

УДК 532.529

doi 10.26089/NumMet.v18r103

ТЕЧЕНИЯ ИДЕАЛЬНОГО И РЕАЛЬНОГО ГАЗА В КАНАЛАХ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ С НЕСТАЦИОНАРНЫМ ЛОКАЛИЗОВАННЫМ ПОДВОДОМ ЭНЕРГИИ

Н. А. Брыков¹, К. Н. Волков², В. Н. Емельянов³, И. В. Тетерина⁴

Проводится моделирование течений газа в технических устройствах, в которых протекают процессы, связанные с нестационарным локализованным подводом энергии. Для численного моделирования нестационарных сопловых течений с интенсивным энергоподводом используется метод конечных объемов и векторизованный подход к расчету потоков. Для моделирования термодинамических процессов в высокотемпературных потоках воздуха применяется приближенная модель равновесной термодинамики воздуха. Приводятся результаты численного моделирования одномерных и двумерных сопловых течений с подвижной зоной энергоподвода. На основе данных численного моделирования обсуждается качественная картина газодинамических и тепловых процессов в сопле при нестационарном подводе энергии. Устанавливается зависимость расходных характеристик сопла, а также смещение соплового скачка уплотнения при перерасширенном истечении газа из сопла от интенсивности и цикличности энергоподвода в дозвуковой части сопла.

Ключевые слова: вычислительная газовая динамика, метод конечных объемов, сопло, плазмотрон, подвод энергии, расход, скачок уплотнения.

1. Введение. Течения газа в каналах с переменной площадью поперечного сечения при нестационарном локализованном подводе энергии возникают в плазмотронах переменного тока, высоковольтных выключателях грозовой защиты и в других технических устройствах. Проблема изучения сверхзвуковых внутренних течений с импульсно-периодическим подводом энергии связывается также с созданием газодинамических силовых установок. В связи с требованиями практики, направленными на сокращение числа испытаний проектируемых изделий и сроков опытно-конструкторских разработок, проявляется повышенный интерес к математическому моделированию течений в соплах при интенсивном подводе энергии.

Влияние на сверхзвуковое течение в расширяющемся канале пространственно-временных характеристик пульсирующего источника энергии рассматривается в работе [1]. Применение низкочастотных источников энергии для создания тяги дает более высокие значения удельной силы, чем непрерывный подвод энергии.

Переход от сверхзвукового режима течения в канале к дозвуковому сопровождается повышением статического давления. Интерес к псевдоскачковому режиму горения связан с тем, что при его организации происходит интенсификация смешения топлива с окислителем и возрастают скорости химических реакций (вследствие повышения давления и температуры). Управление положением псевдоскачка представляет значительную трудность как при изотермическом течении, так и при организации горения. Обычные способы управления путем введения стабилизаторов типа уступов и пилонов приводят к потерям полного давления, а положение псевдоскачка оказывается жестко привязанным к элементам стабилизаторов. Возможности и способы управления псевдоскачком в гладком канале постоянного сечения с импульсно-периодическим энергоподводом показываются в работе [2].

¹ Балтийский государственный технический университет "Военмех" им. Д.Ф. Устинова, факультет ракетно-космической техники, 1-я Красноармейская ул., д. 1, 190005, Санкт-Петербург; мл. науч. сотр., e-mail: brykovna@yandex.ru

² Балтийский государственный технический университет "Военмех" им. Д.Ф. Устинова, факультет ракетно-космической техники, 1-я Красноармейская ул., д. 1, 190005, Санкт-Петербург; вед. науч. сотр., e-mail: dsci@mail.ru

³ Балтийский государственный технический университет "Военмех" им. Д.Ф. Устинова, факультет ракетно-космической техники, 1-я Красноармейская ул., д. 1, 190005, Санкт-Петербург; профессор, e-mail: vlademelyanov@gmail.com;

⁴ Балтийский государственный технический университет "Военмех" им. Д.Ф. Устинова, факультет ракетно-космической техники, 1-я Красноармейская ул., д. 1, 190005, Санкт-Петербург; доцент, e-mail: yaiv@mail.ru

Результаты расчетов нестационарного квазиодномерного течения в канале, моделирующем элемент прямогочного воздушно-реактивного двигателя, приводятся в работе [3]. Определяется влияние параметров подводимой в импульсно-периодическом режиме энергии (мощность, частота импульсов, распределение источников по длине канала) на характеристики потока.

Поведение электрической дуги в сверхзвуковом сопловом течении исследуется в работах [4, 5]. Подвод энергии приводит к смещению соплового скачка уплотнения по направлению ко входному сечению канала по сравнению с течением без энергоподвода и к формированию вихревых структур, деформирующих форму соплового скачка, который приобретает криволинейную форму. В расчетах для замыкания осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса используются модель Прандтля и k - ϵ модель турбулентности.

Двумерная модель течения в плоском и осесимметричном сопле с локальным нагревом газа в сверхзвуковой части, основанная на уравнениях Навье–Стокса и уравнениях, описывающих тепловой баланс в газе, нагреваемом лазерным излучением, развивается в работе [6]. Исследуются такие параметры газового потока и величины объемного энерговыклада, при которых нагрев газа не превосходит 1000–2000 К. Локализованный энерговыклад в поток сопровождается ростом давления перед областью энерговыделения. При достаточно больших энерговыкладах наблюдается возникновение ударной волны, расположенной выше по потоку от области энерговыделения.

Метод численного моделирования внутренних течений вязкого газа с учетом неравновесных химических процессов и равновесного возбуждения внутренних степеней свободы молекул развивается в работе [7]. На основе построенной модели рассматривается течение химически неравновесного газа в плоском канале с переменной площадью поперечного сечения (используется пятикомпонентная модель воздуха). Возможности использования уравнений Эйлера для численного моделирования развития зон локализованного энергоподвода в покоящемся воздухе, а также их взаимодействия с прямым скачком уплотнения в условиях сверхзвукового течения в канале показываются в работе [8]. В рамках уравнений Навье–Стокса с учетом эффектов реального газа обсуждается изменение газодинамической структуры и параметров течения в окрестности зоны энергоподвода, развивающейся в неподвижной среде и в условиях ее взаимодействия с прямым скачком при различной интенсивности подвода энергии.

В настоящей статье развивается модель, предназначенная для численного исследования нестационарных газодинамических эффектов, сопровождающих локальное тепловыделение в дозвуковой части сопла при заданном распределении мощности энерговыделения в пространстве. Построенная модель используется для исследования течений с нестационарным энергоподводом в соплах, которые представляют интерес для камер плазмотронов переменного тока. При работе плазмотрона во внутреннем канале образуются движущиеся дуги, которые являются источниками интенсивного энергоподвода. Допускается горение одной или нескольких дуг, которые находятся в различных точках пространства, имеют различные интенсивности и движутся с заданной скоростью относительно газового потока. На основе данных численного моделирования обсуждается качественная картина газодинамических и тепловых процессов в сопле при нестационарном подводе энергии. Устанавливается зависимость расходных характеристик сопла, а также смещение соплового скачка уплотнения при перерасширенном истечении газа из сопла от интенсивности и цикличности энергоподвода в дозвуковой части.

2. Математическая модель. Рассматриваются нестационарные течения невязкого сжимаемого газа в каналах с переменной площадью поперечного сечения.

2.1. Основные уравнения. В исследованиях течений с энергоподводом задача разделяется на газодинамическую задачу с заданными источниками тепла (указывается уровень интенсивности и функция распределения по координатам) и физическую задачу, в которой изучается механизм тепловыделения (например, электрический разряд) при известных параметрах потока. Газодинамическая задача о заданном распределенном тепловыделении в потоке решается в рамках уравнений Эйлера (без учета вязкости и теплопроводности среды) или в рамках уравнений Навье–Стокса (для вязкого теплопроводного газа). Для расчета параметров потока при слабом теплоподводе находят применение теоретические подходы, позволяющие получить полезные связи между интенсивностью энергоподвода и газодинамическими параметрами возмущенной среды. При существенном тепловыделении, когда плотность, скорость, температура и давление среды меняются на порядок величины, задача решается численными методами.

При описании быстропротекающих процессов эффектами теплопроводности и вязкости обычно пренебрегается. Нестационарное течение невязкого сжимаемого газа описывается уравнениями Эйлера с источником членом, учитывающим подвод энергии. Для описания течений с газодинамическими разрывами

используется интегральная форма уравнений Эйлера

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{U} dV + \oint_S \mathbf{F} dS = \int_V \mathbf{H} dV. \quad (1)$$

Вектор консервативных переменных, вектор потока и источниковый член имеют вид

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{v} \\ e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v_n \\ \rho v_n \mathbf{v} + p \mathbf{n} \\ (e + p)v_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ q \end{pmatrix}.$$

Удельная полная энергия находится из соотношения

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho v^2.$$

Здесь t — время; ρ — плотность; \mathbf{v} — вектор скорости; p — давление; e — полная энергия единицы массы; \mathbf{n} — единичный вектор внешней нормали к границе; v_n — скорость по нормали к элементу поверхности ($v_n = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = un_x + vn_y$); u и v — компоненты скорости в координатных направлениях x и y ; n_x, n_y — проекции вектора нормали на оси x и y ; γ — отношение удельных теплоемкостей. Под q понимается удельная мощность энергоподвода (мощность, подводимая к единице объема газа). Интенсивность энергоподвода либо задается, либо определяется из дополнительных соотношений, учитывающих физику процесса.

Энергия химического превращения является внутренней энергией системы и учитывается как составная часть полной энергии. В простейшем случае скорость химической реакции записывается в форме Аррениуса, а предэкспоненциальный множитель и энергия активации устанавливаются для каждой конкретной химической системы.

Для модели стационарного одномерного течения с подводом энергии в узкой зоне (фронте реакции) имеется точное решение, связывающее параметры потока в зонах до и после энергоподвода. Связь между термодинамическими переменными до и после зоны энергоподвода описывается соотношением Рэнкина–Гюгонио. Давление и плотность за фронтом реакции связаны с числом Маха набегающего потока соотношением Рэлея–Михельсона. Состояние среды за зоной энергоподвода определяется из пересечения прямой Михельсона с кривой Рэнкина–Гюгонио, при этом существует максимальная мощность энергоподвода, которую можно подвести к потоку в стационарных условиях.

2.2. Начальные и граничные условия. В качестве граничного условия на стенке канала используется условие непротекания для нормальной скорости (в рамках модели невязкого газа граничное условие для касательной скорости на стенке не ставится). Во входном сечении канала задается полное давление и полная энтальпия. В выходном сечении в случае дозвукового истечения фиксируется постоянное статическое давление, равное давлению среды, в которую происходит истечение. Данная система условий определяет физические граничные условия. Недостающие граничные условия определяются из уравнений, записанных в характеристическом виде.

Для решения задачи в стационарной постановке используется метод установления, в соответствии с которым установившиеся (не зависящие от времени) распределения газодинамических параметров находятся как решение нестационарной задачи при $t \rightarrow \infty$. В этом случае вид начального распределения искомых функций является несущественным. Для ускорения счета используются физические начальные условия, основанные на соотношениях одномерной теории изэнтропического течения газа в сопле. При решении задачи в нестационарной постановке за начальное приближение выбирается установившееся решение задачи при отсутствии подвода энергии. Решение нестационарной задачи при подводе энергии по периодическому закону проводится до получения периодического решения. Момент достижения периодического решения определяется из сравнения средних значений расхода газа через промежуток времени, кратный периоду подвода энергии (обычно через 10 периодов).

2.3. Численный метод. Выделяются два этапа решения задачи на одном временном шаге: энергетический этап (решение уравнения изменения энергии совместно с уравнениями, описывающими тепловое деление в потоке за счет внешних источников энергии) и газодинамический этап (расчет полей плотности, скорости и давления).

Используя метод конечных объемов, запишем разностную схему для уравнения (1) в виде

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \frac{\Delta t}{V_i} \sum_{j=1}^{N_e} \mathbf{F}_{ij} S_{ij} + \Delta t \mathbf{H}_i. \quad (2)$$

Здесь U_i — вектор консервативных переменных; F_{ij} — поток в ячейку i через участок границы j ; S_{ij} — длина участка границы j ячейки i ; V_i — площадь грани j ячейки i .

