

УДК 539.374; 624.078.44

doi 10.26089/NumMet.v16r337

МОДЕЛИРОВАНИЕ КЛЕПОЧНОЙ СБОРКИ ОБШИВОК КРЫЛА С УПРЕЖДЕНИЕМ РЕБЕР ЖЕСТКОСТИ

К. С. Бормотин¹, А. И. Олейников², И. О. Овчаров³

Проводится моделирование процесса высокоресурсного заклепочного соединения элемента панели двойной кривизны с ребрами жесткости. Приводится математическая постановка задачи клепки швов панели и ребер жесткости. Предложен итерационный метод определения упреждающих кривизн ребер, которые обеспечивают заданные геометрические параметры клепаных панелей. Предлагается реализация метода в комплексе программ конечно-элементного анализа MSC.Marc, MSC.Patran.

Ключевые слова: клепка панелей, ребра жесткости, пластичность, обратная задача, геометрические параметры, метод конечных элементов.

1. Введение. При клепочной сборке обшивок может наблюдаться существенное отклонение геометрических параметров от заданных, хотя до сборки панель и ребра имели геометрические параметры в заданном допуске. Для цилиндрических панелей одинарной кривизны эти отклонения приводили, в основном, к выходу обшивки из теоретической поверхности путем изгиба в нормальной плоскости. Для трапецевидных панелей двойной кривизны наблюдаются также и недопустимые прогибы в касательной плоскости. В данных условиях обеспечение геометрии обшивки может быть достигнуто использованием упреждений ребер. Для цилиндрических панелей одинарной кривизны искомые упреждения ребер обычно являются изгибом в нормальной плоскости и поэтому в принципе могут быть подобраны опытным путем. Недостатком такого определения упреждений являются большие материальные и временные затраты, которые приходится почти полностью заново нести при каждом существенном изменении геометрических параметров конструкции обшивки, а это на этапе постановки серийного производства, как правило, происходит неоднократно. Более того, для трапецевидальных панелей двойной кривизны упреждения ребра, очевидно, являются сложным изгибом с кручением. Определить искомый изгиб и кручение опытным путем практически невозможно.

В связи с разработкой программ конечно-элементного анализа моделирование таких процессов, как заклепочные соединения в полной постановке (с учетом больших пластических деформаций и контактов), не вызывает затруднений [1, 2]. Проводится анализ процесса осадки головок заклепочного соединения и исследование свойств упругопластических деформаций [3]. В инженерной практике для описания напряженно-деформированного состояния в заклепочных соединениях, кроме численных методов (МКЭ и других), предпочтительно используют аналитические решения, которые основаны на идентичности процессов радиальной раздачи отверстия панели и нагружения плиты с отверстием внутренним давлением [3]. В работе [4] предлагается моделирование ряда заклепочных соединений путем задания в точках осей заклепок граничных условий одинаковости перемещений и вращений. Условия совпадения в каждой жесткой заклепке перемещений и вращений, рассчитанные для пластины и бруса, применяются и в [5]. Данное условие совместной работы упругого континуума и сингулярного армирующего элемента в критическом состоянии записывается при помощи инвариантных Γ -интегралов вдоль замкнутой поверхности, охватывающей сингулярность поля, что позволяет определить неизвестные усилия в заклепках.

В работе [14] проводится анализ напряженно-деформированного состояния элементов заклепочных соединений планера и рассматривается влияние отверстия на распределение интенсивности деформаций,

¹ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет” (ФГБОУ ВПО “КнАГТУ”), самолетостроительный факультет, просп. Ленина, 27, 681013, Хабаровский край, г. Комсомольск-на-Амуре; доцент, e-mail: cvmi@knastu.ru

² ФГУП “Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского”, ул. Жуковского, 1, 140180, Московская область, г. Жуковский; профессор, e-mail: alexander.oleinikov@tsagi.ru

³ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет” (ФГБОУ ВПО “КнАГТУ”), самолетостроительный факультет, просп. Ленина, 27, 681013, Хабаровский край, г. Комсомольск-на-Амуре; студент, e-mail: cvmi@knastu.ru

что позволяет дать оценку малоцикловому усталостному разрушению. Методом конечных элементов в программном комплексе ABAQUS проводится моделирование горячей клепки (с нагревом заклепки) для разных моделей соединений [15]. В этом случае выполняется температурный и упругий анализ. В [16] представлена механическая модель структуры “склейка/клепка”. Уравнения модели зависят от четырех параметров, характеризующих соединение. В [17] рассматриваются экспериментальные исследования клепочных соединений, изучается численная модель и анализируется модель разрушения.

В настоящей статье предлагается численный метод моделирования процесса клепки и определения упреждений ребер, обеспечивающих заданные геометрические параметры обшивок.

2. Постановка задачи определения упреждающей кривизны стрингера и итерационный метод решения. Вследствие огромного количества клепочных соединений на крупногабаритных панелях и существенной физической, геометрической и контактной нелинейности задачи, предлагается модель, в которой усилия, действующие на контакте между заклепкой и панелью, заменяются эквивалентными усилиями [1, 2], вызывающими одинаковые перемещения вблизи заклепки.

Алгоритм определения упреждающей кривизны стрингера может быть представлен в виде итерационного метода, рассмотренного в [6–8] для обратных задач формообразования в режиме ползучести, где вместо скоростей деформаций ползучести рассматриваются скорости деформаций пластичности. Учитывая достаточный критерий единственности [9, 10], можно утверждать, что будет справедлив введенный итерационный метод решения обратных задач. В данном случае задача нагрузки представляет собой задачу определения напряженно-деформированного состояния стрингера под действием перемещений стрингера вдоль поверхности S_1 до исходного положения на панели и действия усилий на поверхности S_2 , возникающих в местах соединения с панелью после клепки. Данные усилия (на поверхности S_2) не меняются и принимаются заданными. Варьирование возможно только для перемещений на S_1 . Функционал вариационного принципа Хилла в общей лагранжевой формулировке задачи нагрузки имеет вид

$$J(\dot{u}) = \int_V E(\dot{u}_{i,j}) dV - \int_{S_2} \dot{p}_i \dot{u}_i dS. \tag{1}$$

Задача разгрузки представляется вариационным принципом с функционалом

$$J(\dot{\tilde{u}}) = \int_V \tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j}) dV, \tag{2}$$

где $u = (u_1, u_2, u_3)$, $\tilde{u} = (\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3)$ — векторы текущих и остаточных перемещений; через запятую обозначено дифференцирование: $u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$; $u, \tilde{u} \in [W_2^1(Q)]^3$, $Q = V \times [0 \leq t \leq T]$, $V \subset R^3$ — ограниченная область с достаточно регулярной границей S ; c_{ijkl} — компоненты симметричного тензора упругих констант; $\dot{\epsilon}_{ij}, \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij}$ — компоненты скоростей текущих и остаточных деформаций Грина-Лагранжа; $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ — компоненты скоростей пластических деформаций, $i, j, k, l = 1, 2, 3$;

