условие обеспечивает состояние квазистатического равновесия системы и одновременно является условием минимума энергии. Поскольку в рассматриваемой модели зависимость сил от смещений и поворотов блоков является линейной (явные формулы опущены ввиду их громоздкости), то система уравнений для определения этих величин тоже линейна и имеет вид

$$Aw = b. \quad (3)$$

Компонентами неизвестного вектора $w = (w_1, w_2, \dots, w_{6n})$ являются смещения и углы поворота внутренних блоков (n — число таких блоков). Элементы матрицы A (размерности $6n \times 6n$) не зависят от времени и могут быть вычислены один раз в начале процесса. При реалистичных значениях параметров модели матрица A является невырожденной; система (3) имеет единственное решение. Для подсчета различных криволинейных интегралов выполняется дискретизация (разбиение на ячейки) сферической поверхности подошв блоков и сегментов разломов, при этом предполагается, что значения сил и неупругих смещений совпадают для всех точек ячейки. Система (3) решается в дискретные моменты времени τ_i .

В каждый момент τ_i при вычислении компонент силы, действующей на разломе, определяется безразмерная величина κ , трактуемая как модельное напряжение:

$$\kappa = \frac{\sqrt{f_t^2 + f_l^2}}{P - f_n}. \quad (4)$$

Здесь P — одинаковый для всех разломов параметр, который может интерпретироваться как разность между литостатическим и гидростатическим давлением. Таким образом, фактически величина κ является отношением модуля силы, стремящейся сдвинуть блоки вдоль разлома, к модулю силы, прижимающей блоки друг к другу. Для каждого разлома задаются значения трех порогов прочности, зависящих, вообще говоря, от времени: $B > H_f \geq H_s$,

$$B = B(\tau_i) = B_0(\tau_i) + \sigma X(\tau_i), \quad H_f = H_f(\tau_i) = aB(\tau_i), \quad H_s = H_s(\tau_i) = bB(\tau_i). \quad (5)$$

Для всех i выполняется: $0 < B_0(\tau_i) \ll 1$, $0 < \sigma \ll 1$, $X(\tau_i)$ — случайная величина, распределенная по стандартному нормальному закону $N(0; 1)$, $0 < a < 1$, $0 < b \leq a$. Предполагается, что начальные условия таковы, что неравенство $\kappa < B$ имеет место во всех ячейках структуры.

Взаимодействие между блоками (между блоком и соседней подстилающей средой) полагается вязкоупругим (нормальное состояние) до тех пор, пока величина κ в (4) на части разлома, разделяющего элементы структуры, не достигает заданного порога B . Такая ситуация интерпретируется как землетрясение. В ячейках, попавших в “критическое” состояние, в соответствии с законом сухого трения происходит резкий сброс напряжения посредством изменения значений неупругих смещений δ_t , δ_l , δ_n по формулам

$$\delta_t^e = \delta_t + \gamma^e \xi_t f_t, \quad \delta_l^e = \delta_l + \gamma^e f_l, \quad \delta_n^e = \delta_n + \gamma^e \xi_n f_n, \quad (6)$$

где δ_t , f_t , δ_l , f_l , δ_n , f_n — значения неупругих смещений и компонент вектора силы непосредственно перед землетрясением. Коэффициенты $\xi_t = K_l/K_t$ ($\xi_t = 0$ при $K_t = 0$) и $\xi_n = K_l/K_n$ ($\xi_n = 0$ при $K_n = 0$) отражают предположение о неоднородности смещений в разных направлениях в том смысле, что одно и то же значение упругой силы приводит к различным скоростям изменения различных неупругих смещений. Коэффициент γ^e задается формулой

$$\gamma^e = \frac{\sqrt{f_t^2 + f_l^2} - H_f(P - f_n)}{K_l \sqrt{f_t^2 + f_l^2} + K_n H_f \xi_n f_n}, \quad (7)$$

при этом для нового значения модельного напряжения κ справедливо равенство $\kappa = H_f$, что следует из (1), (4)–(7). После описанных выше пересчетов находится правая часть системы (3), затем определяются векторы сдвига и углы поворота блоков. Если вновь в какой-либо ячейке $\kappa \geq B$, то вся процедура повторяется. Когда во всех ячейках на разломах $\kappa < B$, вычисления продолжаются по обычной схеме.

Считается, что ячейки, в которых произошли землетрясения, находятся в состоянии крипа. Это означает, что для них в уравнениях (2) для вычисления значений неупругих смещений используются параметры W_t^s ($W_t^s \gg W_t$), W_l^s ($W_l^s \gg W_l$) и W_n^s ($W_n^s \gg W_n$), обеспечивающие значительно более быстрый, по сравнению с нормальным состоянием, рост неупругих смещений и, следовательно, уменьшение значений сил и напряжений. Состояние крипа продолжается до тех пор, пока $\kappa > H_s$, после чего ячейка возвращается в нормальное состояние с использованием при расчетах W_t , W_l и W_n . Качественный характер зависимости величины κ , взятой в некоторой ячейке разлома, от времени в случае переменных значений порогов прочности (5) (B^1 , H_f^1 , H_s^1 в момент τ_i ; B^2 , H_f^2 , H_s^2 в момент τ_j) показан на рис. 1.