Для дискретизации основных уравнений используется метод Годунова и решение задачи о распаде произвольного разрыва. При применении схемы конечных объемов (2) потоки вычисляются в направлении нормали к границе. Поток на грани контрольного объема определяется соотношением

$$F_{j+1/2} = \frac{1}{2} [F(U_L) + F(U_R)] - \frac{1}{2} |A|(U_R - U_L), \tag{3}$$

где $|A| = R|\Lambda|L$. Под $\Lambda = \text{diag} \{v_n - a, v_n, v_n + a\}$ понимается диагональная матрица, элементами которой являются собственные значения якобиана. Для идеального газа якобиан имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -(3 - \gamma) \frac{u^2}{2} & (3 - \gamma)u & \gamma - 1 \\ (\gamma/2 - 1)u^3 - \frac{ua^2}{\gamma - 1} & (3/2 - \gamma)u^2 + \frac{a^2}{\gamma - 1} & \gamma u \end{pmatrix}.$$

Матрицы, столбцами которых являются правые и левые собственные векторы якобиана, имеют вид

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ u - a & u & u + a \\ H - ua & u^2/2 & H + ua \end{pmatrix}, \quad L = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} b_1 + u/a & -b_2u - 1/a & b_2 \\ 2 - 2b_1 & 2b_2u & -2b_2 \\ b_1 - u/a & -b_2u + 1/a & b_2 \end{pmatrix}.$$

Здесь $a = (\gamma p/\rho)^{1/2}$, $b_1 = b_2u^2/2$, $b_2 = (\gamma - 1)/a^2$.

Для повышения порядка точности схемы (3) при интерполяции зависимых переменных на грани контрольного объема используется принцип минимальных производных. Компоненты вектора консервативных переменных на гранях контрольного объема определяются по методу Рое. Во избежание вычислительных осцилляций вблизи звуковой точки используется энтропийная коррекция. Дискретизация по времени проводится при помощи метода Рунге–Кутты 3-го порядка.

В тех случаях, когда стационарный энергоподвод осуществляется в сверхзвуковой поток (при условии, что интенсивность энергоподвода не превышает критического значения), удается построить маршевые схемы расчета [9] (при сверхзвуковом течении уравнения являются гиперболическими в направлении оси x). Для ускорения расчетов применяется векторизованный подход к расчету потоков, что позволяет при реализации вычислительной процедуры избежать программирования циклических конструкций [10].

2.4. Учет реальных свойств газа. При низких температурах и давлениях внутренняя энергия состоит из энергии поступательного и вращательного движения молекул, поэтому воздух считается совершенным двухатомным газом, имеющим постоянный молекулярный вес, постоянные удельные теплоемкости и постоянный показатель адиабаты. Высокотемпературные течения характеризуются возбуждением колебательных степеней свободы многоатомных молекул и наличием процессов диссоциации и ионизации. В воздухе диссоциация кислорода проходит при $T = 2000\text{--}4000$ К, а диссоциация азота — при $T = 4000\text{--}10\,000$ К. При $T = 7000\text{--}10\,000$ К начинается процесс ионизации с образованием свободных электронов. При $T > 10\,000\text{--}12\,000$ К значительную долю составляют однократные ионы этих компонент.

Для описания равновесной диссоциации некоторых двухатомных газов используется, в частности, модель идеального диссоциирующего газа Лайтхилла. Его свойства описываются тремя константами, что позволяет в обобщенной форме проанализировать влияние диссоциации.

В модели [11] воздух рассматривается как идеальная смесь кислорода и азота (предполагается, что соединения азота с кислородом отсутствуют) с постоянными молярными концентрациями, учитывая возбуждение колебательных и вращательных степеней свободы молекул. Средняя молярная масса смеси остается постоянной, а уравнение состояния сохраняет вид, соответствующий уравнению состояния идеального газа.

Достоинством модели, предложенной в работе [12] (модель Крайко), является учет диссоциации и ионизации воздуха при высоких температурах. При учете реальных термодинамических свойств воздуха используются явные выражения для плотности и удельной внутренней энергии через давление и температуру $\rho = \rho(p, T)$ и $\varepsilon = \varepsilon(p, T)$. В диапазоне температур от 200 до 20 000 К и давлений от 0.001 до 1000 атм погрешность модели не превосходит 1.5% по плотности и 3% по энтальпии.

Уравнения, описывающие течение реального газа, имеют тот же вид, что и уравнения для идеального газа (1). При использовании приближенной модели (модели Крайко или модели идеального диссоциирующего газа) возникают трудности при переходе от консервативных переменных к физическим. В приближенных моделях состояние газа определяется в функции переменных $\rho = \rho(p, T)$ и $\varepsilon = \varepsilon(p, T)$, а для расчетов используется зависимость $p = p(\rho, \varepsilon)$. Для перехода между физическими и консервативными переменными при известных плотности и внутренней энергии решается система уравнений $f_1(p, T) - \rho = 0$, $f_2(p, T) - \varepsilon = 0$.

Кроме консервативной формы уравнений, в расчетах используется квазилинейная форма уравнений (например, для постановки граничных условий, определения характеристических соотношений и вычисления собственных векторов). В отличие от модели совершенного газа, в модели реального газа якобиан

$$\text{имеет вид } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a^2 - u^2 - (H - u^2)p_\varepsilon/\rho & 2u - up_\varepsilon/\rho & p_\varepsilon/\rho \\ u(a^2 - H) - u(H - u^2)p_\varepsilon/\rho & H - u^2p_\varepsilon/\rho & u + up_\varepsilon/\rho \end{pmatrix}.$$

Для газа, термическое уравнение состояния которого записывается в виде $p = p(\rho, \varepsilon)$, матрицы, составленные из правых и левых собственных векторов якобиана, имеют вид [13, 14]

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ u - a & u & u + a \\ H - ua & H - \rho a^2/p_\varepsilon & H + ua \end{pmatrix}, \quad L = \frac{p_\varepsilon}{2\rho a^2} \begin{pmatrix} u^2 - H + \rho c(u + a)/p_\varepsilon & -u - \rho a/p_\varepsilon & 1 \\ 2(H - u^2) & 2u & -2 \\ u^2 - H - \rho c(u - a)/p_\varepsilon & -u + \rho a/p_\varepsilon & 1 \end{pmatrix}.$$

Полная энтальпия и местная скорость звука находятся из соотношений

$$H = \varepsilon + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} u^2, \quad a^2 = p_\rho + p_\varepsilon \frac{p}{\rho^2},$$

где $p_\rho = \partial p / \partial \rho$ и $p_\varepsilon = \partial p / \partial \varepsilon$. Собственные значения якобиана и характеристические соотношения для реального газа сохраняются в той же форме, что и в случае течения идеального газа. Векторы консервативных переменных на гранях контрольного объема определяются по методу Рое такими же соотношениями, что и для идеального газа.

Методы аппроксимации термодинамических функций основаны на использовании эффективного показателя адиабаты. Показатель адиабаты в соотношениях, связывающих термодинамические параметры, заменяется некоторой постоянной величиной, которая формально рассматривается как показатель адиабаты и соответствует ему при невозбужденных степенях свободы молекул газа. Имеются различные подходы к определению эффективного показателя адиабаты. При моделировании ударно-волновых процессов находит применение определение $\gamma_s = h/\varepsilon$. Используя в качестве термодинамических параметров давление и плотность, представим внутреннюю энергию в виде $\varepsilon = p/[(\gamma_s - 1)\rho]$. Показатель изэнтропы (эффективное отношение удельных теплоемкостей) определяется по формуле

$$\gamma_e = \frac{c_p}{c_v} \left[1 + \frac{p}{\mu} \left(\frac{\partial \mu}{\partial p} \right)_T \right]^{-1},$$

где μ — молярная масса газа; c_p и c_v — удельные теплоемкости при постоянном давлении и постоянном объеме. При молекулярном весе, зависящем от давления, показатель адиабаты γ_e не равняется (подобно γ_s) отношению удельных теплоемкостей в соответствующем процессе. Величины $\gamma_c = c_p/c_v$, γ_s и γ_e зависят от давления и температуры (рис. 1). Линии на фрагментах а)–в) соответствуют давлениям 0.01 (линия 1), 1 (линия 2), 10 (линия 3), 100 (линия 4) и 1000 (линия 5) атм. Распределения эффективных показателей адиабаты в зависимости от температуры при фиксированном давлении, равном $p = 1$ атм, показывает фрагмент г). На фрагменте г) линия 1 соответствует показателю адиабаты γ_s , линия 2 — показателю адиабаты γ_c и линия 3 — показателю адиабаты γ_e .

В работе [15] приводится решение задачи Римана для реального газа. Процедуры расщепления вектора потока и приращения вектора потока для случая реального газа рассматриваются в работах [16, 17], а особенности реализации метода Рое обсуждаются в работе [13]. В работе [17] рассматривается случай многомерного течения, а в работе [18] сравниваются различные способы расщепления вектора потока. При использовании метода Годунова принимается, что решение задачи о распаде произвольного разрыва соответствует случаю замороженного течения (для соседних ячеек используются свои эффективные значения показателей адиабаты). Полученные замороженные потоки применяются для вычисления консервативных переменных, после чего для каждой ячейки определяются равновесные параметры.

Решение задачи для квазиодномерного течения требует постановки граничных условий двух типов — физических и вычислительных. В качестве физических условий во входном сечении задаются энтропия и энтальпия, выражения для которых определяются по равновесному показателю адиабаты γ_e . При этом равновесная скорость звука находится из соотношения $a_e = (\gamma_e p / \rho)^{1/2}$. Характеристические условия ставятся аналогично случаю идеального газа, принимая $a^2 = p_\rho + p p_\varepsilon / \rho^2$.

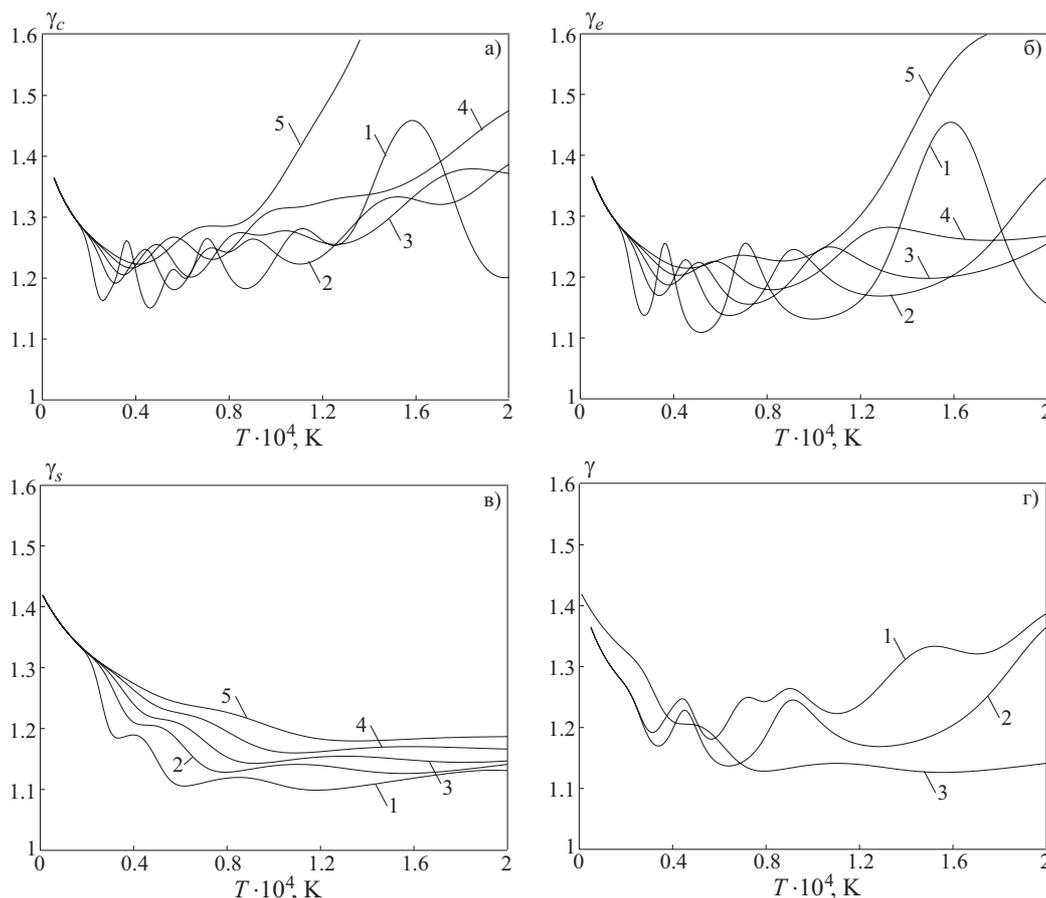


Рис. 1. Зависимости эффективных показателей адиабаты от температуры и давления

3. Модель подвода энергии. В расчетах течений идеального совершенного газа используются упрощенные модели энергоподвода, которые не учитывают процессы ионизации и диссоциации, а также химические реакции, проявляющиеся в реальном газе при высоких температурах [8].