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i} + \dot{u}_{k,i} u_{k,j} + u_{k,i} \dot{u}_{k,j}), \quad \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{\tilde{u}}_{i,j} + \dot{\tilde{u}}_{j,i} + \dot{\tilde{u}}_{k,i} \tilde{u}_{k,j} + \tilde{u}_{k,i} \dot{\tilde{u}}_{k,j}).$$

В (1) и (2) потенциальные функции имеют вид [9]

$$E(\dot{u}_{i,j}) = \frac{1}{2} c_{ijkl} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{kl} - c_{ijkl} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{kl}^p + \frac{1}{2} \sigma_{ij} \dot{u}_{k,i} \dot{u}_{k,j}, \quad \tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j}) = \frac{1}{2} c_{ijkl} \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij} \dot{\tilde{\epsilon}}_{kl} - c_{ijkl} \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij} \dot{\tilde{\epsilon}}_{kl}^p + \frac{1}{2} \rho_{ij} \dot{\tilde{u}}_{k,i} \dot{\tilde{u}}_{k,j}.$$

Пусть символ $(\cdot, \cdot)_S$ означает скалярное произведение в $L_2(S)$: $(u, v)_S = \int_S \sum_{i=1}^3 u_i v_i dS$. Соответствующая этому скалярному произведению норма имеет вид $\|u\|_S = \sqrt{(u, v)_S} = \left\{ \int_S \sum_{i=1}^3 u_i^2 dS \right\}^{1/2}$. Обозначим

$$a(\dot{u}, \dot{v}) = \int_V \frac{\partial E(\dot{u}_{i,j})}{\partial \dot{u}_{i,j}} \dot{v}_{i,j} dV, \quad a(\dot{\tilde{u}}, \dot{\tilde{v}}) = \int_V \frac{\partial \tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j})}{\partial \dot{\tilde{u}}_{i,j}} \dot{\tilde{v}}_{i,j} dV.$$

Используя (1), (2) и регуляризирующие функционалы [8, 11], методом штрафов строится функционал обратной задачи для $\varepsilon_1 > 0$, $\varepsilon_2 > 0$, $\varepsilon_1 \rightarrow 0$, $\varepsilon_2 \rightarrow 0$:

$$J(\dot{u}, \dot{\tilde{u}}) = \frac{1}{2\varepsilon_1} \|\dot{u} - \dot{u}^*\|_{S_1}^2 + a(\dot{u}, \dot{u}) - (\dot{p}, \dot{u})_{S_2} + a(\dot{\tilde{u}}, \dot{\tilde{u}}) + \frac{1}{2\varepsilon_2} \|\dot{\tilde{u}} - \dot{\tilde{u}}^*\|_{S_1}^2. \quad (3)$$

Здесь $\dot{\tilde{u}}^*$ — заданная скорость остаточных перемещений на S_1 и \dot{u}^* — скорость перемещений стрингера вдоль поверхности S_1 до исходного положения на панели.

Итерационный аналог вариационного неравенства задачи, полученного из функционала (3) при учете достаточного критерия единственности [9, 10], для всех \dot{v} и $\dot{\tilde{v}}$ имеет вид

$$A_1^k (\dot{u}^{k+1} - \dot{u}^k, \dot{v} - \dot{u}^{k+1})_{S_1} + a(\dot{u}^k, \dot{v} - \dot{u}^{k+1}) - (\dot{p}^*, \dot{v} - \dot{u}^{k+1})_{S_2} + a(\dot{\tilde{u}}^k, \dot{\tilde{v}} - \dot{\tilde{u}}^*) + A_2^k (\dot{\tilde{u}}^* - \dot{\tilde{u}}^k, \dot{\tilde{v}} - \dot{\tilde{u}}^*)_{S_1} \geq 0, \quad (4)$$

где $A_1^k > 0$, $A_2^k > 0$, $k = 1, 2, \dots$, $\lim_{k \rightarrow \infty} A_1^k = \infty$, $\lim_{k \rightarrow \infty} A_2^k = \infty$.

Теорема. Пусть $\dot{u}^k, \dot{\tilde{u}}^k$ — решения задачи деформирования с заданными на поверхности граничными условиями и задачи разгрузки. Тогда итерационный процесс (4) решения обратной задачи формообразования на S_1 представляется в виде

$$\dot{u}^{k+1} = \dot{u}^k + \alpha^k (\dot{\tilde{u}}^* - \dot{\tilde{u}}^k), \quad \alpha^k = \frac{A_2^k}{A_1^k}. \quad (5)$$

Доказательство. Пусть в (4) $\dot{v}_i = \dot{w}_i + \dot{u}_i^{k+1} + \dot{u}_i^k - \dot{\tilde{u}}_i^k$, $\dot{\tilde{v}}_i = \dot{\tilde{u}}_i^* - \dot{w}_i - \dot{u}_i^k + \dot{\tilde{u}}_i^k$ для всех \dot{w}_i ; тогда

$$A_1^k (\dot{u}^{k+1} - \dot{u}^k, \dot{w} - \dot{u}^e)_{S_1} + a(\dot{u}^k, \dot{w} - \dot{u}^e) - (\dot{p}^*, \dot{w} - \dot{u}^e)_{S_2} + a(\dot{\tilde{u}}^k, \dot{u}^e - \dot{w}) + A_2^k (\dot{\tilde{u}}^* - \dot{\tilde{u}}^k, \dot{u}^e - \dot{w})_{S_1} \geq 0, \quad (6)$$

где $\dot{u}_i^e = \dot{\tilde{u}}_i^k - \dot{u}_i^k$. Рассмотрим отдельно сумму второго, третьего и четвертого слагаемых в (6):

$$a(\dot{u}^k, \dot{w} - \dot{u}^e) + a(\dot{\tilde{u}}^k, \dot{u}^e - \dot{w}) - (\dot{p}^*, \dot{w} - \dot{u}^e)_{S_2} = a(\dot{u}^k, \dot{w} - \dot{u}^e) - a(\dot{\tilde{u}}^k, \dot{w} - \dot{u}^e) - (\dot{p}^*, \dot{w} - \dot{u}^e)_{S_2}. \quad (7)$$

Переходя к потенциальным формам определяющих соотношений и учитывая равенства [9]

$$\dot{\Sigma}_{ij} = \frac{\partial E(\dot{u}_{i,j})}{\partial \dot{u}_{i,j}} = (\delta_{ik} + u_{i,k}) \dot{\sigma}_{kj} + \dot{u}_{i,k} \sigma_{kj}, \quad \dot{P}_{ij} = \frac{\partial \tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j})}{\partial \dot{\tilde{u}}_{i,j}} = (\delta_{ik} + \tilde{u}_{i,k}) \dot{\rho}_{kj} + \dot{\tilde{u}}_{i,k} \rho_{kj},$$

а также соотношение [6, 7]

$$\dot{\rho}_{ij} - \dot{\sigma}_{ij} = c_{ijkl} (\dot{\tilde{\varepsilon}}_{kl} - \dot{\varepsilon}_{kl}) = c_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}^e = \dot{\sigma}_{ij}^e$$