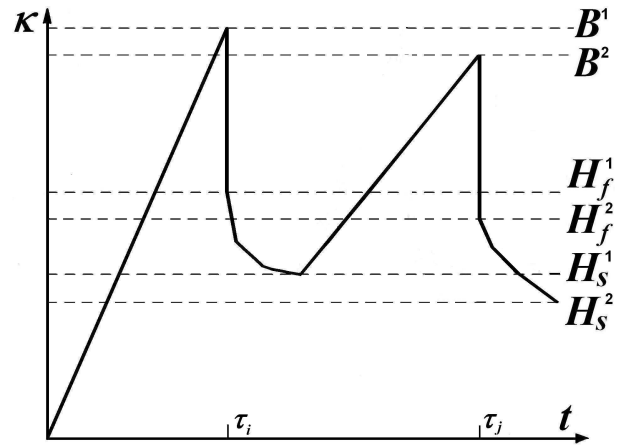


Рис. 1. Зависимость величины κ от времени

Основным результатом процесса моделирования является искусственный каталог землетрясений. Принадлежащие одному разлому ячейки, в которых произошло землетрясение в момент времени τ_i , объединяются в одно событие. Географические координаты его эпицентра и глубина вычисляются как взвешенные

суммы координат и глубин ячеек (вес ячейки определяется как отношение ее площади к сумме площадей всех ячеек, вовлеченных в землетрясение). Взвешенная сумма векторов $(\gamma^e \xi_t f_t, \gamma^e f_l)$ добавок к неупругим смещениям δ_t и δ_l при пересчете по формулам (6) аппроксимирует случившуюся подвижку блоков вдоль разлома и позволяет определить механизм модельного события. Механизм землетрясения — важная его характеристика, информирующая о процессе распространения различных сейсмических волн от очага. В зависимости от направления подвижки и угла наклона разлома принято выделять следующие основные механизмы: сдвиг, сброс и взброс [11]. В текущей версии модели магнитуда землетрясения вычисляется в зависимости от его механизма с использованием известных в сейсмологии эмпирических формул [12] $M = D \log S + E$, где S — сумма площадей ячеек (в км²), $D = 1.02$, $E = 3.98$ для сдвига, $D = 1.02$, $E = 3.93$ для сброса, $D = 0.90$, $E = 4.33$ для взброса.

В каждый момент времени модель дополнительно позволяет получить картину мгновенной кинематики блоков и информацию о характере их взаимодействия вдоль границ.

Отметим, что введение стохастической компоненты в уравнения (2) и случайная вариация во времени порогов прочности (5) призваны отразить в рамках рассматриваемой модели (не поддающуюся точному аналитическому описанию и фактически непредсказуемую) изменчивость прочности среды разломов. Представляется, что дополнение процедуры определения модельного события элементами случайности должно обеспечить расслоение моментов времени перехода ячеек, расположенных на одном разломе, в критическое состояние, что позволяет надеяться на появление большего числа малых событий и кластеров событий в модели (кластеры состоят из форшоков, основных толчков и афтершоков; как правило, они присутствуют в реальной сейсмичности [1, 11]), чего не удавалось достичь в предыдущих версиях модели. Предполагается, что возможность кластеризации модельных землетрясений существенно улучшит свойства искусственной сейсмичности. Кроме того, ожидается, что новый характер зависимости модельного напряжения от времени поможет преодолеть некоторую регулярность потока модельных событий, обусловленную линейностью основных уравнений.