3.1. Распределение температуры. В T -модели предполагается мгновенный энергоподвод и нулевое значение источникового члена в уравнении сохранения энергии ($q = 0$) [19]. Подвод энергии задается распределением температуры в начальный момент времени $t = 0$, которое для источника в виде эллипса с центром в точке (x_0, y_0) и размерами полуосей R_x и R_y определяется соотношением

$$T(x, y) = T_\infty + \Delta T(x, y), \quad \text{где} \quad \Delta T(x, y) = \Delta T_0 \exp \left[-\left(\frac{x - x_0}{kR_x} \right)^2 - \left(\frac{y - y_0}{kR_y} \right)^2 \right].$$

Под T_∞ понимается температура окружающего газа или температура набегающего потока, а под $\Delta T_0 = T_0 - T_\infty$ — приращение температуры в центре зоны энергоподвода.

Чем меньше параметр $0.5 \leq k \leq 1$, тем меньше разрыв газодинамических параметров на границе зоны энергоподвода. Значение определяющего параметра модели ΔT_0 рассчитывается по формуле $\Delta T_0 = \frac{Q}{\rho_\infty c_v I}$, где Q — поглощенная средней энергия, ρ_∞ — плотность газа в невозмущенном потоке, c_v — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме. Интеграл от функции, описывающей пространственное распределение интенсивности в объеме V_0 , имеет вид $I = \int_{V_0} \exp \left[-\left(\frac{x - x_0}{kR_x} \right)^2 - \left(\frac{y - y_0}{kR_y} \right)^2 \right] dV$.

Данная модель позволяет моделировать только единичный импульс энергоподвода без учета его продолжительности.

3.2. Распределение интенсивности. В q -модели имеется возможность учета влияния стационарного, одиночного и импульсно-периодического подвода энергии различной продолжительности и частоты. В этом случае источниковый член в уравнении сохранения энергии является ненулевым ($q \neq 0$) [19].

Подводимая удельная мощность в область в виде эллипса с центром в точке (x_0, y_0) и размерами полуосей R_x и R_y определяется соотношением

$$q(t, x, y) = q_0 f(t) \exp \left[- \left(\frac{x - x_0}{kR_x} \right)^2 - \left(\frac{y - y_0}{kR_y} \right)^2 \right],$$

где q_0 — удельная мощность энергоподвода в центре источника; $f(t)$ — функция, описывающая изменение интенсивности во времени; R_x и R_y — характерные размеры зоны энерговыделения. Параметр $0.5 \leq k \leq 1$ определяет значения интенсивности на границе области энергоподвода. Для одиночного импульса энергии продолжительностью τ имеем $f(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq t < \tau, \\ 0 & \text{при } \tau \leq t. \end{cases}$

Определяющий параметр модели рассчитывается по формуле $q_0 = \frac{Q}{\rho_\infty \tau I}$.

Когда подвод энергии моделирует работу плазмотрона трехфазного тока, в котором области энерговыделения (электрические дуги) периодически возникают и перемещаются по каналу, координаты $x_0 = x_0(t)$ и $y_0 = y_0(t)$ определяются путем, проходимым дугой, и скоростью ее перемещения.

В случае задания массового энергоподвода эффективный энергоподвод оказывается в несколько раз меньше за счет уменьшения плотности газа при нагреве [20]. Имеющиеся результаты свидетельствуют о перспективности использования упрощенных моделей энергоподвода для идеального совершенного газа при проведении параметрических расчетов [8].

4. Результаты расчетов. Выбранные условия соответствуют сверхкритическим режимам подвода энергии, когда в потоке возникают зоны дозвукового течения, пульсирующие во времени.

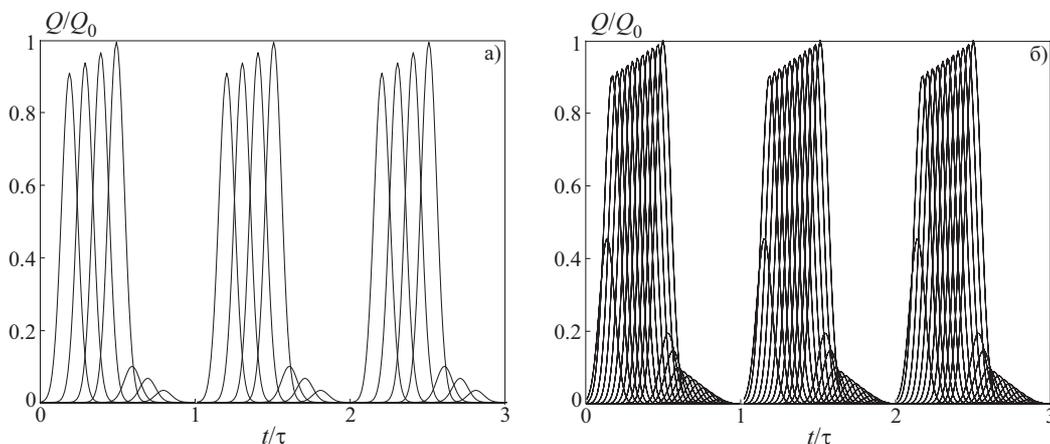


Рис. 2. Изменение интенсивности энергоподвода во времени в случае одной дуги (а) и в случае трех дуг (б)

4.1. Геометрия канала и сетка. Площадь поперечного сечения канала изменяется по зависимости $S = 1 + 2x^2$, где $-0.3 \leq x \leq 1$. Координата $x = 0$ соответствует критическому сечению сопла. На режиме перерасширения возникает внутренний скачок уплотнения, который восстанавливает давление до наружного.

Для одномерных расчетов используется сетка, содержащая 800 узлов. В двумерных расчетах применяется равномерная сетка по координатам x и y , содержащая 800×400 узлов. Число узлов сетки выбирается на основе проверки сходимости численных решений на различных сетках при постепенном увеличении их размерности. Расчеты прекращаются по достижении заданного конечного момента времени.

4.2. Подвод энергии. Модель энергоподвода с движущейся областью энерговыделения позволяет учесть влияние перемещения зоны интенсивного энергоподвода в случае одной или нескольких дуг плазмотрона. Циклограмма одиночной области энергоподвода, периодически возникающей и перемещающейся в канале, приводится на рис. 2а. Серии кривых отвечают различным моментам времени (с постоянным

шагом), а форма каждой кривой отображает пространственное распределение интенсивности энергоподвода. Схему энергоподвода для трех периодических перемещающихся дуг с переменной во времени интенсивностью показывает рис. 2б. В обоих случаях приводится три полных периода подвода энергии. Под τ понимается период подвода энергии, а под Q_0 — максимальная величина энергоподвода. Скорость перемещения дуги полагается равной 10 м/с, а путь, проходимый дугой, — 0.2 м. Время горения дуги составляет 0.025 с.

Вид функции, описывающей изменение интенсивности во времени, показывает рис. 3 в случае единичной дуги и трех дуг плазмотрона. При достаточно большом количестве импульсов распределение интенсивности энерговыделения по пространственной координате становится практически однородным.

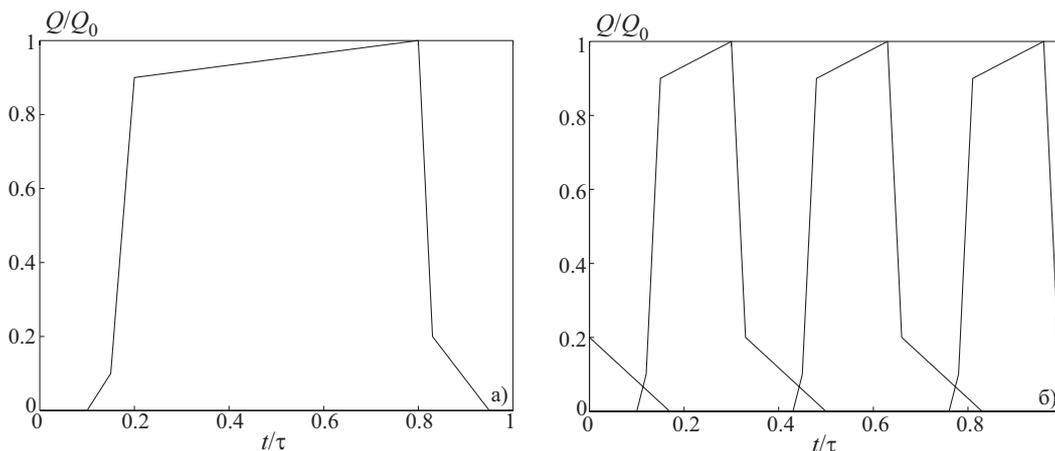


Рис. 3. Циклограммы единичного разрядного импульса (а) и многократных разрядных импульсов (б)

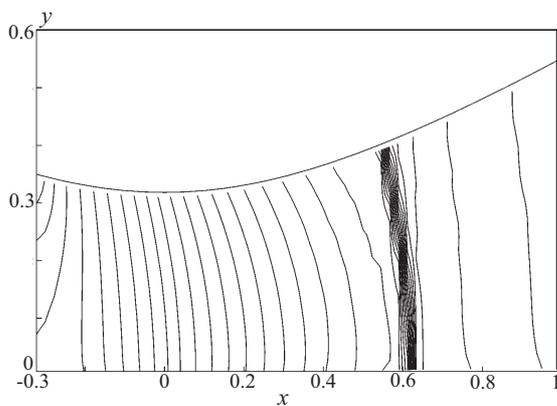


Рис. 4. Линии уровня давления в сопловом течении при отсутствии энергоподвода

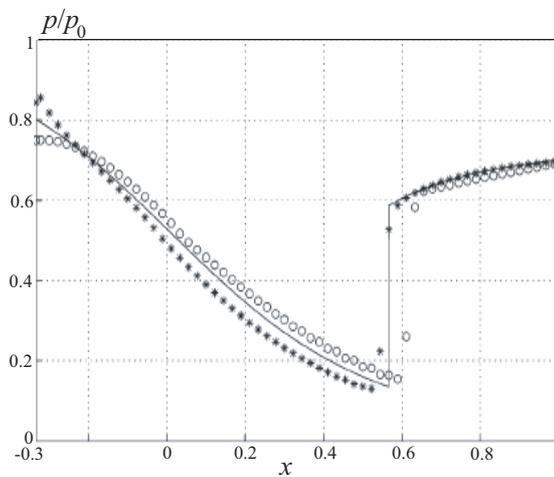


Рис. 5. Сравнение точного решения (сплошная линия) с данными численных расчетов (значки \circ и $*$). Значки \circ соответствуют параметрам потока вдоль оси, а значки $*$ — параметрам потока около стенки сопла

Использование импульсно-периодических источников энергии позволяет реализовать достаточно высокие пиковые мощности подвода энергии. Структура ударной волны и теплового следа за областью энергоподвода существенно зависят от частоты следования импульсов. При определенной частоте таких источников и обеспечении энергетической эквивалентности можно реализовать течения со свойствами, близкими к тем, которые формируются в условиях стационарного энергоподвода, когда тепловой след становится непрерывным. Условие энергетической эквивалентности определяется равенством параметра энергоподвода в стационарном и нестационарном случаях.

4.3. Тестовые задачи. В качестве тестовых задач рассматриваются нестационарное течение в канале с переменной площадью поперечного сечения при отсутствии энергоподвода (в одномерной и двумерной

постановках), а также стационарное одномерное течение с энергоподводом в узкой зоне (фронте реакции), имеющее точное решение, связывающее параметры потока в зонах до и после энергоподвода.

Поле давления в двумерном течении в сопле без энергоподвода, полученное методом установления, приводится на рис. 4. Рассматриваются такие режимы течения в сопле, когда внутри него образуется сопловой скачок уплотнения. Сопловой скачок в численном решении хорошо выделяется областью сгущения линий уровня давления.