для скоростей второго тензора напряжений Пиола–Кирхгофа и соотношение $\dot{\tilde{u}}_i = \dot{u}_i^e + \dot{u}_i$ для компонент векторов перемещений, можно найти

$$\begin{aligned} \dot{P}_{ij} - \dot{\Sigma}_{ij} &= (\delta_{ik} + \tilde{u}_{i,k}) \dot{\rho}_{kj} + \dot{\tilde{u}}_{i,k} \rho_{kj} - (\delta_{ik} + u_{i,k}) \dot{\sigma}_{kj} - \dot{u}_{i,k} \sigma_{kj} = \\ &= (\delta_{ik} + \tilde{u}_{i,k}) \dot{\sigma}_{kj}^e + \dot{\tilde{u}}_{i,k} \sigma_{kj}^e + u_{i,k}^e \dot{\sigma}_{kj} + \dot{u}_{i,k}^e \sigma_{kj} = \dot{\Sigma}_{ij}^e + u_{i,k}^e \dot{\sigma}_{kj} + \dot{u}_{i,k}^e \sigma_{kj}. \end{aligned}$$

Тогда выражение (7) можно записать в форме

$$\begin{aligned} \int_V \dot{\Sigma}_{ij} (\dot{w}_i - \dot{u}_i^e)_{,j} dV - \int_V \dot{P}_{ij} (\dot{w}_i - \dot{u}_i^e)_{,j} dV - \int_{S_2} \dot{p}_i^* (\dot{w}_i - \dot{u}_i^e) dS = \\ = - \int_V (\dot{\Sigma}_{ij}^e + u_{i,k}^e \dot{\sigma}_{kj} + \dot{u}_{i,k}^e \sigma_{kj}) (\dot{w}_i - \dot{u}_i^e)_{,j} dV - \int_{S_2} \dot{p}_i^* (\dot{w}_i - \dot{u}_i^e) dS. \end{aligned}$$

Пусть $\dot{u}^k, \dot{\tilde{u}}^k$ — решения следующих задач:

$$\dot{u}^k = \operatorname{argmin} \left\{ \int_V E(\dot{u}_{ij}) dV - \int_{S_2} \dot{p}_i \dot{u}_i dS \right\}, \quad \dot{\tilde{u}}^k = \operatorname{argmin} \left\{ \int_V \tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{ij}) dV \right\}.$$

Тогда \dot{u}^e — решение задачи упругого деформирования [6, 7], поэтому выполняется неравенство

$$\begin{aligned} \int_V \left(\dot{\Sigma}_{ij}^e + u_{i,k}^e \dot{\sigma}_{kj} + \dot{u}_{i,k}^e \sigma_{kj} \right) (\dot{w}_i - \dot{u}_i^e)_{,j} dV + \int_{S_2} \dot{p}_i^* (\dot{w}_i - \dot{u}_i^e) dS = \\ = -a(\dot{u}^k, \dot{w} - \dot{u}^e) - a(\dot{\tilde{u}}^k, \dot{u}^e - \dot{w}) + (\dot{p}^*, \dot{w} - \dot{u}^e)_{S_2} \geq 0 \quad \forall \dot{w}. \end{aligned}$$

Подставляя эти преобразования в (6), найдем

$$(\dot{u}^{k+1} - \dot{u}^k, \dot{w} - \dot{u}^e)_{S_1} - \frac{A_2^k}{A_1^k} (\dot{\tilde{u}}^* - \dot{\tilde{u}}^k, \dot{w} - \dot{u}^e)_{S_1} \geq 0 \quad \forall \dot{w}.$$

Данное неравенство определяет операцию проектирования [10], поэтому приходим к следующему итерационному процессу в области S_1 :

$$\dot{u}_i^{k+1} = \dot{u}_i^k + \alpha^k (\dot{\tilde{u}}_i^* - \dot{\tilde{u}}_i^k), \quad \alpha^k = \frac{A_2^k}{A_1^k}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Теорема доказана.

Аналогично обратной задаче формообразования в ползучести [6–8] можно доказать единственность, устойчивость решения и сходимость итерационного метода при $0 < \alpha^k < 2$ в данном случае.

В случае учета нескольких ребер жесткости итерационный метод определения упреждающей кривизны можно обобщить:

$${}^{(j)}\dot{u}_i^{k+1} = {}^{(j)}\dot{u}_i^k + \alpha^k \left({}^{(j)}\dot{\tilde{u}}_i^* - {}^{(j)}\dot{\tilde{u}}_i^k \right), \quad i = 1, 2, 3, \quad j = 1, 2, \dots, m,$$

где m — количество ребер жесткости.

3. Численная реализация методом конечных элементов. Используя технологию метода конечных элементов [9], представим дискретный аналог скалярных уравнений вариационных принципов с функционалами (1) и (2) следующими уравнениями:

$$K\dot{U} = \dot{R}, \quad \tilde{K}\dot{\tilde{U}} = \dot{\tilde{R}}(\dot{U}). \tag{8}$$

Здесь K, \tilde{K} — касательные матрицы жесткости; $\dot{U}, \dot{\tilde{U}}$ — векторы скоростей перемещений узловых точек при неупругом деформировании и разгрузки; $\dot{R}, \dot{\tilde{R}}$ — векторы внешних и внутренних сил.

Второе уравнение в (8) представляет собой задачу разгрузки с начальными напряжениями и деформациями, полученными из решения задачи неупругого деформирования.

Выполнение достаточного критерия единственности означает положительную определенность квадратичных форм $\dot{U}^T K \dot{U} > 0$ и $\dot{\tilde{U}}^T \tilde{K} \dot{\tilde{U}} > 0$ для всех кинематически возможных векторов скоростей узловых параметров \dot{U} и $\dot{\tilde{U}}$, отличных от нулевых. Данные условия обеспечивают устойчивость решения нелинейных квазистатических задач [9] и учитываются в программах конечно-элементного анализа процедурами пошагового интегрирования при решении нелинейных квазистатических краевых задач, в частности в MSC.Marc [12].

Контактные условия между панелью и ребрами жесткости формулируются в виде [9]

$$g \equiv (\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1) \cdot \mathbf{n} \geq 0, \tag{9}$$

$$t_n \equiv \mathbf{t} \cdot \mathbf{n} \leq 0, \tag{10}$$

где $\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2$ — радиус-векторы материальных точек двух контактных тел в текущей конфигурации, \mathbf{n} — единичный вектор нормали к контактной поверхности, \mathbf{t} — вектор распределенных контактных сил, t_n —

распределенные контактные нормальные силы. Величина g определяет нормальный зазор. При контакте тел на границе контакта в (9) выполняется равенство, а при расхождении тел — неравенство. Равенство в (10) выполняется в случае выхода тел из контакта, а неравенство — при нахождении в контакте.

Распределенные контактные касательные силы $t_\tau \equiv \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{n}$ ($\boldsymbol{\tau}$ — вектор, касательный к контактной границе) в случае учета трения должны удовлетворять закону трения Кулона. В случае идеально гладких соприкасающихся поверхностей имеем $t_\tau = 0$.

Для обеспечения граничных условий одинаковости перемещений и вращений в конечных элементах, моделирующих напряженно-деформированное состояние заклепок, в системе MSC.Marc задаются контактные условия Glue (склейка) [12].