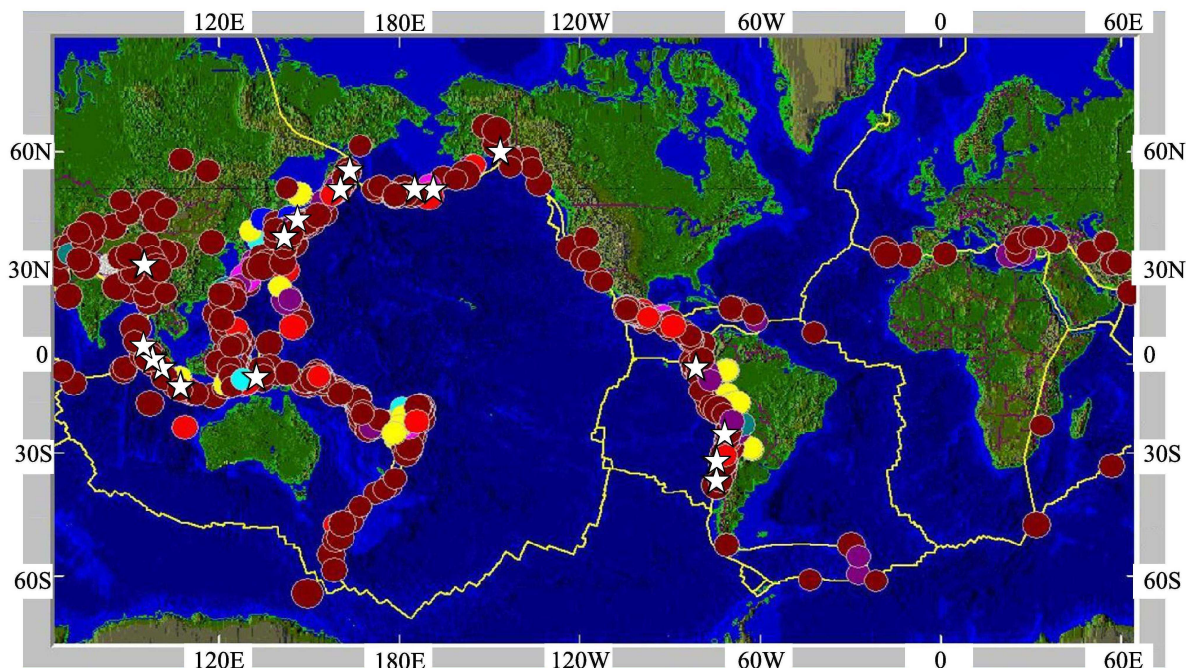


Рис. 2. Зарегистрированная сейсмичность: эпицентры сильных землетрясений с магнитудой не менее 7.5, каталог NEIC, период 01.01.1900–31.12.2014 [14]. Звездочками обозначены 17 сильнейших событий с магнитудой не менее 8.5

3. Результаты вычислительного эксперимента. Сферическая блоковая модель активно применяется к исследованию динамики и сейсмичности глобальной системы крупнейших тектонических плит, покрывающих всю поверхность Земли [7–9]. Геометрия рассматриваемой структуры полагается неизменной: 15 плит (Наска, Южноамериканская, Кокос, Карибская, Североамериканская, Тихоокеанская, Африканская, Антарктическая, Евразийская, Аравийская, Индийская, Сомалийская, Филиппинская, Австралийская и Хуан де Фука), 186 вершин и 199 разломов. Граничные блоки отсутствуют, движение подстила-

ющей среды определяется как вращение на сфере согласно модели HS3-NUVEL1 [13]. Числовые значения различных коэффициентов варьируются с целью достижения наилучшего соответствия результатов моделирования и реальных сейсмических данных. Основные характеристики, определяющие качество моделирования, — это пространственное распределение сильных событий, возможность кластеризации событий и закон повторяемости Гутенберга–Рихтера.

На предыдущих этапах работы установлено, что сферическая блоковая модель допускает эффективное распараллеливание на основе стандартной схемы “мастер–рабочий” [6–8] с единым загрузочным MPI-модулем. На каждом шаге дискретного времени наиболее трудоемкими процедурами являются сохранение информации о модельных событиях и, главным образом, определение значений сил, неупругих смещений и напряжений (1), (2), (4)–(6) во всех ячейках структуры (так, в расчетном типовом варианте для глобальной системы тектонических плит имеем около 200 000 ячеек на подошвах блоков и около 3 500 000 ячеек на сегментах разломов). Основные вычисления проводятся независимо друг от друга, поэтому они равномерно распределяются между процессорами. Межпроцессорные обмены, в которых участвуют только величины размерности системы (3), минимизированы. Подробное описание схемы распараллеливания и процедуры динамического перераспределения нагрузки, а также анализ некоторых характеристик качества распараллеливания приведены в [7, 8].