Сравнение точного решения стационарной квазиодномерной задачи (сплошная линия) и предельного численного решения нестационарной двумерной задачи (значки \circ и $*$) приводится на рис. 5. Удовлетворительное согласование решений в области гладкости обеспечивается на сравнительно грубой сетке, а интенсивность и положение ударной волны соответствует точному решению. Разностная схема размывает сопловой скачок уплотнения на 1–2 вычислительные ячейки. При этом имеет место монотонный характер решения (отсутствуют нефизические осцилляции). Приведенные результаты для стационарного соплового течения с внутренним скачком уплотнения хорошо согласуются с известными численными данными и точным решением.

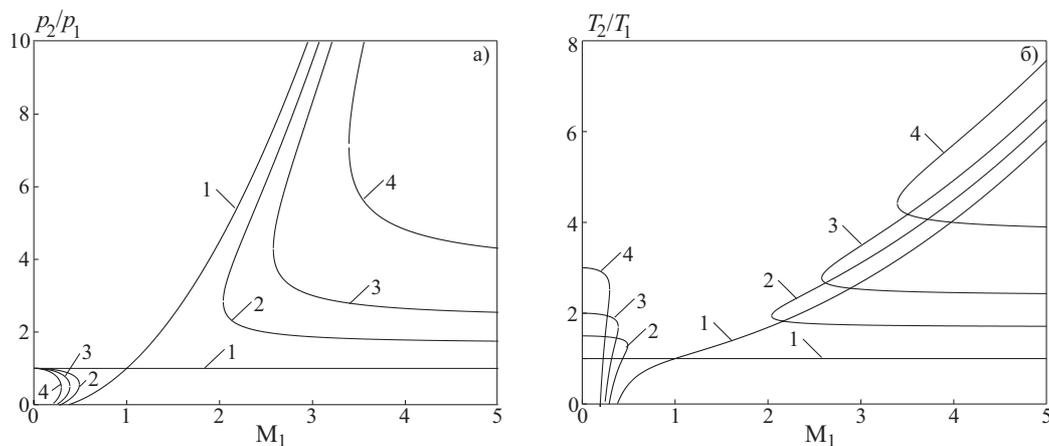


Рис. 6. Распределения давления (а) и температуры (б) перед и позади фронта энергоподвода при $q = 0$ (1), 0.5 (2); 1 (3); 2 (4)

Другая тестовая задача соответствует течению в канале, в выходном сечении которого ставятся граничные условия, соответствующие сверхзвуковому потоку (характеристические граничные условия). Зона энергоподвода воспроизводится одной ячейкой. Распределения давления и температуры за фронтом энергоподвода приводятся на рис. 6 в зависимости от числа Маха перед зоной энергоподвода. Для каждого числа Маха имеется два решения, и существует предельная интенсивность энергоподвода (критический энергоподвод). В том случае, когда интенсивность энергоподвода превышает критическое значение, стационарное решение задачи отсутствует. Для числа Маха $M_1 = 3$ критическое значение энергоподвода равняется $q = Q/(c_p T_1) = 1.4815$. Индексы 1 и 2 относятся к параметрам потока до и после зоны энергоподвода.

Перед зоной энергоподвода образуется ударная волна, которая движется навстречу потоку. За ударной волной поток приобретает параметры, при которых он может поглотить заданное количество тепла. Распределения характеристик потока при сверхкритическом энергоподводе приводятся на рис. 7 в фиксированный момент времени, причем $M_1 = 3$. Безразмерному параметру энергоподвода присваивается значение $q = 2$.

4.4. Квазиодномерные течения. В тех случаях, когда площадь проходного сечения канала меняется вдоль его длины достаточно плавно, а компоненты скорости в поперечных сечениях малы по сравне-

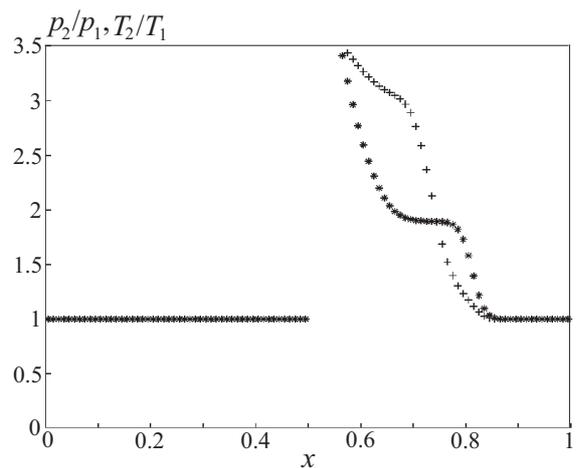


Рис. 7. Распределения давления (символы $*$) и температуры (символы $+$) в момент времени $t = 1.546$

нию с продольной скоростью, течение описывается осредненными по сечению параметрами. Особенности распределения газодинамических параметров в поперечном направлении учитываются при помощи поправочных коэффициентов.

Рассматриваются условия работы сопла, когда восстановление давления перерасширенного потока осуществляется через сопловой скачок уплотнения. Нестационарный энергоподвод, осуществляемый в сечении дозвукового тракта сопла, вызывает развитие интенсивных волновых процессов, сопровождающихся не только изменением расходных характеристик сопла, но и перемещением ударно-волновых структур и колебаниями давления. Нестационарный энергоподвод приводит к существенной перестройке соплового течения, повышению температуры и изменению давления газа вблизи области энергоподвода. После окончания импульса зона повышенной температуры переносится вдоль оси сопла. Прохождение нагретой порции газа через критическое сечение приводит к изменению расхода газа через сопло и смещению соплового скачка уплотнения.

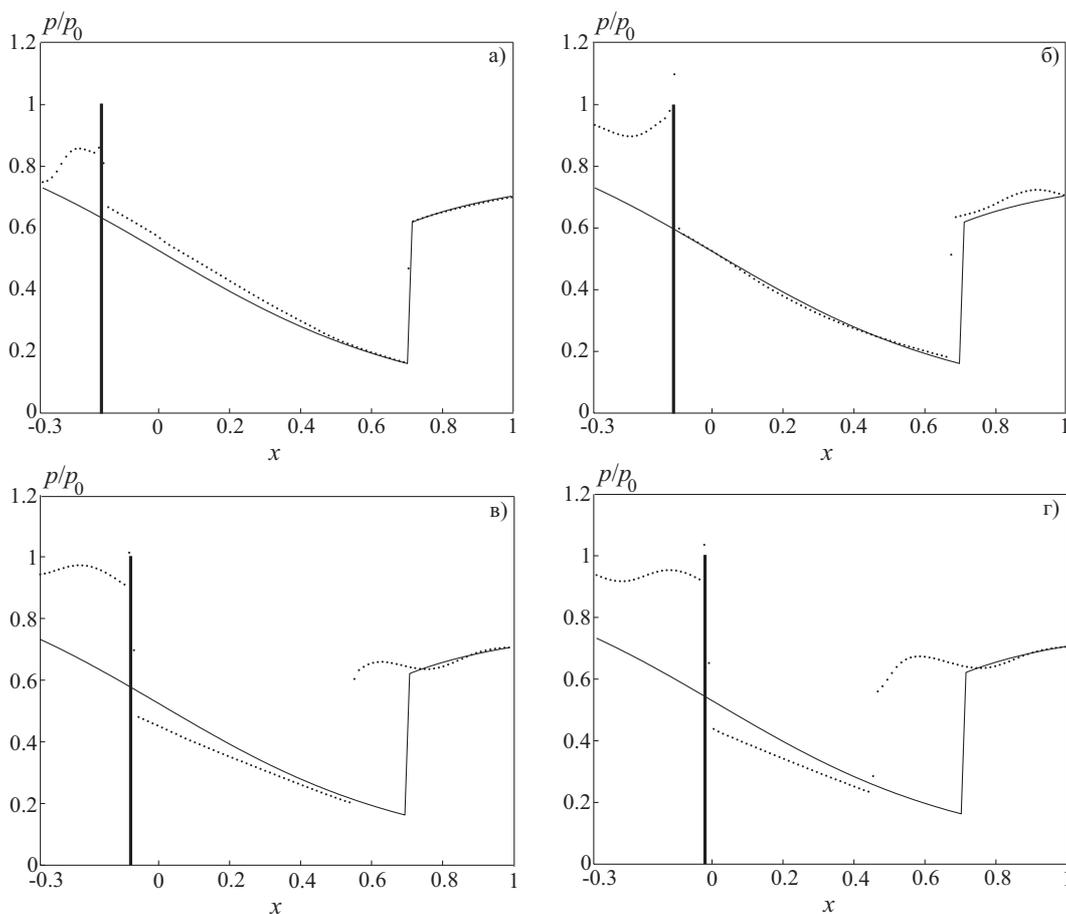


Рис. 8. Распределения давления в моменты времени $t/\tau = 1.156$ (а), 1.396 (б), 1.516 (в), 1.724 (г) в случае одной дуги

В том случае, когда мощность энергоподвода превышает критическое значение удельного энергоподвода для стационарного потока, возникает существенно нестационарный процесс с формированием ударно-волновых структур. При дальнейшем увеличении мощности энергоподвода происходит перестройка течения на входе в сопло. В некоторых случаях возникает ситуация, когда во входном сечении изменяется направление потока (при этом два собственных значения якобиана становятся отрицательными, что требует изменения схемы выставления левых граничных условий).

Распределения давления и температуры в различные моменты времени показывают рис. 8 и рис. 9. Полное давление и полная температура во входном сечении полагаются равными 8.5×10^5 Па и 300 К, а статическому давлению в выходном сечении сопла присваивается значение 6×10^5 Па. Сплошные линии показывают распределения давления и температуры, соответствующие стационарному решению задачи при отсутствии подвода энергии, а точки — распределения давления и температуры в нестационарном случае. Распределения характеристик потока, приведенные на фрагменте а), соответствуют началу процесса

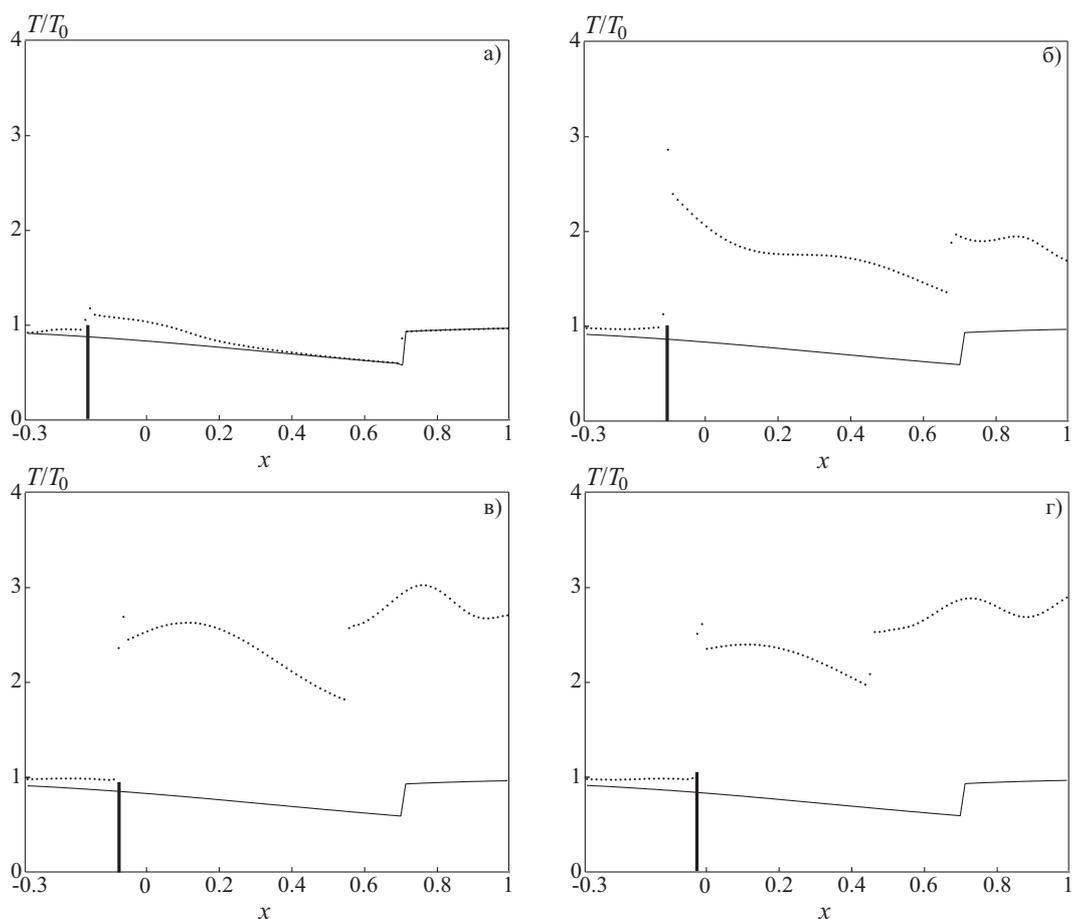


Рис. 9. Распределения температуры в моменты времени $t/\tau = 1.156$ (а), 1.396 (б), 1.516 (в), 1.724 (г) в случае одной дуги