В работе [2] представлены результаты расчета эквивалентного усилия, обеспечивающего одинаковое деформированное состояние панели вблизи заклепки с радиальным натягом $\Delta_H = 2.2 \pm 0.5\%$. В рассматриваемой конечно-элементной сетке величина эквивалентного усилия клепки равна $F = 4050$ кГ.

Искомая упреждающая кривизна стрингера (ребра жесткости) задается перемещениями от заданной начальной формы \boldsymbol{U}^* . Вычисление перемещений \boldsymbol{U}^* осуществляем по алгоритму последовательных приближений, представленному ниже.

1. В качестве первого приближения назначается кривизна, равная обратной величине кривизны с перемещениями \boldsymbol{U}_1^* , полученными в результате первого расчета.
2. Решение задачи получения кривизны текущего приближения. В результате в качестве решения этой задачи получаем модель стрингера с текущим упреждением.
3. Решение задачи изгиба стрингера с упреждением по теории панели.
4. Расчет конфигурации панели с приклепанным стрингером с данной упреждающей кривизной и определение отклонений от теории обшивки.
5. Проверка в MSC.Patran выполнения допуска r отклонений панели от теоретической конфигурации: $\|\boldsymbol{U}_{i+1}\| < r$. Если данное неравенство не выполняется, то переход к шагу 2; иначе конец алгоритма.

4. Расчет конфигурации панели при клепке ребер жесткости. Данный расчет сводится к моделированию следующих этапов процесса клепки панелей.

1. Клепка технологических соединений на стапеле.
2. Клепка согласно заданному маршруту в условиях закрепления панели в паллете.
3. Разгрузка клепанной панели при снятии закреплений на паллете.

На этапе 1 к поверхностям конечных элементов в областях каждого технологического заклепочного соединения прикладывается определенное ранее давление клепки $P_0 = \frac{4050}{S}$ кГ/мм². Моделирование в MSC.Patran и MSC.Marc включает в себя задание контактных тел (стрингер и панель) и граничных условий. Условия контакта задаются условием Glue (склейка).

Согласно конструкции стапеля, задаются граничные условия, фиксирующие положение панели. На основе заранее определенного списка элементов панели и стрингера, противоположных контактным в областях каждого технологического заклепочного соединения и находящихся на свободных поверхностях, находятся номера свободных граней элементов площадью S , к которым прикладывается давление клепки. Технологические соединения находятся на достаточно большом расстоянии и не влияют друг на друга, поэтому процесс клепки рассчитывается одновременно согласно заданному графику приложения и снятия нагрузки $P(t) = P_0 \times m(t)$ (функция $m(t)$ изменяется от 0 до 1, учитывает нагрузку и разгрузку). Согласно заданной спецификации панелей и стрингера, задаются упругопластические характеристики материалов панели и стрингера и выполняется расчет.

На этапе 2 аналогично этапу 1 и на основе данных о маршруте клепки задаются условия контакта и давление клепки $P_i(t) = P_0 \times m_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, n$, где n — количество нагруженных элементов, $m_i(t)$ — множители нагрузки каждого i -го элемента (функция $m_i(t)$ изменяется от 0 до 1 и учитывает нагрузку и разгрузку). Согласно конструкции паллеты, задаются граничные условия, фиксирующие положение панели при клепке на автомате. На рис. 1 представлено распределение напряжений после клепки стрингера.

На этапе 3, используя напряженно-деформированную конфигурацию, полученную на втором этапе, проводим разгрузку путем снятия закреплений паллеты. В результате получаем отклонение клепанной панели от теории (рис. 2).

Для получения упреждающей кривизны стрингера решается кинематическая задача с заданными перемещениями, равными $-\tilde{u}_i^*$.

В результате выполнения итерационного метода определяется искомое упреждение стрингера. На рис. 3 приведено распределение перемещений — отклонений от теории панели. Из сравнения рис. 2 и рис. 3 видно, что после 4-х итераций заметно уменьшились отклонения панели от теории, которые возни-