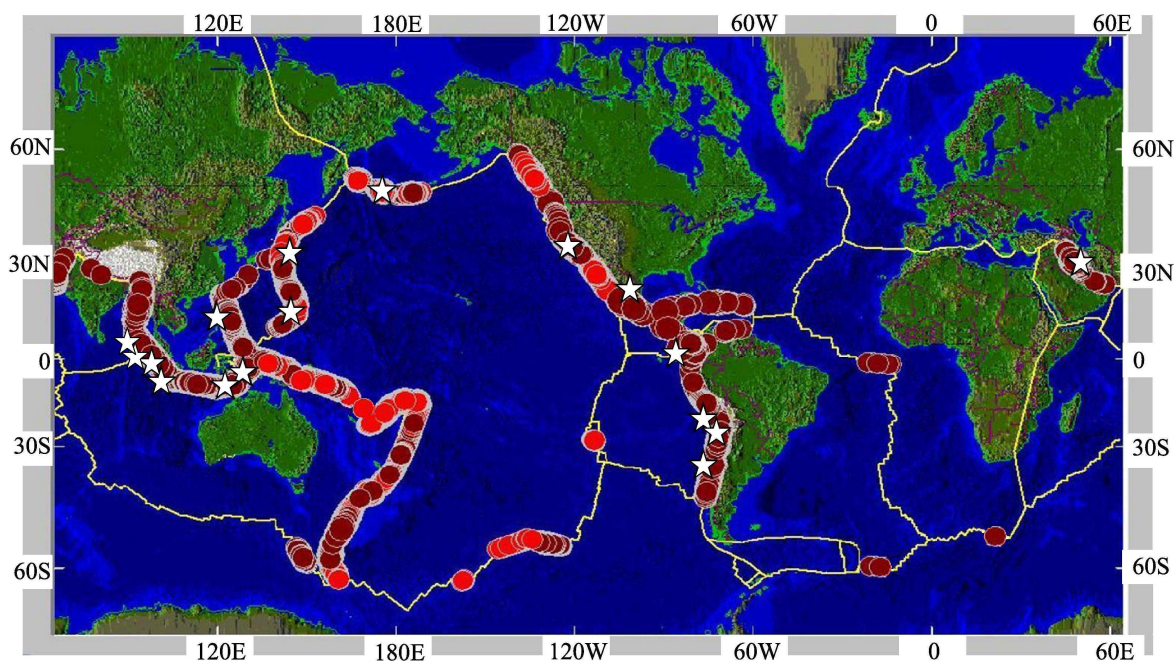


Рис. 3. Модельная сейсмичность: вариант IV, эпицентры сильных землетрясений с магнитудой не менее 7.0 за 100 единиц безразмерного времени. Звездочками обозначены 17 сильнейших событий

В настоящей работе представлены результаты новых вычислительных экспериментов с указанной блоковой структурой; основное внимание при этом уделяется сравнительному анализу различных вариантов учета случайных факторов в модели.

Вариант I (без всяких случайных возмущений) характеризуется постоянными порогами прочности $B = 0.1$, $H_f = 0.085$, $H_s = 0.7$ и нулевыми коэффициентами λ_t , λ_l , λ_n в уравнениях (2).

В варианте II через единицу модельного времени возмущаются только величины B , H_f , H_s согласно (5) с параметрами $B(\tau_i) = 0.1$ для всех i , $\sigma = 0.005/3$, $a = 0.85$, $b = 0.7$ (в этом случае, в соответствии с “правилом 3σ ”, полагаем $B(\tau_i) \in [0.095; 0.105]$).

В варианте III возмущение добавлено только в уравнения (2): $\lambda_t = \lambda_l = \lambda_n = 0.1$.

Вариант IV представляет собой комбинацию вариантов II и III с их значениями параметров (таким образом, возмущаются как величины (5), так и уравнения (2)). Во всех вариантах с элементами случайности анализируются результаты, усредненные по некоторому количеству запусков.

Сравнительный анализ пространственных распределений эпицентров сильных землетрясений для реального каталога [14], включающего в себя события за период времени с 01.01.1900 по 31.12.2014, без ограничений по глубине и местоположению (рис. 2) и для модельных (варианты I–IV дают очень похожие

распределения, рис. 3 соответствует варианту IV) показал, что ряд общих черт, обнаруженных ранее [7, 8], сохраняется. Отметим, в частности, существование двух основных сейсмических поясов, Тихоокеанского и Средиземноморско-Трансазиатского, где происходит большая часть сильных событий, увеличение сейсмической активности вблизи точек, в которых сходятся три и более плит, и заметное сходство в расположении эпицентров сильнейших землетрясений.

Возможность кластеризации событий (в смысле выделения групп событий, состоящих из основных толчков, форшоков и афтершоков [1, 2, 11]) просматривается на диаграмме рис. 4, где изображена модельная сейсмичность (вариант IV) за 2 года на небольшом участке границы Южная Америка/Наска. Зависимость магнитуды от времени демонстрирует нерегулярный характер, выделяются отдельные группы землетрясений, сосредоточенные вблизи локальных максимумов. Отметим, что кластеризация является важным элементом многих алгоритмов выявления предвестников экстремальных событий [2]; возможность ее изучения в модели следует считать позитивным фактом.

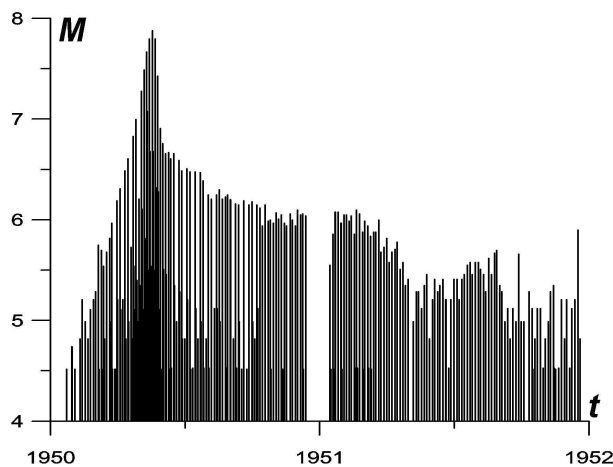


Рис. 4. Зависимость магнитуды модельных событий (вариант IV) от времени на небольшом участке границы Южная Америка/Наска