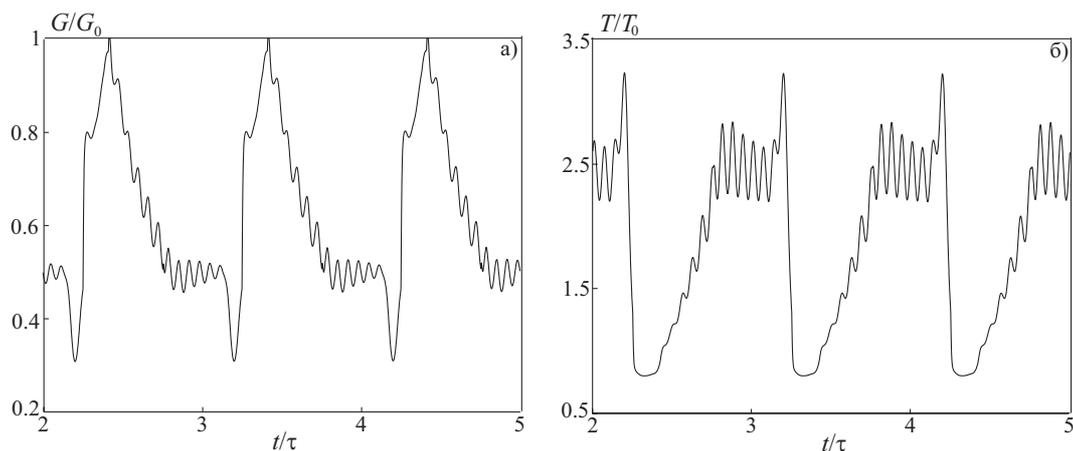


Рис. 10. Изменение расхода газа через критическое сечение сопла (а) и распределение температуры в критическом сечении (б) в случае одной дуги

зажигания дуги. Для простоты положение дуги, интенсивность которой имеет гауссовское распределение по пространству с достаточно высокой локализацией, для начального периода цикла энергоподвода показывается вертикальной линией. Энергоподвод вызывает появление высоких градиентов газодинамических параметров, локализованных в узкой области энергоподвода. Динамику развития процесса показывают фрагменты б)–г). С изменением интенсивности энергоподвода, что соответствует процессу зажигания и погасания дуги, изменяется величина разрывов, а области с резкими градиентами искомых функций пе-

ремещаются по соплу.

Влияние нестационарного энергоподвода на расходные характеристики сопла и распределение температуры показывает рис. 10. Под $q = Q_0/(G_0H_0)$ понимается безразмерный параметр, определяющий интенсивность энергоподвода, где G_0 и H_0 — расход газа и полная энтальпия без энергоподвода. При наличии периодического энергоподвода в дозвуковой части сопла расход газа через критическое сечение становится тоже периодической функцией. Интегральное значение расхода уменьшается по сравнению с его величиной для течения без энергоподвода, причем с увеличением интенсивности энергоподвода это различие увеличивается.

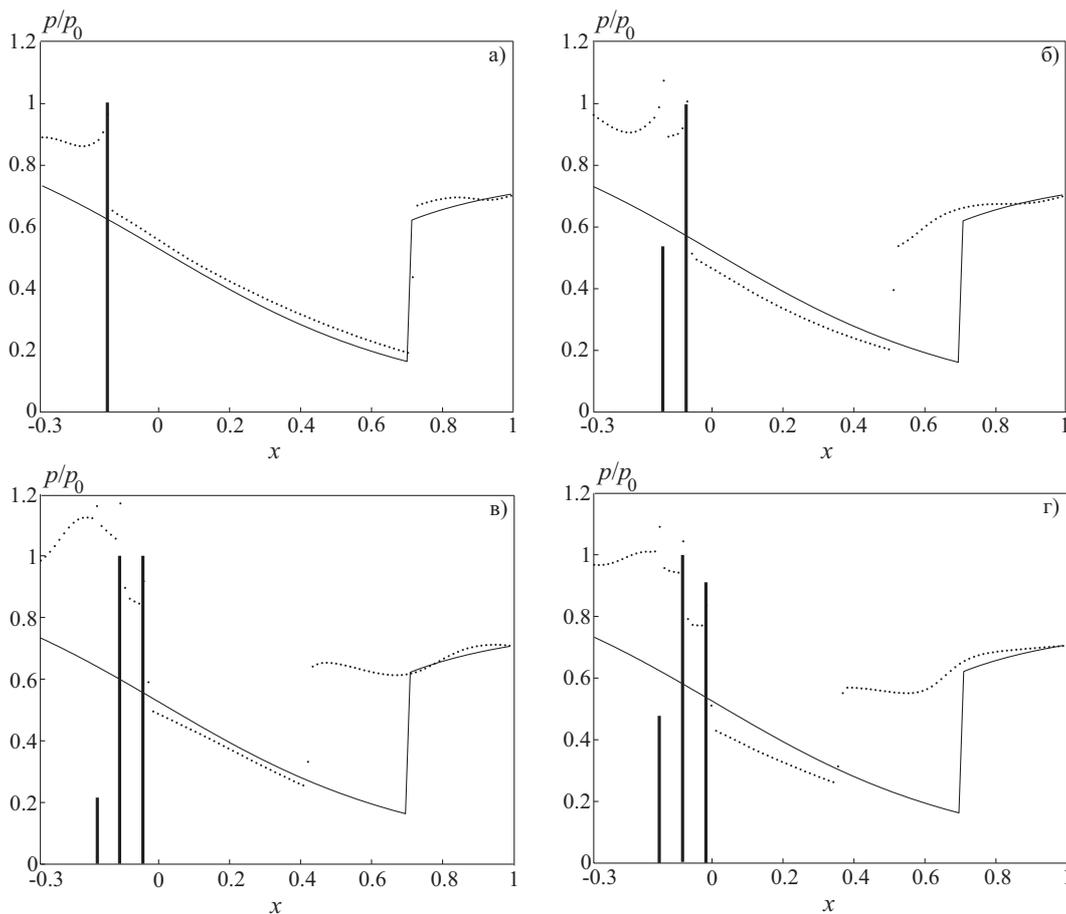


Рис. 11. Распределения давления в моменты времени $t/\tau = 1.224$ (а), 1.544 (б), 1.668 (в), 1.768 (г) в случае трех дуг

Для плазмотронов переменного тока представляет интерес вариант энергоподвода с несколькими одновременно перемещающимися дугами. На рис. 11 и рис. 12 приводятся результаты расчетов, показывающие влияние тепловыделения на распределения давления и температуры в случае трех дуг (приведенные результаты соответствуют одному циклу энергоподвода). Дуги одна за другой перемещаются вдоль оси сопла. Вертикальные линии соответствуют положениям дуги в соответствующие моменты времени. Для простоты пространственное распределение интенсивности энергоподвода на рисунках не показывается.

В связи с тем, что дуги перемещаются периодически, распределения газодинамических параметров на любых участках так же являются периодическими функциями (рис. 13). Увеличение количества дуг приводит к более однородному распределению температуры вдоль оси сопла.

4.5. Двумерные течения. В двумерном случае энергоподвод осуществляется в приосевой области сопла в его дозвуковой части. Область энергоподвода перемещается вдоль оси сопла, а интенсивность энергоподвода циклически меняется во времени. Рассматривается случай с горением одной дуги.

Распределения давления и температуры в различные моменты времени цикла энергоподвода приводятся на рис. 14 и рис. 15. При умеренных интенсивностях энергоподвода его влияние на поле давления проявляется в меньшей степени, чем на другие газодинамические параметры. Зарождение области высокой температуры показывает фрагмент а), соответствующий моменту начала горения дуги. Область

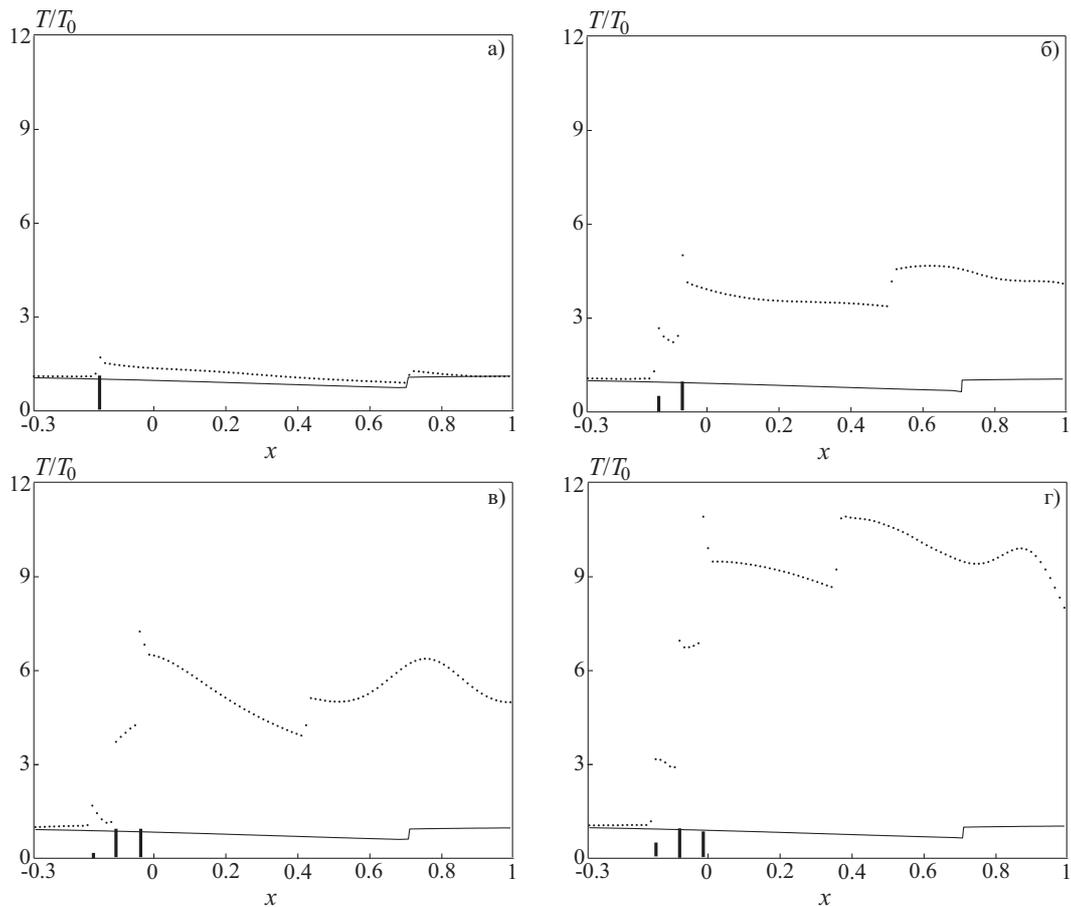


Рис. 12. Распределения температуры в моменты времени $t/\tau = 1.224$ (а), 1.544 (б), 1.668 (в), 1.768 (г) в случае трех дуг

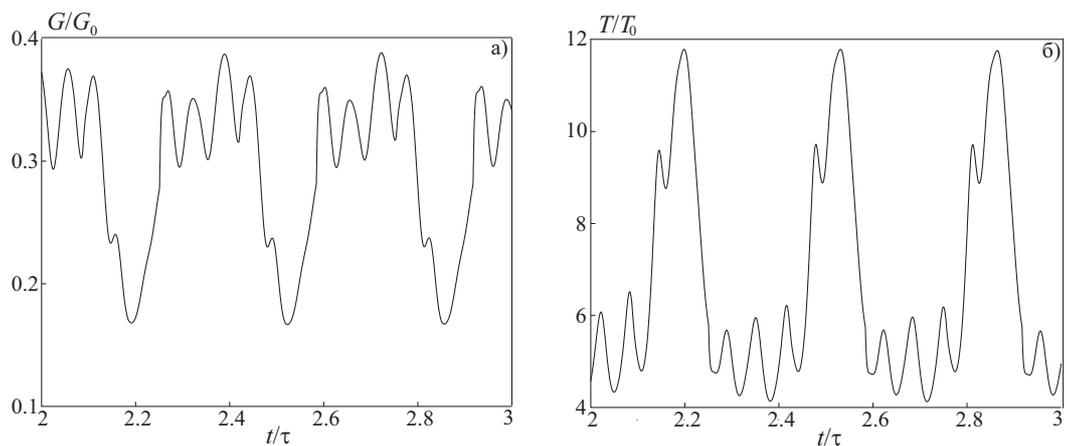


Рис. 13. Изменение расхода газа через критическое сечение сопла (а) и распределение температуры в критическом сечении (б) в случае трех дуг