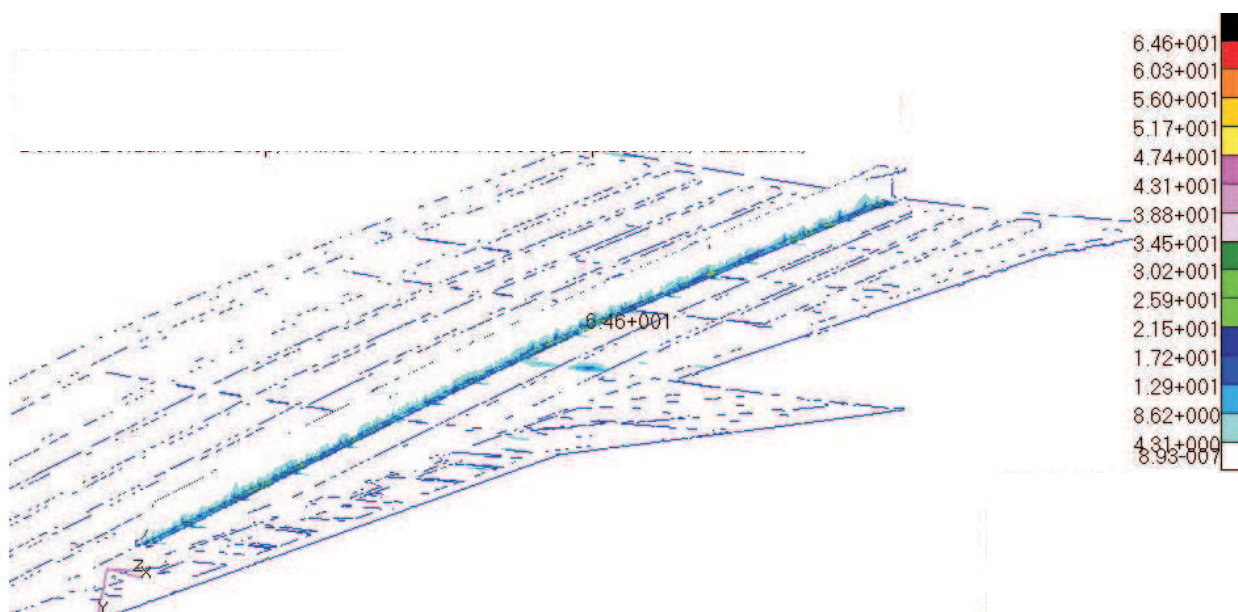


Рис. 1. Распределение интенсивности напряжений после клепки стрингера

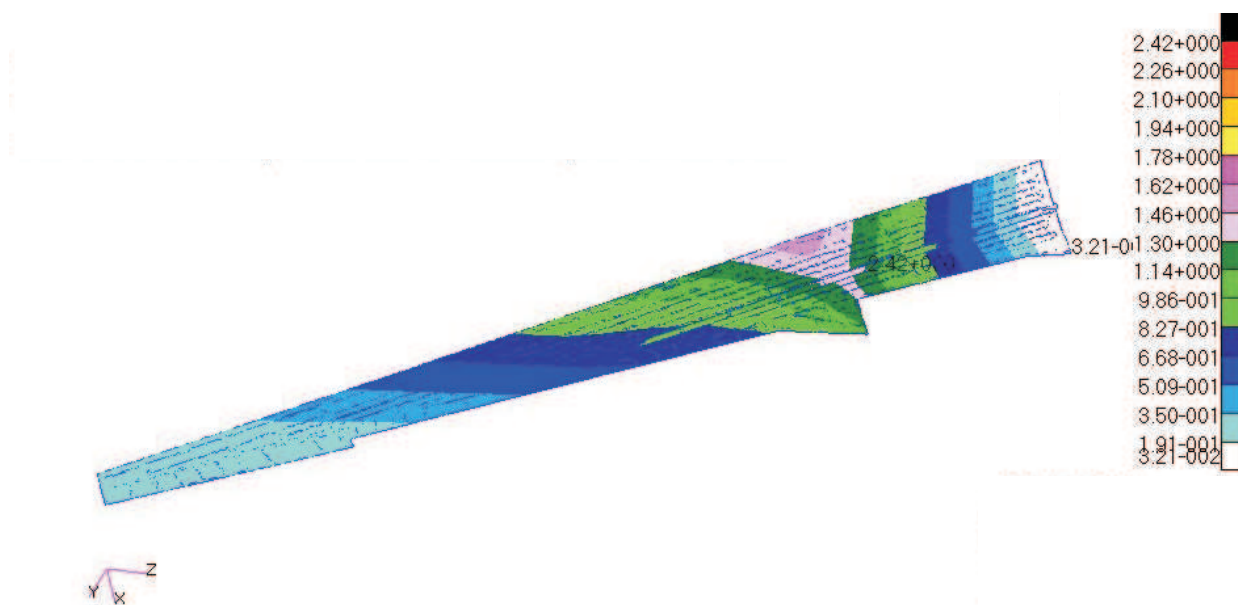


Рис. 2. Распределение перемещений — отклонений от теории панели и стрингера

кают в процессе приклепывания стрингера заклепками с заданным натягом: для случая приклепывания стрингера без упреждения максимальное отклонение от теории равно 2.42 мм, а для случая приклепывания стрингера с найденным упреждением — 1.52 мм, т.е. качество геометрических параметров клепанной панели улучшилось на 37% и практически находится в пределах допуска.

Максимальная разница между рассчитанной моделью стрингера с упреждением и исходной электронной моделью стрингера составляет 1.47 мм.

Для анализа итерационного метода при нахождении упреждающих кривизн нескольких стрингеров в качестве примера выбирается модель панели с двумя ребрами жесткости (рис. 4). Панель имеет форму квадрата, ребра жесткости имеют угловой профиль. Для данной пластинки с присоединенными ребрами жесткости (заданы контактные условия Glue) решается задача кручения, как и в [6]. В результате полученная форма пластинки и ребер жесткости принимается за исходную, для которой будет проводиться моделирование клепочного соединения. Выбор данной модели позволит приближенно оценить поведение реальной панели крыла двойной кривизны при клепке стрингеров.