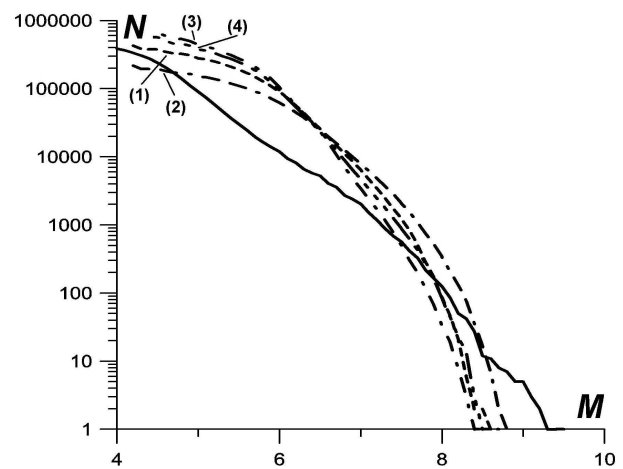


Рис. 5. Графики повторяемости, построенные по реальному (NEIC [14], события с магнитудой не менее 4.0, период 01.01.1900–31.12.2014, сплошная линия) и по четырем модельным каталогам длиной 100 единиц (вариант I, (1); вариант II, (2); вариант III, (3); вариант IV, (4)); N — аккумулярованное число землетрясений, M — магнитуда

Далее анализировались параметры закона Гутенберга–Рихтера, фактически характеризующего степенное распределение землетрясений по магнитуде. Так называемые графики повторяемости для реальной и модельной сейсмичности приведены на рис. 5. Отметим достаточную линейность модельных графиков в диапазоне средних магнитуд, что свидетельствует об идентичности реального и модельных законов распределения землетрясений по магнитуде в данном интервале и, следовательно, о возможности изучения реальных закономерностей по модельному каталогу.

Таблица 1

Некоторые результаты моделирования

Вариант	Общее количество землетрясений	Количество малых событий	Угловой коэффициент регрессии	Ошибка аппроксимации	Времена счета, с (для 1 и 16 процессоров; единица модельного времени)
I	432165	188876	1.13	0.43	$T_1 = 2496$, $T_{16} = 171$
II	220512	85589	0.87	0.19	$T_1 = 2790$, $T_{16} = 206$
III	830769	459909	1.37	0.43	$T_1 = 11111$, $T_{16} = 999$
IV	710095	388048	1.22	0.32	$T_1 = 10880$, $T_{16} = 831$

Некоторые количественные результаты счета для всех вариантов представлены в табл. 1. Малым считаем событие, в котором участвует не более 10 ячеек пространственной дискретизации, расположенных на одном разломе (соответствует модельным магнитудам 4.0–4.5). Относительно большое количество малых

событий по сравнению с количеством всех событий является свойством реальной сейсмичности и в данном эксперименте прослеживается во всех модельных вариантах, причем доля малых событий увеличивается при возмущении уравнений (2) в вариантах III и IV (табл. 1, колонка 3). В графической интерпретации это свойство соответствует отсутствию протяженных почти горизонтальных участков графика в области малых магнитуд, что, как правило, имело место в предыдущих версиях модели [6–9].

Все графики повторяемости аппроксимировались линейной регрессией $\log N = c - kM$, построенной по методу наименьших квадратов. Величина k является оценкой углового коэффициента графика. Под ошибкой аппроксимации понимается среднее расстояние между точками графика и построенной прямой. Для всех вариантов рассматривался магнитудный интервал [5.0, 8.0]. Угловой коэффициент реального графика близок к 1. Оценки угловых коэффициентов и ошибки аппроксимации, приведенные в колонках 4 и 5, можно признать удовлетворительными. Представляется, что изменение угла наклона графика повторяемости при его достаточной линейности определяется числовыми параметрами модели (шагами пространственной дискретизации, коэффициентами в уравнениях (1), (2) и т.д.). Таким образом, целесообразно проведение масштабных вычислительных экспериментов по калибровке текущей версии модели.

Времена счета, приведенные в последней колонке табл. 1, существенно различаются для вариантов I, II и III, IV. Причина состоит в необходимости моделирования динамики стохастических дифференциальных уравнений (2), для чего вводится дополнительный шаг по времени (на порядок меньше шага, с которым моделируется уравнение (3)). Это замедление можно считать платой за улучшение свойств искусственной сейсмичности.

4. Некоторые характеристики качества распараллеливания. Для иллюстрации показателей, характеризующих качество распараллеливания, был выбран вариант I и рассмотрена единица безразмерного времени с достаточно большим числом модельных землетрясений. Моделирование проводилось на введенном в 2013 г. в эксплуатацию в Институте математики и механики УрО РАН гибридном вычислителе кластерного типа “Уран” (состоит из 1864 CPU (Intel Xeon) и 352 GPU (NVIDIA Tesla), имеет 6976 Гб оперативной памяти и пиковую производительность порядка 215 Тфлопс). Результаты тестирования представлены в табл. 2, где T_p — время выполнения программы на многопроцессорной машине для p процессоров (тогда T_1 — время работы последовательного алгоритма), $S_p = T_1/T_p$ и $E_p = S_p/p$ — соответственно ускорение и эффективность. Напомним, что для “идеального” параллельного алгоритма ускорение равно числу процессоров; в этом случае имеем единичную эффективность.