высокой температуры сносится потоком, что объясняет ее вытянутость в осевом направлении. В последующие моменты времени эта область увеличивается в размерах и в ней возрастают температурные градиенты из-за увеличения интенсивности дуги (фрагмент б)). За скачком уплотнения виден след предыдущего теплового пятна. В дальнейшем наблюдается развитие области высокой температуры (фрагмент в)). После затухания дуги происходит конвективный снос теплового пятна и поле температуры становится таким, как в течении без энергоподвода (фрагмент г)). Газ обтекает область энерговыделения, поэтому вниз по потоку создаются условия для локального разрежения с последующим локальным повышением

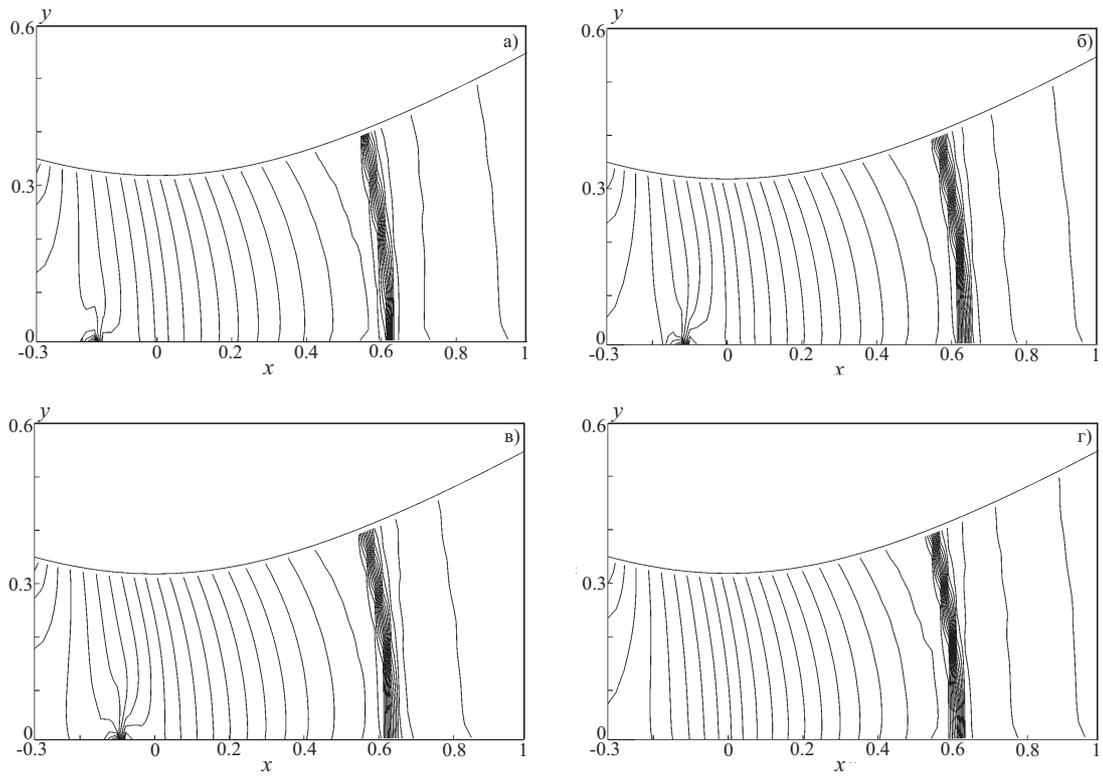


Рис. 14. Линии уровня давления в моменты времени $t/\tau = 2.154$ (а), 2.410 (б), 2.531 (в), 2.977 (г)

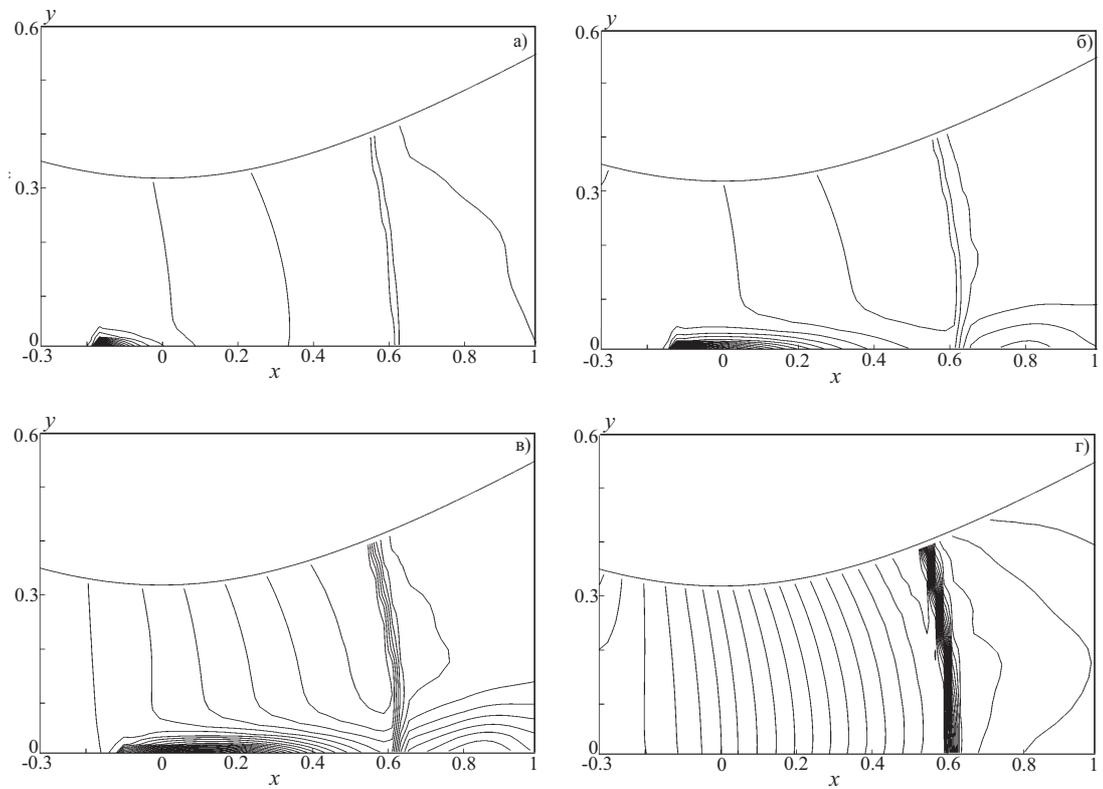


Рис. 15. Линии уровня температуры в моменты времени $t/\tau = 2.154$ (а), 2.410 (б), 2.531 (в), 2.977 (г)

температуры. Конфигурация возмущенной области и амплитудные значения возмущенных параметров (температуры, давления и числа Маха) зависят от размеров области энерговыделения и максимальной величины энерговыклада.

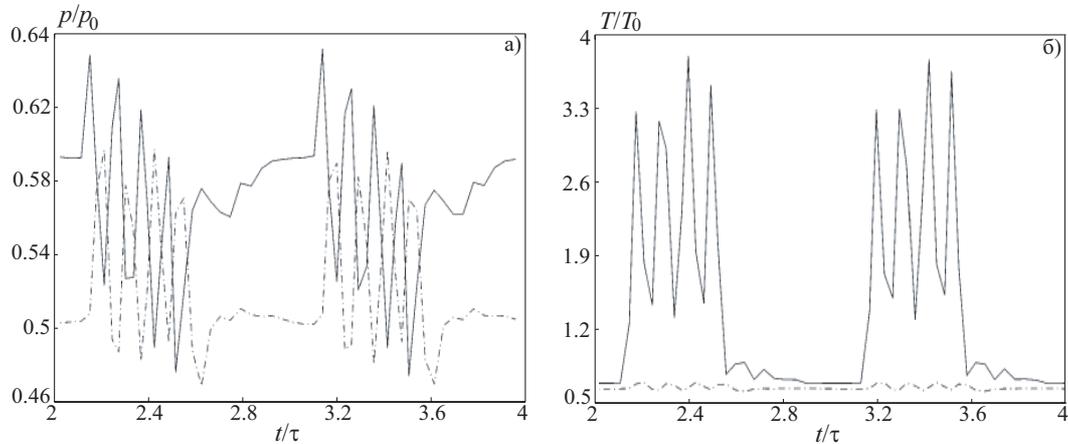


Рис. 16. Распределения давления (а) и температуры (б) на оси сопла (при $x = 0$)

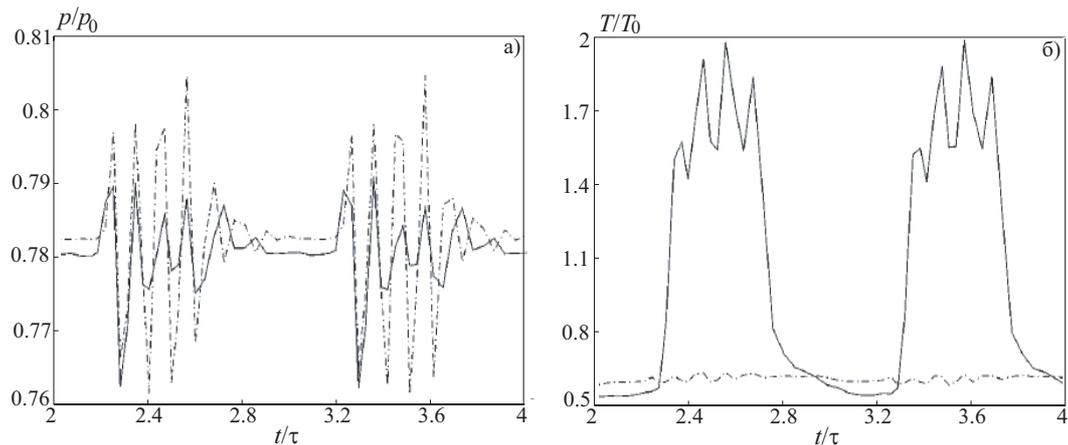


Рис. 17. Распределения давления (а) и температуры (б) около стенки сопла (при $x = 0.98$)

Влияние энергоподвода на распределения газодинамических параметров приводится на рис. 16 и рис. 17 для фиксированного сечения сопла. Сплошные линии соответствуют критическому сечению сопла, а штрихпунктирные линии — выходному сечению сопла. Полученные результаты дают представление об изменении параметров потока в области энергоподвода и далеко вниз по течению от области энергоподвода. Влияние энергоподвода на поле температуры намного существеннее, чем на поле давления. Давления внутри области энергоподвода и вне нее сравнительно слабо отличаются друг от друга. Полученные результаты позволяют сделать вывод о существенной неоднородности потока в выходном сечении сопла. Как температурное поле, так и поле давления имеют две области резкого изменения параметров. Кроме соплового скачка уплотнения, резкие градиенты параметров потока наблюдаются в узкой области интенсивного выделения энергии.

4.6. Течения реального газа. Особенности течений с учетом реальных процессов изучаются на примере задачи о течении в сопле с площадью проходного сечения, которая изменяется по зависимости $S(x) = 1 + 2x^2$, где $-1 \leq x \leq 2$.

Температура на входе в сопло полагается равной 5000 К. При такой температуре начинают проявляться процессы диссоциации молекул. На выходе из сопла задается давление, соответствующее случаю дозвукового истечения. Расчеты проводятся при различных способах вычисления эффективного показателя адиабаты (γ_c , γ_e , γ_*). Результаты расчетов сравниваются с расчетами по модели идеального газа при двух значениях показателя адиабаты ($\gamma_1 = 1.4$ и $\gamma_2 = 1.2$). Исследуется влияние различных способов определения эффективного показателя адиабаты на распределения газодинамических параметров.