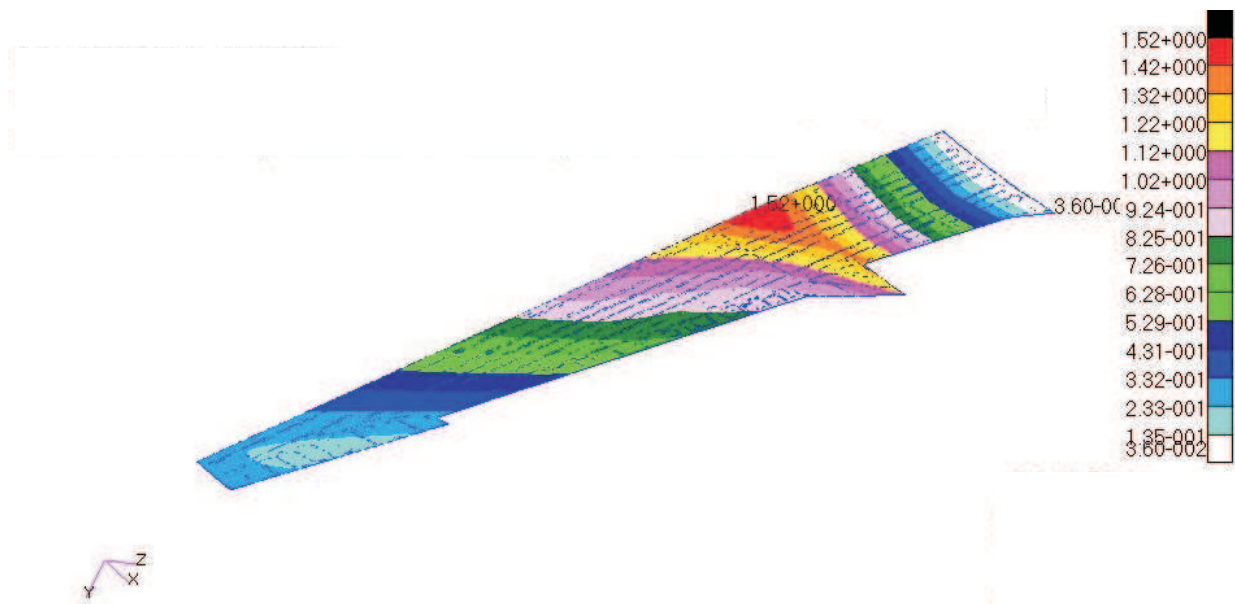


Рис. 3. Распределение перемещений — отклонений от теории 4-й итерации алгоритма

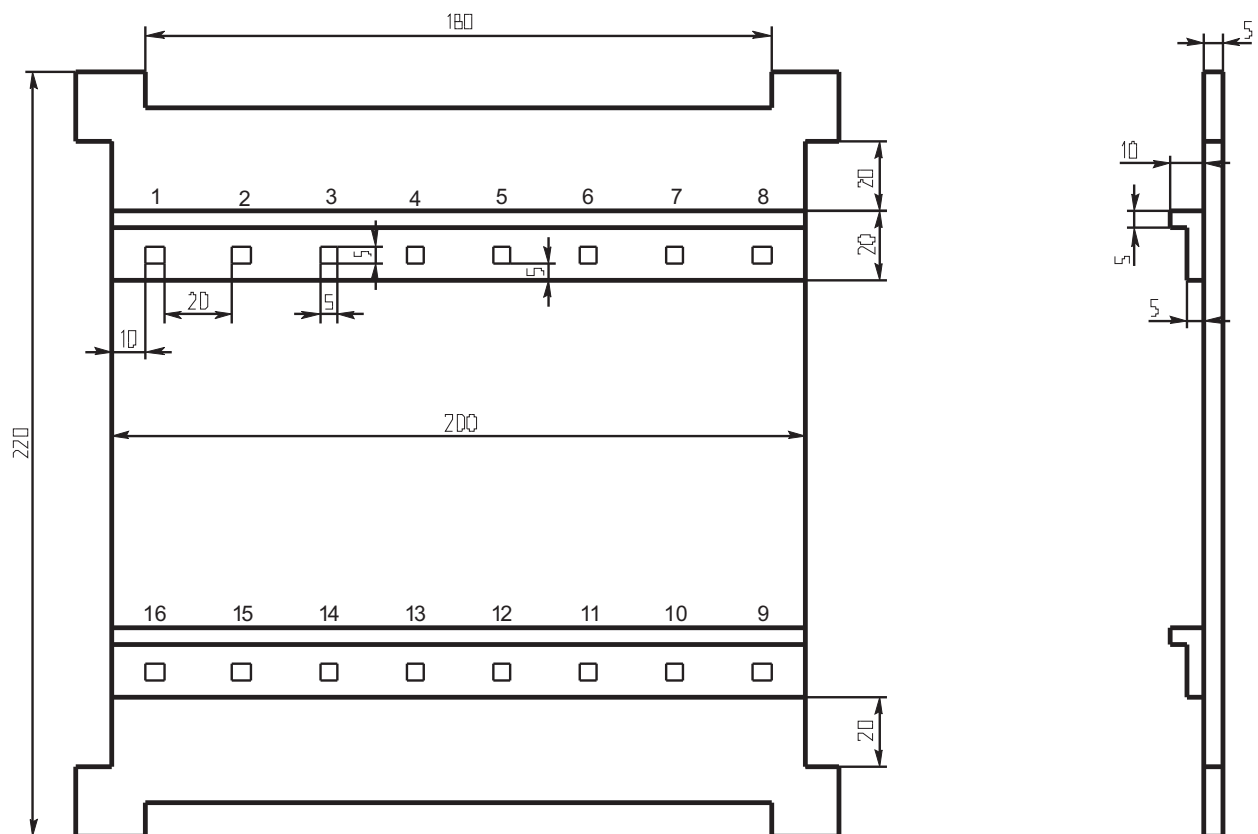


Рис. 4. Модель панели с двумя ребрами жесткости (размеры в мм)

Квадратными элементами 5×5 мм обозначены поверхности, к которым прикладывается определенное ранее эквивалентное усилие заклепки. Маршрут клепки зададим в соответствии с номерами заклепок, указанными на рисунке: 1, 2, ..., 16.

Необходимо найти упреждения ребер жесткости, которые при клепке с панелью двойной кривизны будут иметь минимальные отклонения при снятии нагрузки и закреплений панели (рис. 5).

Материал панели и ребра жесткости — В95пчТ2, его механические характеристики таковы: модуль

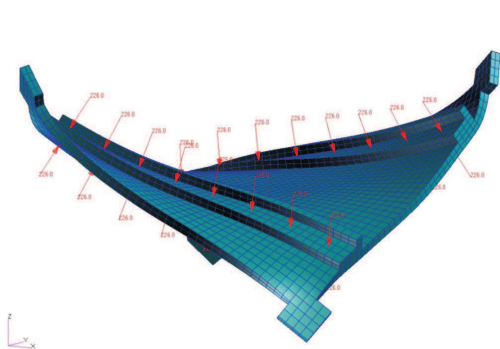


Рис. 5. Модель панели с двумя ребрами жесткости и заданными эквивалентными усилиями заклепки

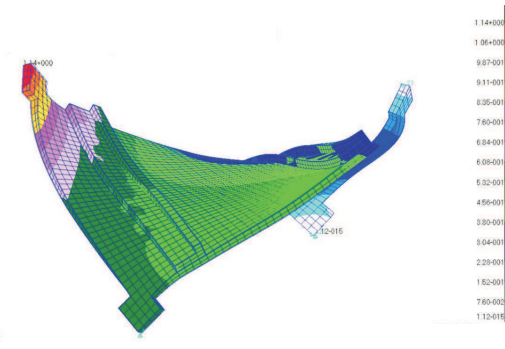


Рис. 6. Распределение перемещений в панели и ребрах жесткости после разгрузки

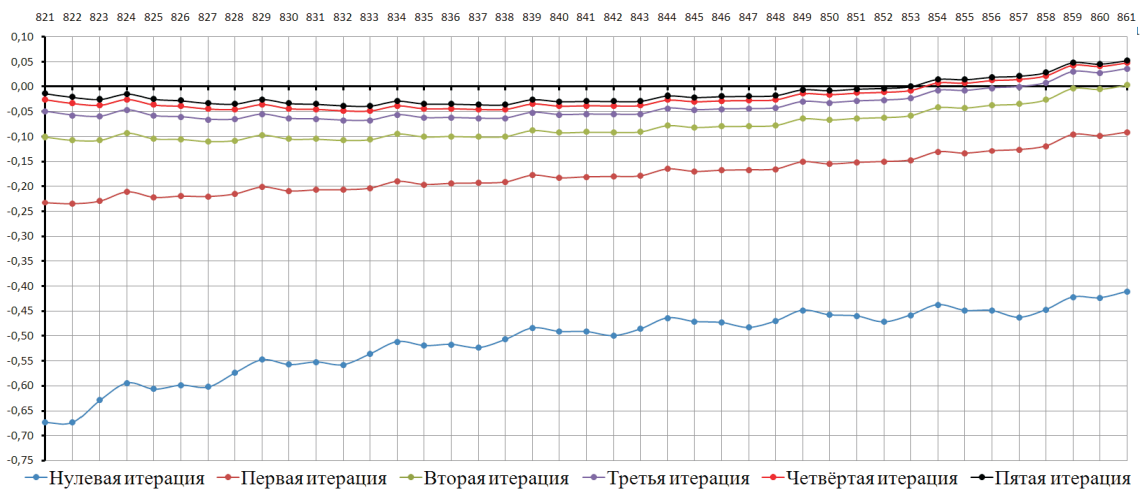


Рис. 7. Остаточные перемещения крайних узлов нижнего ребра жесткости по направлению оси X для случая постоянного коэффициента α^k

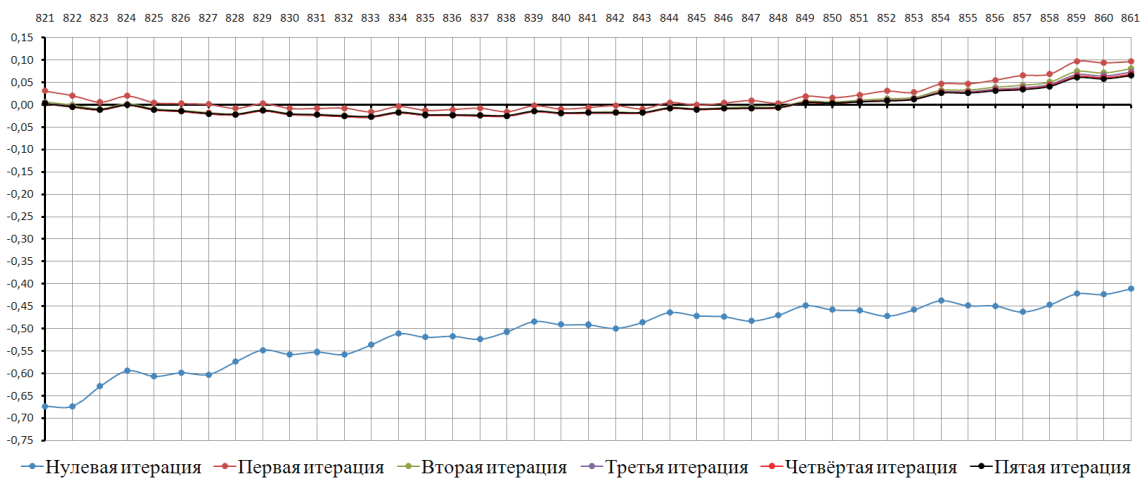


Рис. 8. Остаточные перемещения крайних узлов нижнего ребра жесткости по направлению оси X для случая переменного коэффициента α^k

Юнга $E = 6027 \text{ кг/мм}^2$, $\mu = 0,3$, предел текучести $\sigma_T = 43 \text{ кг/мм}^2$, модуль линейного упрочнения

$E_T = 282.4 \text{ кг/мм}^2$, которые определяются по диаграмме деформирования.