Из табл. 2 следует, что эффективность распараллеливания достаточно высока, причем с ростом числа задействованных процессоров она не падает ниже разумного уровня. Для “больших” расчетов использовались 64 процессора, при этом модельный вариант до 100 единиц безразмерного времени выполнялся около 80 минут вместо 65 часов при вычислениях на одном процессоре.

Приведем фрагмент теоретического анализа качества параллельного алгоритма. Отметим, что способность такого алгоритма эффективно использовать процессоры при повышении сложности вычислений является важной характеристикой выполняемых расчетов. Параллельный алгоритм называется масштабируемым, если при росте числа процессоров он обеспечивает увеличение ускорения при сохранении постоянного уровня эффективности использования процессоров (например, вследствие увеличения размерности задачи) [15, 16].

Рассмотрим идеализированную модель, учитывающую различные характеристики функционирования алгоритма. Оценим время счета одного шага дискретного времени как время, необходимое для вычисления сил и смещений во всех ячейках пространственной дискретизации подошв блоков и сегментов разломов (затраты на остальные расчеты, включая решение системы (3), пренебрежимо малы): $t_{\text{calc}} = t_{\text{sg}}N_{\text{sg}} + t_{\text{bl}}N_{\text{bl}}$, где t_{sg} и t_{bl} — средние времена вычислений в одной ячейке дискретизации сегмента разлома и подошвы блока; N_{sg} и N_{bl} — количества ячеек на сегментах и подошвах соответственно. Фактически последние два параметра определяют размерность задачи для фиксированной блоковой структуры. Чтобы оценить время, необходимое для обмена информацией на каждом шаге, введем время t_{msg} , требующееся для отправки/получения сообщения длиной в L слов: $t_{\text{msg}} = t_s + t_wL$, где t_s — время инициализации обмена, t_w — время передачи одного слова (оба параметра являются характеристиками

Таблица 2
Время счета, ускорение,
эффективность для p процессоров
(вариант I, табл. 1)

p	T_p , с.	S_p	E_p
1	2495.65	—	—
2	1258.53	1.98	0.99
4	647.91	3.85	0.96
8	335.66	7.43	0.93
16	171.41	14.56	0.91
32	96.94	25.74	0.80
64	50.78	49.15	0.77

машины). В данном алгоритме, как упомянуто в предыдущем разделе, $L = d_1 n_{bl} + d_2$ (n_{bl} — количество блоков в структуре, константы d_1 и d_2 могут быть выписаны явно). Следовательно, время обмена в случае запуска программы на p процессорах (мастер-процесс и $p - 1$ рабочих) с учетом процедур отправки/получения можно определить следующим образом: $t_{exch} = 2(p - 1)(t_s + t_w(d_1 n_{bl} + d_2))$. Время работы последовательного алгоритма T_1 и время выполнения программы на p процессорах T_p могут быть найдены по формулам

$$\begin{aligned} T_1 &= t_{calc} = t_{sg} N_{sg} + t_{bl} N_{bl}, \\ T_p &= t_{calc}/p + t_{exch} = (t_{sg} N_{sg} + t_{bl} N_{bl})/p + 2(p - 1)(t_s + t_w(d_1 n_{bl} + d_2)). \end{aligned}$$

Отсюда вычисляем эффективность:

$$E_p = T_1/(pT_p) = \frac{t_{sg} N_{sg} + t_{bl} N_{bl}}{t_{sg} N_{sg} + t_{bl} N_{bl} + 2p(p - 1)(t_s + t_w(d_1 n_{bl} + d_2))}.$$

Таким образом, эффективность уменьшается с ростом p , t_s , t_w и n_{bl} , но увеличивается с ростом t_{sg} , t_{bl} , N_{sg} и N_{bl} . Для получения примерно постоянной эффективности необходимо добиться выполнения соотношения $T_1 \approx E_p p T_p$, т.е.

$$t_{sg} N_{sg} + t_{bl} N_{bl} \approx E_p (t_{sg} N_{sg} + t_{bl} N_{bl} + 2p(p - 1)(t_s + t_w(d_1 n_{bl} + d_2))).$$

Чтобы сделать данное соотношение нечувствительным к росту p , следует выбрать зависимость между размерностью решаемой задачи и числом процессоров в виде $N_{sg} = c_1 p(p - 1)$ и $N_{bl} = c_2 p(p - 1)$, где c_1 и c_2 — некоторые константы (приведенные соотношения можно считать функцией изоэффективности задачи). Получаем условие, при выполнении которого с ростом числа процессоров эффективность остается постоянной:

$$c_1 t_{sg} + c_2 t_{bl} \approx E_p (c_1 t_{sg} + c_2 t_{bl} + 2t_s + 2t_w(d_1 n_{bl} + d_2)).$$