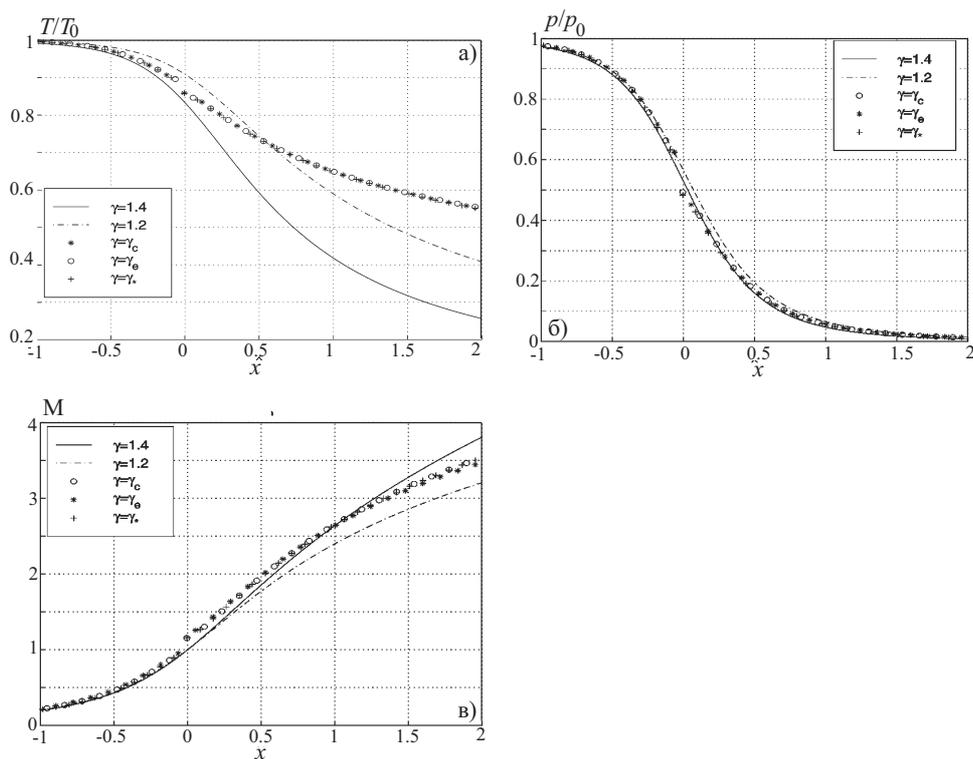


Рис. 18. Распределения температуры (а), давления (б) и числа Маха (в) при использовании различных эффективных показателей адиабаты в случае недорасширенного истечения

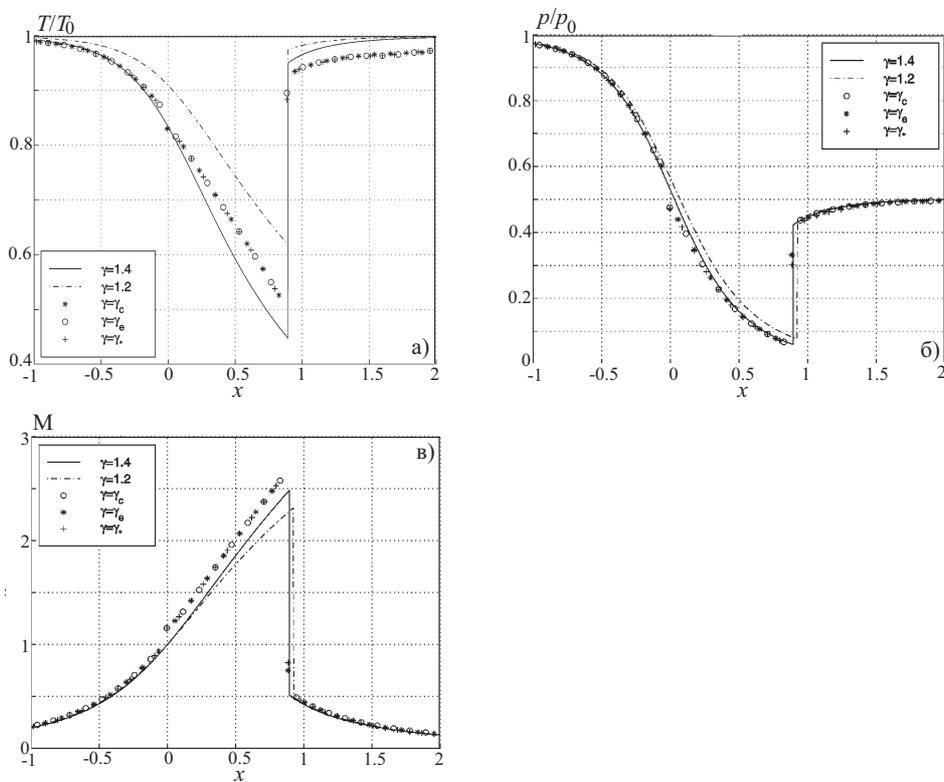


Рис. 19. Распределения температуры (а), давления (б) и числа Маха (в) при использовании различных эффективных показателей адиабаты в случае перерасширенного истечения

Сравнительные распределения давления, температуры и числа Маха при различных методах определения эффективного показателя адиабаты приводятся на рис. 18 для течения без внутренней ударной волны. Сплошная и штрихпунктирная линии соответствуют показателям адиабаты $\gamma_1 = 1.4$ и $\gamma_2 = 1.2$, а символы \circ , $*$ и $+$ — показателям адиабаты γ_c , γ_e и γ_s . В вариантах расчета, соответствующих течениям идеального и реального газа, на входе в сопло задаются равные значения температуры и давления, при этом полная энтальпия реального газа значительно выше, чем для идеального газа.

Сравнительные распределения давления, температуры и числа Маха приводятся на рис. 19 при течении по соплу с образованием внутреннего скачка уплотнения (обозначения те же, что и на рис. 18). Изменение различных эффективных показателей адиабаты по длине сопла приводится на рис. 20 (сплошная линия соответствует показателю γ_c , пунктирная линия — показателю γ_s , штрихпунктирная линия — показателю γ_e). Распределение давления в сопловом течении с дозвуковым выходом слабо зависит как от величины показателя адиабаты, так и от способа определения его эффективного значения. Более чувствительным к способу определения показателя адиабаты является распределение числа Маха. Использование модели реального газа приводит к значительным отклонениям в распределении температуры. Ввиду существенно различной энергии диссоциации для кислорода и азота, кислород начинает диссоциировать раньше, чем азот. За скачком уплотнения, в соответствии с возрастанием температуры, резко повышается и степень диссоциации.

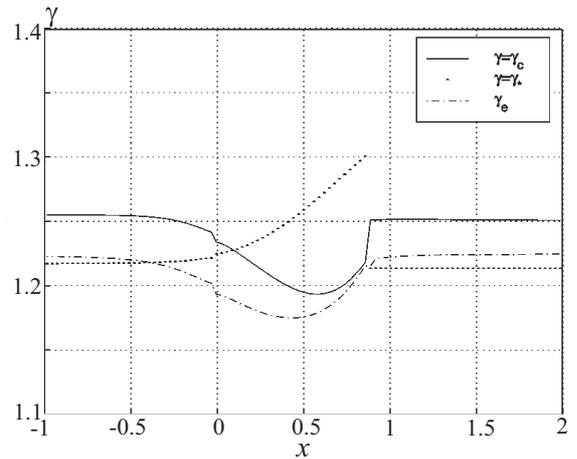


Рис. 20. Распределения эффективных показателей адиабаты вдоль оси сопла

Другой вариант сравнения течений идеального и реального газа, соответствующий случаю недорасширенного течения в сопле, приводится на рис. 21а. В качестве условий на входе в сопло принимаются одинаковые давления и полные энтальпии газа. Распределение температуры в реальном газе намного ниже, чем в идеальном газе. Это объясняется тем, что реальный газ поглощает значительную энергию для диссоциации молекул. Для другого варианта расчета, соответствующего случаю перерасширенного течения в сопле, температура полагается равной 10 000 К (рис. 21б). Для таких условий становятся заметными процессы ионизации во входном сечении.

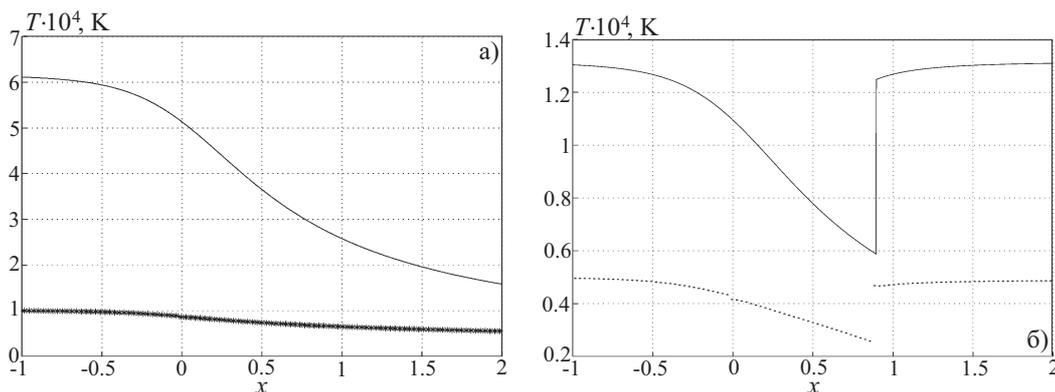


Рис. 21. Распределения температуры в идеальном и в реальном газе при недорасширенном (а) и перерасширенном (б) истечении

Использование модели реального газа позволяет учесть процессы диссоциации. Доля диссоциированных молекул кислорода и азота зависит от текущей температуры и давления. Следует отметить, что ввиду существенно различной энергии диссоциации для кислорода (5.1 эВ) и азота (9.8 эВ), кислород начинает диссоциировать раньше, чем азот. К моменту начала диссоциации азота диссоциация кислорода почти полностью заканчивается (рис. 22а). Ионизационный процесс только начинается, а диссоциация кислорода полностью заканчивается к началу ионизации. Изменение степени диссоциации молекул кислорода и азота в случае перерасширенного истечения из сопла приводится на рис. 22б. За скачком уплотнения, в

соответствии с возрастанием температуры, резко повышается и степень диссоциации.

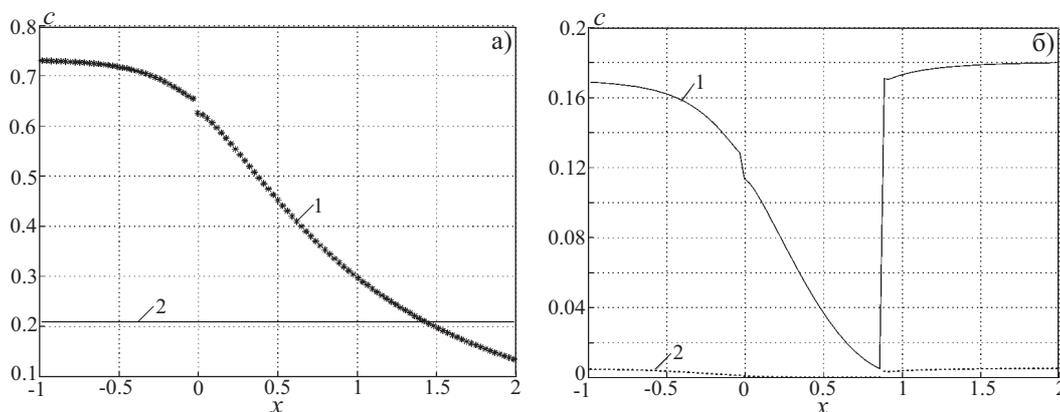


Рис. 22. Распределения молярных концентраций диссоциированных молекул кислорода (линия 1) и азота (линия 2) при недорасширенном (а) и перерасширенном (б) истечении

5. Заключение. Проведены численные исследования течений газа в технических устройствах, в которых протекают процессы, связанные с нестационарным подводом энергии. Для расчетов одномерных и двухмерных сопловых течений с нестационарным подводом энергии в дозвуковой части сопла в рамках моделей идеального и реального газов используется метод конечных объемов и векторизованный подход к расчету потоков.