В связи с образованием пластических деформаций в местах заклепок, образуются остаточные перемещения после разгрузки (рис. 6).

Упреждение ребер жесткости задается и контролируется перемещениями узлов поверхности, контактирующей с панелью (согласно п. 1 это поверхность S_1). Определения упреждений ребер жесткости находятся по методу (5) для каждого ребра, путем последовательного решения конечно-элементных задач деформирования и разгрузки.

На рис. 7 и 8 показаны графики для остаточных перемещений крайних узлов нижнего ребра жесткости по направлению оси X , первый график для случая постоянного коэффициента $\alpha^k = 1$, второй — для случая переменного коэффициента $\alpha^k = 1.78(1+k)^{-0.75}$ [8] (использование регуляризирующих алгоритмов не дало лучших результатов). Значения перемещений отложены в мм, на оси абсцисс обозначены номера узлов.

Характер изменения остаточных перемещений по другим осям и для другого ребра жесткости идентичен данным перемещениям по оси X .

Анализ сходимости метода можно провести по крайним узлам, описывающим контур панели. Для данных узлов определяются остаточные перемещения (отклонения) после разгрузки в каждой итерации и вычисляется среднеквадратичная норма по компоненте X по формуле $e_x = \left(\sum_i (\tilde{u}_{xi})^2 \right)^{1/2}$, где i — номер узла.

На рис. 9 представлены графики изменения отклонений крайних узлов панели в зависимости от номера итерации и коэффициента в итерационном методе.

Графики изменения отклонений крайних узлов по другим координатам имеют аналогичный вид. Анализ сходимости итерационного метода показывает, что скорость сходимости на первых итерациях с постоянным коэффициентом меньше, но в конечном итоге приводит к тем же результатам, что и при переменном коэффициенте.

5. Заключение. Разработаны положения, касающиеся математических формулировок, численных методов решения обратных задач формообразования и программных решений, обеспечивающие определение проектных и технологических параметров при изготовлении деталей сложно-конструктивных форм с высокими требованиями к размерной точности и эксплуатационному ресурсу. Данная модель процесса клепки позволяет эффективно рассчитывать реальные маршруты и последовательность приклепывания стрингеров. Для построенного итерационного метода определения упреждающих кривизн ребер жесткости при клепке, обеспечивающих заданные геометрические параметры панели, сформулированы условия сходимости к решению. Приведены результаты расчета кривизны стрингера при клепке к крыльевой панели. Моделирование процессов формообразования панелей проводилось в [13].

Работа выполнена при финансовой поддержке совета по грантам Президента (МК-6127.2015.1) и Минобрнауки РФ в рамках государственного задания (проект 909).