Отсюда (при $E_p < 1$) можно найти подходящие значения коэффициентов c_1 и c_2 . Итак, для фиксированной блочной структуры увеличение количества ячеек на сегментах и подошвах (отметим, что при этом улучшается точность вычислений) пропорционально $p(p - 1)$ приводит к увеличению времен счета T_1 и T_p , обеспечивая постоянную эффективность, не зависящую от p ; следовательно, рост ускорения пропорционален p . С другой стороны, найденные соотношения позволяют по желаемым значениям N_{sg} и N_{bl} определять число процессоров p , на котором теоретически достигается предписанная эффективность E_p . Дополнительно отметим, что из формулы для вычисления T_p может быть найдено оптимальное число процессоров в смысле минимизации теоретического времени счета при решении задачи с фиксированными значениями всех параметров (в том числе шагов пространственной дискретизации).

5. Заключительные замечания. Выполненный анализ показал, что введение элементов стохастичности в сферическую блочную модель позволяет надеяться на получение дополнительных, по сравнению с предыдущими версиями, свойств искусственной сейсмичности, соответствующих реальным. Однако для адекватного воспроизведения в модельном потоке землетрясений важных закономерностей, обнаруженных в зарегистрированной сейсмичности эмпирическим путем, особенно для конкретного региона, необходимо проведение серий вычислительных экспериментов по калибровке текущей версии модели. С этой целью планируется разработать оптимизационную процедуру, минимизирующую отклонение (в смысле подходящей метрики) ключевых характеристик модельной сейсмичности от реальных величин.

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований УрО РАН “Математические модели, алгоритмы, высокопроизводительные вычислительные и информационные технологии и приложения” (проект № 15–7–1–13).

Статья рекомендована к публикации Программным комитетом Международной научной конференции “Параллельные вычислительные технологии 2015” (<http://agora.guru.ru/pavt2015/>).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gabrielov A., Newman W.I.* Seismicity modeling and earthquake prediction: a review // *Nonlinear Dynamics and Predictability of Geophysical Phenomena*. Washington: Am. Geophys. Union, 1994. 7–13.
2. *Keilis-Borok V., Soloviev A.A. (Eds.)* Nonlinear dynamics of the lithosphere and earthquake prediction. Berlin: Springer, 2003.

3. Габриэлов А.М., Кейлис-Борок В.И., Левшина Т.А., Шапошников В.А. Блоковая модель динамики литосферы // Математические методы в сейсмологии и геодинамике: выч. сейсмология. Вып. 19. М.: Наука, 1986. 168–178.
4. Peresan A., Vorobieva I., Soloviev A., Panza G.F. Simulation of seismicity in the block-structure model of Italy and its surroundings // Pure Appl. Geophys. 2007. **164**, N 11. 2193–2234.
5. Rundquist D.V., Soloviev A.A. Numerical modeling of block structure dynamics: an arc subduction zone // Phys. Earth Planet. Inter. 1999. **111**, N 3–4. 241–252.
6. Мельникова Л.А., Розенберг В.Л. Сферическая блоковая модель динамики и сейсмичности литосферы: различные модификации и вычислительные эксперименты // Труды ИММ УрО РАН. 2007. **13**, № 3. 95–120.
7. Мельникова Л.А., Розенберг В.Л. Высокопроизводительные вычисления в моделировании динамики и сейсмичности систем тектонических плит // Вычислительные методы и программирование. 2012. **13**. 280–289.
8. Мельникова Л.А., Розенберг В.Л. Сферическая блоковая модель: оптимизация вычислительной нагрузки и новые результаты моделирования // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ-2013): Тр. междунар. конф. Челябинск: Изд-во Южно-Уральского ун-та, 2013. 467–472.
9. Rozenberg V.L., Sobolev P.O., Soloviev A.A., Melnikova L.A. The spherical block model: dynamics of the global system of tectonic plates and seismicity // Pure Appl. Geophys. 2005. **162**, N 1. 145–164.
10. Оксендаль Б. Стохастические дифференциальные уравнения. Введение в теорию и приложения. М.: Мир, 2003.
11. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: теория и методы. Т. 1, 2. М.: Мир, 1983.
12. Wells D.L., Coppersmith K.J. New empirical relationships among magnitude, rupture length, rupture width, rupture area, and surface displacement // Bull. Seism. Soc. Am. 1994. **84**, N 4. 974–1002.
13. Gripp A.E., Gordon R.G. Young tracks of hotspots and current plate velocities // Geophys. J. Int. 2002. **150**, N 2. 321–361.
14. Global Hypocenters Data Base, NEIC/USGS. Denver, CO, 2015 (<http://earthquake.usgs.gov/regional/neic/>).
15. Гергель В.П. Теория и практика параллельных вычислений. М.: БИНОМ, 2007.
16. Foster I. Designing and building parallel programs: concepts and tools for parallel software engineering. Reading: Addison-Wesley, 1995.