Рассмотрены условия работы сопла с существенным перерасширением, когда восстановление давления перерасширенного потока осуществляется через сопловой скачок уплотнения. Установлены зависимости расхода газа от интенсивности и цикличности энергоподвода и обнаружено их влияние на положение и интенсивность соплового скачка уплотнения. Подвод тепловой энергии в поток приводит к значительному повышению температуры и изменению давления газа вблизи области энергоподвода. После окончания импульса зона повышенной температуры переносится вдоль оси сопла. Прохождение нагретой порции газа через критическое сечение приводит к изменению расхода, а ее взаимодействие с сопловым скачком — к его смещению.

Нестационарный подвод энергии, осуществляемый в сечении дозвуковой части сопла, вызывает развитие интенсивных волновых процессов, сопровождающихся не только изменением расходных характеристик сопла, но и перемещением ударно-волновых структур и колебаниями давления. Существование локализованных областей тепловыделения приводит к возникновению сильных тепловых и скоростных неоднородностей потока даже на значительном расстоянии от зоны энерговыделения. Следствием энерговыделения в потоке является повышение температуры и давления, но при этом наблюдается значительное снижение числа Маха вниз по потоку. При наличии периодического энергоподвода расход газа через критическое сечение становится периодической функцией. Интегральное значение расхода уменьшается по сравнению с его величиной для течения без энергоподвода, а с ростом интенсивности энергоподвода это различие увеличивается. При умеренных интенсивностях энергоподвода его влияние на поле давления проявляется в меньшей степени, чем на другие газодинамические параметры. Конфигурация возмущенной области и амплитудные значения возмущенных параметров (давления, температуры и числа Маха) зависят от размеров области энерговыделения и максимальной величины энерговыклада.

Полученные результаты показывают возможность расчета течений в каналах переменного сечения с узкими зонами энергоподвода с помощью разработанных средств численного моделирования. Использование модели реального газа позволяет учесть процессы диссоциации и ионизации и количественно определить их характеристики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Замураев В.П., Калинина А.П. Газодинамические эффекты периодического подвода энергии в расширяющемся канале // Журнал технической физики. 2010. **80**, № 1. 41–44.
2. Забайкин В.А. Управление псевдоскачком нестационарным воздействием // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2011. <http://chemphys.edu.ru/issues/2011-12/articles/353>.
3. Латыпов А.Ф. Численное моделирование течения в канале переменной площади сечения при импульсно-периодическом подводе энергии // Прикладная механика и техническая физика. 2009. **50**, № 1. 3–11.

4. Fang M.T.C., Zhuang Q., Shen M.Y. The computation of axisymmetric, supersonic nozzle arc using adaptive grids // IEEE Transactions on Plasma Science. 1994. **22**, N 3. 228–234.
5. Yan J.D., Fang M.T.C., Jones C. Electrical and aerodynamic behavior of arcs under shock conditions // IEEE Transactions on Plasma Science. 1997. **25**, N 5. 840–845.
6. Суржиков С.Т. Радиационно-газодинамическая модель сопла с локальным нагревом // Математическое моделирование. 1997. **9**, № 9. 54–74.
7. Егоров И.В., Иванов Д.В. Моделирование химически неравновесного течения газа в канале переменного сечения // Математическое моделирование. 1997. **9**, № 11. 85–100.
8. Желтоводов А.А., Пимонов Е.А. Численное моделирование развития зоны энергоподвода в покоящейся воздушной среде и в сверхзвуковом потоке при взаимодействии с прямым скачком // Журнал технической физики. 2013. **83**, № 2. 21–35.
9. Волков К.Н., Емельянов В.Н., Пустовалов А.В. Сверхзвуковые течения вязкого сжимаемого газа в аэродинамических окнах газовых лазеров // Вычислительные методы и программирование. 2014. **15**. 712–725.
10. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Реализация векторизованных конечно-разностных алгоритмов решения краевых задач механики жидкости и газа в пакете MATLAB // Вычислительные методы и программирование. 2004. **5**. 13–19.
11. Левин В.А., Громов В.Г., Афонина Н.Е. Численное исследование влияния локального энергоподвода на аэродинамическое сопротивление и теплообмен сферического затупления в сверхзвуковом потоке газа // Прикладная механика и техническая физика. 2000. **41**, № 5. 171–179.
12. Крайко А.Н. Аналитическое представление термодинамических функций воздуха // Инженерный журнал. 1964. **4**, № 3. 548–550.
13. Glaister P. An approximate linearised Riemann solvers for the Euler equations for real gases // Journal of Computational Physics. 1988. **74**, N 2. 382–408.
14. Семенов А.Ю. Модификация метода Куранта–Изаксона–Риса для уравнений газодинамики с произвольным уравнением состояния // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1997. **37**, № 11. 1376–1383.
15. Colella P., Glaz H.M. Efficient solution algorithms for the Riemann problem for real gases // Journal of Computational Physics. 1985. **59**, N 2. 264–289.
16. Vinokur M., Liu Y. Equilibrium gas flow computations: an analysis of numerical formulations of conservation laws // AIAA Paper. 1988. N 88-0127.
17. Grossman B., Walters R.W. Analysis of flux-split algorithms for Euler's equations with real gases // AIAA Journal. 1989. **27**, N 5. 524–531.
18. Liou M.-S., van Leer B., Shuen J.-S. Splitting of inviscid fluxes for real gases // Journal of Computational Physics. 1990. **87**, N 1. 1–24.
19. Yan H., Adelgren R., Boguszko M., Elliott G., Knight D. Laser energy deposition in quiescent air // AIAA Journal. 2003. **41**, N 10. 1988–1995.
20. Кучеров А.Н. Некоторые вопросы течений газа с заданными распределенными источниками тепла // Ученые записки ЦАГИ. 2009. **40**, № 4. 3–14.

Поступила в редакцию
5.12.2016

Flows of Ideal and Real Gases in Channels of Variable Cross Section with Unsteady Localized Energy Supply

N. A. Brykov¹, K. N. Volkov², V. N. Emelyanov³, and I. V. Teterina⁴

¹ Ustinov Baltic State Technical University, Faculty of Rocket and Space Engineering; ulitsa Pervaya Krasnoarmeiskaya 1, St. Petersburg, 190005, Russia; Junior Scientist, e-mail: brykovna@yandex.ru

² Ustinov Baltic State Technical University, Faculty of Rocket and Space Engineering; ulitsa Pervaya Krasnoarmeiskaya 1, St. Petersburg, 190005, Russia; Dr. Sci., Leading Scientist, e-mail: dsci@mail.ru

³ Ustinov Baltic State Technical University, Faculty of Rocket and Space Engineering; ulitsa Pervaya Krasnoarmeiskaya 1, St. Petersburg, 190005, Russia; Dr. Sci., Professor, e-mail: vlademelyanov@gmail.com

⁴ Ustinov Baltic State Technical University, Faculty of Rocket and Space Engineering; ulitsa Pervaya Krasnoarmeiskaya 1, St. Petersburg, 190005, Russia; Ph.D., Associate Professor, e-mail: yaiv@mail.ru

Received December 5, 2016

Abstract: Gas flows are simulated in technical devices where processes associated with unsteady localized energy supply are proceeded. The finite volume method and the vectorized approach to the calculation of numerical fluxes are applied to the simulation of unsteady nozzle flows with intense energy supply. An approximate model of equilibrium thermodynamics of air is used to simulate thermodynamic processes in high-temperature air flows. The numerical results obtained for one-dimensional and two-dimensional nozzle flows with moving zones of energy supply are analyzed. A qualitative picture of gasdynamic and thermal processes in a nozzle with unsteady energy supply is discussed on the basis of the results of numerical simulation. A dependence of the nozzle flow rate and the displacement of nozzle shock wave on the intensity and cyclicity of energy supply is considered for overexpanded nozzle flow.

Keywords: computational fluid dynamics, finite volume method, nozzle, plasmotron, energy supply, flow rate, shock wave.

References

1. V. P. Zamuraev and A. P. Kalinina, "Gasdynamic Effects of Periodic Energy Input into a Divergent Channel," *Zh. Tekh. Fiz.* **80** (1), 41–44 (2010) [*Tech. Phys.* **55** (1), 40–43 (2010)].
2. V. A. Zabaikin, "Control of Pseudo Shock by Non-Stationary Effect," *Fiz. Khim. Kinetika Gaz Dinam.* <http://chemphys.edu.ru/issues/2011-12/articles/353>. Cited January 17, 2017.
3. A. F. Latypov, "Numerical Simulation of the Flow in a Variable-Section Channel with Pulsed-Periodic Energy Supply," *Zh. Prikl. Mekh. Tekh. Fiz.* **50** (1), 3–11 (2009) [*J. Appl. Mech. Tech. Phys.* **50** (1), 1–8 (2009)].
4. M. T. C. Fang, Q. Zhuang, and M. Y. Shen, "The Computation of Axisymmetric, Supersonic Nozzle Arc Using Adaptive Grids," *IEEE Trans. Plasma Sci.* **22** (3), 228–234 (1994).
5. J. D. Yan, M. T. C. Fang, and C. Jones, "Electrical and Aerodynamic Behavior of Arcs under Shock Conditions," *IEEE Trans. Plasma Sci.* **25** (5), 840–845 (1997).
6. S. T. Surzhikov, "Radiative-Gasdynamic Model of a Nozzle with Local Heating," *Mat. Model.* **9** (9), 54–74 (1997).
7. I. V. Yegorov and D. V. Ivanov, "Simulation of the Flow with Nonequilibrium Chemical Reactions in a Channel of Various Crosssection," *Mat. Model.* **9** (11), 85–100 (1997).
8. A. A. Zheltovodov and E. A. Pimonov, "Numerical Simulation of an Energy Deposition Zone in Quiescent Air and in a Supersonic Flow under the Conditions of Interaction with a Normal Shock," *Zh. Tekh. Fiz.* **83** (2), 21–35 (2013) [*Tech. Fiz.* **58** (2), 170–184 (2013)].
9. K. N. Volkov, V. N. Emelyanov, and A. V. Pustovalov, "Supersonic Flows of an Inviscid Compressible Gas in Aerodynamic Windows of Gas Lasers," *Vychisl. Metody Programm.* **15**, 712–725 (2014).
10. K. N. Volkov and V. N. Emelyanov, "Implementation of Vectorized Finite-Difference Algorithms for Solving Boundary Value Problems of Fluid and Gas Mechanics with MATLAB Package," *Vychisl. Metody Programm.* **5**, 13–19 (2004).
11. V. A. Levin, V. G. Gromov, and N. E. Afonina, "Numerical Analysis of the Effect of Local Energy Supply on the Aerodynamic Drag and Heat Transfer of a Spherically Blunted Body in a Supersonic Air Flow," *Zh. Prikl. Mekh. Tekh. Fiz.* **41** (5), 171–179 (2000) [*J. Appl. Mech. Tech. Phys.* **41** (5), 915–922 (2000)].
12. A. N. Kraiko, "Analytic Representation of the Thermodynamic Functions of Air," *Inzh. Zh.* **4** (3), 548–550 (1964).
13. P. Glaister, "An Approximate Linearised Riemann Solvers for the Euler Equations for Real Gases," *J. Comput. Phys.* **74** (2), 382–408 (1988).
14. A. Yu. Semenov, "A Modified Courant–Isaacson–Rees Method for Gas Dynamics with an Arbitrary Equation of State," *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.* **37** (11), 1376–1383 (1997) [*Comput. Math. Math. Phys.* **37** (11), 1334–1340 (1997)].
15. P. Colella and H. M. Glaz, "Efficient Solution Algorithms for the Riemann Problem for Real Gases," *J. Comput. Phys.* **59** (2), 264–289 (1985).
16. M. Vinokur and Y. Liu, "Equilibrium Gas Flow Computations II: An Analysis of Numerical Formulations of Conservation Laws," *AIAA Paper No. 88-0127* (1988).
17. B. Grossman and R. W. Walters, "Analysis of Flux-Split Algorithms for Euler's Equations with Real Gases," *AIAA J.* **27** (5), 524–531 (1989).
18. M.-S. Liou, B. van Leer, and J.-S. Shuen, "Splitting of Inviscid Fluxes for Real Gases," *J. Comput. Phys.* **87** (1), 1–24 (1990).

19. H. Yan, R. Adelgren, M. Boguszko, et al., "Laser Energy Deposition in Quiescent Air," *AIAA J.* **41** (10), 1988–1995 (2003).
20. A. N. Kucherov, "Several Aspects of Gas Flow with Prescribed Distribution of Heat Sources," *Uchen. Zap. TsAGI* **40** (4), 3–14 (2009) [*TsAGI Sci. J.* **40** (4), 401–417 (2009)].