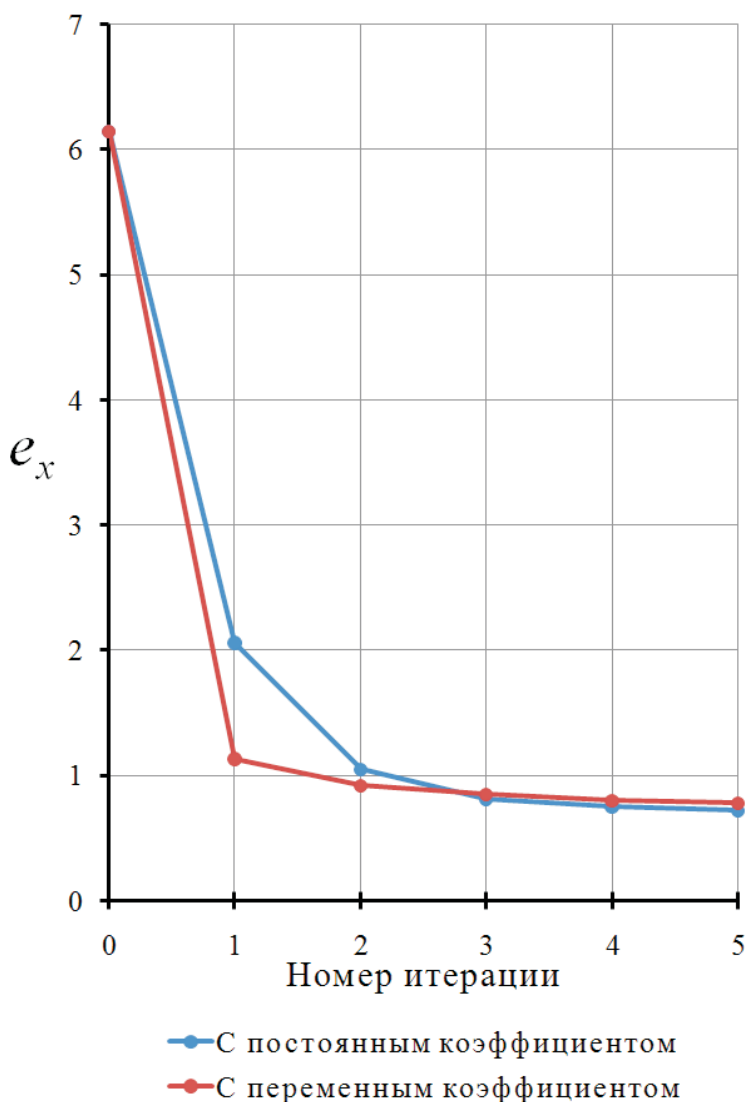


Рис. 9. График сходимости итерационного метода с разными коэффициентами

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Олейников А.И., Бормотин К.С. Моделирование процесса клепки панели // Дальневосточный математический журнал. 2013. **13**, № 1. 102–106.
2. Олейников А.И., Бормотин К.С., Ноговицын А.М. Моделирование и расчет процесса клепки панелей // Ученые записки КнАГТУ. 2013. **II**, № 1. 41–48.
3. Непершин Р.И., Книгин В.В. Анализ процесса осадки головок заклепочного соединения // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1992. № 3. 87–94.
4. Мусаелян Г.В., Закарян Л.О. Исследование изгиба рамы грузового автомобиля в вертикальной плоскости методом конечных элементов // Изв. НАН РА и ГИУА. 2006. **59**, № 3. 465–471.
5. Черепанов Г.П. Механика разрушения композиционных материалов. М.: Наука, 1983.
6. Бормотин К.С. Итеративный метод решения обратных задач формообразования элементов конструкций в режиме ползучести // Вычислительные методы и программирование. 2013. **14**. 141–148.
7. Бормотин К.С. Итеративный метод решения геометрически нелинейных обратных задач формообразования элементов конструкций в режиме ползучести // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2013. **53**, № 12. 2091–2099.
8. Бормотин К.С., Логвина В.С. Метод решения итеративной регуляризацией обратных задач формообразования деталей // Вычислительные методы и программирование. 2014. **15**. 77–84.
9. Коробейников С.Н. Нелинейное деформирование твердых тел. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
10. Hill R. On uniqueness and stability in the theory of finite elastic strain // J. Mech. Phys. Solids. 1957. **5**, N 4. 229–241.
11. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2002.
12. Marc Vol. A: Theory and User Information. MSC.Software Corporation, 2008.
13. Аннин Б.Д., Олейников А.И., Бормотин К.С. Моделирование процессов формообразования панелей крыла самолета SSJ-100 // Прикладная механика и техническая физика. 2010. **51**, № 4. 155–165.
14. Жернаков В.С., Ермоленко А.Н., Сабиров Р.М. Влияние напряженно-деформированного состояния на циклическую трещиностойкость заклепочных соединений // Вестник УГАТУ. 2011. **15**, № 4. 67–72.
15. Al-Bahkali E.A. Finite element modeling for thermal stresses developed in riveted and rivet-bonded joints // International Journal of Engineering & Technology. 2011. **11**, N 06. 86–92.
16. Gómez S., Oñoro J., Pecharromán J. A simple mechanical model of a structural hybrid adhesive/riveted single lap joint // International Journal of Adhesion & Adhesives. 2007. **27**, N 4. 263–267.
17. Sadowski T., Kneć M., Golewski P. Experimental investigations and numerical modeling of steel adhesive joints reinforced by rivets // International Journal of Adhesion & Adhesives. 2010. **30**. 338–346.

Поступила в редакцию
14.05.2015

Modeling of Riveted Assembly of Wing Sheathing with Forward Stiffeners

K. S. Bormotin¹, A. I. Oleinikov², and I. O. Ovcharov³

¹ Komsomol'sk-na-Amure State Technical University, Faculty of Aircraft Construction; prospekt Lenina 27, Komsomol'sk-na-Amure, 681013, Russia; Dr. Sci., Associate Professor, e-mail: cvmi@knastu.ru

² Zhukovsky Central Aerohydrodynamic Institute, ulitsa Zhukovskogo 1, Moskovskaya obl., Zhukovsky, 140180, Russia; Dr. Sci., Professor, Leading Scientist, e-mail: alexander.oleinikov@tsagi.ru

³ Komsomol'sk-na-Amure State Technical University, Faculty of Aircraft Construction; prospekt Lenina 27, Komsomol'sk-na-Amure, 681013, Russia; Student, e-mail: cvmi@knastu.ru

Received May 14, 2015

Abstract: Modeling of a high-reliability riveted joint of a double-curvature panel with ribbed stiffeners is considered. A mathematical formulation of the problem devoted to riveting the joints of panels and stiffeners is given. An iterative method of determining the forward curvatures of stiffeners that provide the prescribed geometrical parameters of riveted panels is proposed. This method is implemented using the MSC.Marc and MSC.Patran finite-element analysis software packages.

Keywords: panel riveting, ribbed stiffeners, plasticity, inverse problems, geometrical parameters, finite element method.

References

1. A. I. Oleinikov and K. S. Bormotin, "Modeling of the Panel-Riveting Process," *Dal'nevost. Mat. Zh.* **13** (1), 102–106 (2013).
2. A. I. Oleinikov, K. S. Bormotin, and A. M. Nogovitsin, "Simulation and Computing of the Processes of Panel Riveting," *Uchen. Zap. Komsomolsk-na-Amure State Tech. Univ.* **2** (1), 41–48 (2013).
3. R. I. Nepershin and V. V. Knigin, "Analysis of the Settlement Process of a Riveted Joint Head," *Probl. Mashinostroeniya Nadezhn. Mashin*, No. 3, 87–94 (1992).
4. G. V. Musayelyan and L. H. Zakaryan, "Investigation of Truck Frame Bending in Vertical Plane with the Help of Finite-Element Method," *Izv. Armenian Akad. Nauk* **59** (3), 465–471 (2006).
5. G. P. Cherepanov, *Fracture Mechanics of Composite Materials* (Nauka, Moscow, 1983) [in Russian].
6. K. S. Bormotin, "An Iterative Method for the Solution of Inverse Shaping Problems under Creep Conditions," *Vychisl. Metody Programm.* **14**, 141–148 (2013).
7. K. S. Bormotin, "Iterative Method for Solving Geometrically Nonlinear Inverse Problems of Structural Element Shaping under Creep Conditions," *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.* **53** (12), 2091–2099 (2013) [*Comput. Math. Math. Phys.* **53** (12), 1908–1915 (2013)].
8. K. S. Bormotin and V. S. Logvina, "A method of Iterative Regularization for Solving Inverse Problems of Forming Structural Components," *Vychisl. Metody Programm.* **15**, 77–84 (2014).
9. S. N. Korobeinikov, *Nonlinear Deformation of Solids* (Izd. Ross. Akad. Nauk, Novosibirsk, 2000) [in Russian].
10. R. Hill, "On Uniqueness and Stability in the Theory of Finite Elastic Strain," *J. Mech. Phys. Solids* **5** (4), 229–241 (1957).
11. F. P. Vasil'ev, *Methods of Optimization* (Faktorial Press, Moscow, 2002) [in Russian].
12. Marc Vol. A: Theory and User Information, MSC.Software Corporation.
<http://www.mscsoftware.com/product/marc>. Cited June 23, 2015.
13. B. D. Annin, A. I. Oleinikov, and K. S. Bormotin, "Modeling of Forming of Wing Panels of the SSJ-100 Aircraft," *Zh. Prikl. Mekh. Tekh. Fiz.* **51** (4), 155–165 (2010) [*J. Appl. Mech. Tech. Phys.* **51** (4), 579–589 (2010)].
14. V. S. Zhernakov, A. N. Ermolenko, and R. M. Sabirov, "Effect of Stress-Strain State on the Cyclic Fracture Resistance of Riveted Joints," *Vestn. Ufa Aviatsion. Tekh. Univ.* **15** (4), 67–72 (2011).
15. E. A. Al-Bahkali, "Finite Element Modeling for Thermal Stresses Developed in Riveted and Rivet-Bonded Joints," *Int. J. Eng. Technol.* **11** (06), 86–92 (2011).
16. S. Gómez, J. Oñoro, and J. Pecharromán, "A Simple Mechanical Model of a Structural Hybrid Adhesive/Riveted Single Lap Joint," *Int. J. Adhes. Adhes.* **27** (4), 263–267 (2007).
17. T. Sadowski, M. Kneć, and P. Golewski, "Experimental Investigations and Numerical Modeling of Steel Adhesive Joints Reinforced by Rivets," *Int. J. Adhes. Adhes.* **30**, 338–346 (2010).