Поступила в редакцию
04.02.2015

A Stochastic Modification of the Spherical Block-and-Fault Model of Lithosphere Dynamics and Seismicity

L. A. Melnikova¹ and V. L. Rozenberg²

¹ Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of Russian Academy of Sciences; ulitsa Sof'i Kovalevskoi 16, Ekaterinburg, 620990, Russia; Principal Programmer, e-mail: meln@imm.uran.ru

² Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of Russian Academy of Sciences; ulitsa Sof'i Kovalevskoi 16, Ekaterinburg, 620990, Russia; Ph.D., Senior Scientist, e-mail: rozen@imm.uran.ru

Received February 4, 2015

Abstract: A brief description of the last version of the spherical block-and-fault model is discussed. This version takes into account random factors essentially influencing the dynamics of model parameters. Two variants of introducing stochasticity into the procedures for calculating the forces acting on a block and determining the model earthquakes are tested. This stochasticity consists in (i) adding a noise to the differential equations describing the dynamics of elastic forces and inelastic displacements and in (ii) using random quantities when specifying strength thresholds for the medium of tectonic faults. Numerical experiments demonstrate the perspectivity of introducing stochasticity into the model.

Keywords: block-and-fault models of lithosphere dynamics and seismicity, synthetic earthquake catalogs, scalability of parallel algorithms, parallel computing, stochastic analysis, stochastic differential equations.

References

1. A. Gabrielov and W. I. Newman, “Seismicity Modeling and Earthquake Prediction: A Review,” in *Nonlinear Dynamics and Predictability of Geophysical Phenomena* (Am. Geophys. Union, Washington, 1994), pp. 7–13.

2. V. Keilis-Borok and A. A. Soloviev (Eds.), *Nonlinear Dynamics of the Lithosphere and Earthquake Prediction* (Springer, Berlin, 2003).
3. A. M. Gabrielov, V. I. Keilis-Borok, T. A. Levshina, and V. A. Shaposhnikov, "A Block Model of Lithosphere Dynamics," in *Mathematical Methods in Seismology and Geodynamics: Computational Seismology* (Nauka, Moscow, 1986), Issue 19, pp. 168–178.
4. A. Peresan, I. Vorobieva, A. Soloviev, and G. F. Panza, "Simulation of Seismicity in the Block-Structure Model of Italy and its Surroundings," *Pure Appl. Geophys.* **164** (11), 2193–2234 (2007).
5. D. V. Rundquist and A. A. Soloviev, "Numerical Modeling of Block Structure Dynamics: An Arc Subduction Zone," *Phys. Earth Planet. Inter.* **111** (3–4), 241–252 (1999).
6. L. A. Melnikova and V. L. Rozenberg, "Spherical Block Model of Lithosphere Dynamics and Seismicity: Different Modifications and Numerical Experiments," *Tr. Inst. Mat. Mekh. Akad. Nauk* **13** (3), 95–120 (2007).
7. L. A. Melnikova and V. L. Rozenberg, "High Performance Computing in Modeling the Dynamics and Seismicity of Tectonic Plate Systems," *Vychisl. Metody Programm.* **13**, 280–289 (2012).
8. L. A. Melnikova and V. L. Rozenberg, "A Spherical Block Model: Optimization of Computational Load and New Results of Simulation," in *Proc. Int. Conf. on Parallel Computational Technologies, Chelyabinsk, Russia, April 1–5, 2013* (South Ural Univ., Chelyabinsk, 2013), pp. 467–472.
9. V. L. Rozenberg, P. O. Sobolev, A. A. Soloviev, and L. A. Melnikova, "The Spherical Block Model: Dynamics of the Global System of Tectonic Plates and Seismicity," *Pure Appl. Geophys.* **162** (1), 145–164 (2005).
10. B. Oksendal, *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Application* (Springer, New York, 1998; Mir, Moscow, 2003).
11. K. Aki and P. G. Richards, *Quantitative Seismology: Theory and Methods* (Freeman, San Francisco, 1980; Mir, Moscow, 1983).
12. D. L. Wells and K. J. Coppersmith, "New Empirical Relationships among Magnitude, Rupture Length, Rupture Width, Rupture Area, and Surface Displacement," *Bull. Seism. Soc. Am.* **84** (4), 974–1002 (1994).
13. A. E. Gripp and R. G. Gordon, "Young Tracks of Hotspots and Current Plate Velocities," *Geophys. J. Int.* **150** (2), 321–361 (2002).
14. Global Hypocenters Data Base, NEIC/USGS. Denver, CO, 2015. <http://earthquake.usgs.gov/>. Cited January 29, 2015.
15. V. P. Gergel', *Theory and Practice of Parallel Computing* (Binom, Moscow, 2007) [in Russian].
16. I. Foster, *Designing and Building Parallel Programs: Concepts and Tools for Parallel Software Engineering* (Addison-Wesley, Reading, 1995).